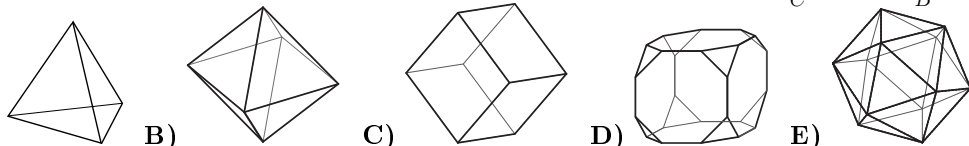
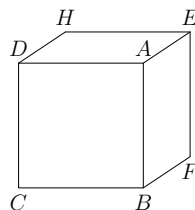


23. Рассмотрим вершину A куба на рисунке. Проведем разрез по плоскости, проходящей через три соседние с A вершины (т.е. через D , E и B). Рассмотрим остальные 7 вершин куба и проведем такие же разрезы. Как будет выглядеть после всех разрезов та часть куба, которая содержит его центр?



24. Сколько всего существует решений (x, y) уравнения $x^2 + y^2 = |x| + |y|$ в действительных числах?

А) 1 В) 5 С) 8 D) 9 Е) Бесконечно много

25. Пусть $y = f(n)$ – функция, заданная на множестве целых неотрицательных чисел, такая, что $f(2n) = f(2n + 1) = n$ для всех целых неотрицательных n . Пусть $f^k(n)$ обозначает композицию $f(f(\dots f(n)\dots))$, где f применяется k раз. Сколько решений имеет уравнение $f^{2013}(n) = 1$?

А) 0 В) 4026 С) 2^{2012} D) 2^{2013} Е) Бесконечно много

26. На плоскости построено несколько прямых. Прямая a пересекает ровно 3 прямых, а прямая b пересекает ровно 4 прямых. Прямая c пересекает n прямых, где $n \neq 3, 4$. Сколько всего прямых построено на плоскости?

А) 4 В) 5 С) 6 D) 7 Е) Другое число

27. Сумма первых n чисел натурального ряда равна трехзначному числу с тремя одинаковыми цифрами. Чему равна сумма цифр числа n ?

А) 6 В) 9 С) 12 D) 15 Е) 18

28. На острове живут лжецы (всегда лгут) и правдивые (всегда говорят правду). Я встретил двух островитян – высокого и низкого – и спросил у высокого, оба ли они правдивые. Высокий ответил, но из его ответа я еще не смог понять, кто они. Поэтому я спросил низкого, является ли высокий правдивым. Низкий ответил, и я уже знал, кто из них кто. Кто были высокий и низкий?

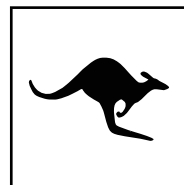
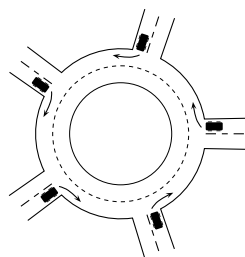
А) Оба правдивые В) Оба лжецы С) Высокий – правдивый, низкий – лжец
D) Высокий – лжец, низкий – правдивый Е) Невозможно определить

29. Иван придумал алгоритм для получения последовательности натуральных чисел: $a_1 = 1$, $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$, где m и n – натуральные числа. Найдите значение a_{100} .

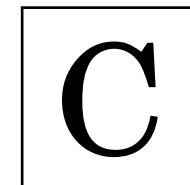
А) 100 В) 1000 С) 2012 D) 4950 Е) 5050

30. Пять автомобилей одновременно въезжают на круговой перекресток (см. рис.). Каждый автомобиль должен покинуть перекресток, проехав менее круга. Никакие два автомобиля не должны уехать с перекрестка по одной и той же дороге. Сколько всего существует различных способов, как автомобили могут покинуть перекресток с соблюдением этих условий?

А) 24 В) 44 С) 60 D) 81 Е) 120



КЕНГУРУ 2013

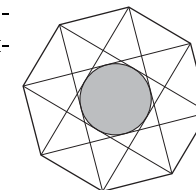


Сеньор
11–12 классы

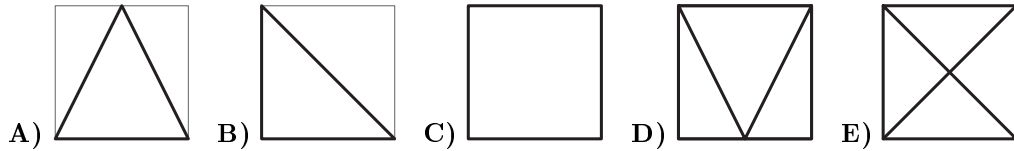
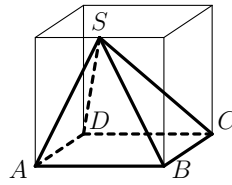
Продолжительность работы 75 минут
Пользоваться калькуляторами запрещается

Задачи, оцениваемые в 3 очка

- Какое из следующих чисел наибольшее?
А) 2013 В) 2^{0+13} С) 20^{13} D) 201^3 Е) $20 \cdot 13$
- Сторона правильного 8-угольника равна 10. В меньший 8-угольник, образованный диагоналями данного 8-угольника, вписана окружность (см. рис.). Чему равен ее радиус?
А) 10 В) 7,5 С) 5 D) 2,5 Е) 2
- Призма имеет 2013 граней. Сколько ребер у такой призмы?
А) 2011 В) 2013 С) 4022 D) 4024 Е) 6033
- Кубический корень из числа 3^{3^3} равен:
А) 3^3 В) 3^{3^3-1} С) 3^{2^3} D) 3^{3^2} Е) $(\sqrt{3})^3$
- Год 2013 обладает тем свойством, что он записывается при помощи четырех последовательных цифр: 0, 1, 2, 3. Какое число лет прошло с последнего раза, когда год также записывался при помощи каких-то четырех последовательных цифр?
А) 467 В) 527 С) 581 D) 693 Е) 990
- Пусть f – линейная функция, такая, что $f(2013) - f(2001) = 100$. Чему равно значение $f(2031) - f(2013)$?
А) 75 В) 100 С) 120 D) 150 Е) 180
- Известно, что $2 < x < 3$. Сколько из двойных неравенств
 $4 < x^2 < 9$, $4 < 2x < 9$, $6 < 3x < 9$, $0 < x^2 - 2x < 3$
являются заведомо верными?
А) 0 В) 1 С) 2 D) 3 Е) 4
- Шесть супергероев поймали 20 злодеев. Первый супергерой поймал одного злодея, второй – двух злодеев, третий – трех злодеев. Четвертый супергерой поймал больше злодеев, чем любой из остальных пяти. Какое наименьшее число злодеев мог поймать четвертый супергерой?
А) 7 В) 6 С) 5 D) 4 Е) 3



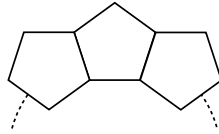
9. В прозрачном кубе на рисунке находится непрозрачная пирамида. Ее основание совпадает с нижней гранью куба, а вершина является серединой ребра верхней грани куба. Если посмотреть на куб сверху, снизу, сзади, спереди, слева и справа, то какой из следующих видов невозможен?



10. Когда золото плавится, его объем увеличивается на $\frac{1}{12}$. На сколько его объем уменьшается, когда оно снова твердеет?
 A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{14}$

Задачи, оцениваемые в 4 очка

11. У Раи есть одинаковые плитки в форме правильного пятиугольника. Она прикладывает их сторонами друг к другу так, чтобы получить замкнутую круговую дорожку, как показано на рисунке. Сколько всего плиток ей понадобится?

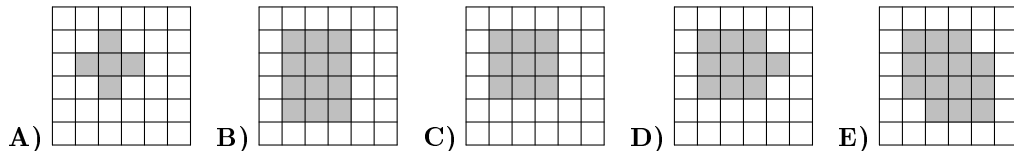


A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

12. Сколько существует натуральных чисел n , таких, что $\frac{n}{3}$ и $3n$ являются целыми трехзначными числами?

A) 12 B) 33 C) 34 D) 100 E) 300

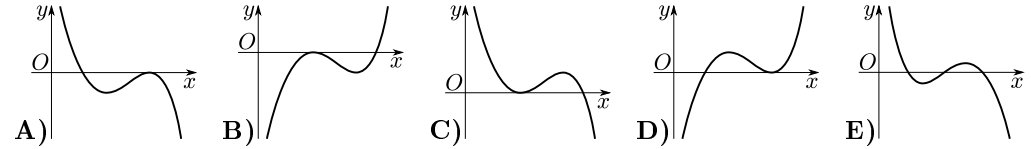
13. Круглый коврик положили в ванной на пол, замощенный квадратными плитками. Каждая плитка, хотя бы частично покрытая ковром (т.е. имеющая хотя бы две общие с ковром точки), покрашена. Каким не мог стать вид пола в ванной?



14. Рассмотрим утверждение о функции f , заданной на множестве целых чисел и принимающей целые значения: «Для любого четного x значение $f(x)$ также четное». Если утверждение неверно, это значит, что:

- A) Для любого четного x значение $f(x)$ – нечетное
 B) Для любого нечетного x значение $f(x)$ – четное
 C) Для любого нечетного x значение $f(x)$ – нечетное
 D) Существует четное x , такое, что значение $f(x)$ – нечетное
 E) Существует нечетное x , такое, что значение $f(x)$ – нечетное

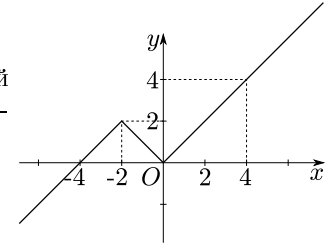
15. На каком из следующих рисунков изображен график функции $W(x) = (a - x)(b - x)^2$, где $a < b$?



16. Одна из сторон прямоугольника равна 5. Он разрезан на квадрат и прямоугольник так, что площадь одного из них (прямоугольника или квадрата) равна 4. Сколько значений может иметь длина второй стороны исходного прямоугольника?

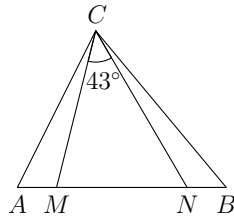
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. Володя нарисовал график функции $y = f(x)$, состоящий из двух лучей и отрезка (см. рис.). Сколько решений имеет уравнение $f(f(f(x))) = 0$?



A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

18. В треугольнике ABC на стороне AB отмечены точки M и N так, что $AN = AC$ и $BM = BC$. Найдите $\angle ACB$, если $\angle MCN = 43^\circ$.



A) 86° B) 89° C) 90° D) 92° E) 94°

19. Сколько существует пар (x, y) натуральных чисел, таких, что $x^2y^3 = 6^{12}$?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) Другой ответ

20. В коробке находятся 900 карточек с числами от 100 до 999 (каждое число – ровно на одной карточке). Какое наименьшее число карточек нужно вынуть не глядя из коробки, чтобы среди них наверняка нашлись три карточки с числами, имеющими одинаковые суммы цифр?

A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

Задачи, оцениваемые в 5 очков

21. Сколько существует пар (x, y) целых чисел таких, что $x \leq y$ и $xy = 5(x + y)$?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

22. Пусть $y = f(x)$ – периодическая функция с периодом 5, заданная на множестве действительных чисел, которая на промежутке $[-2; 3)$ совпадает с функцией $y = x^2$. Найдите $f(2013)$.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9