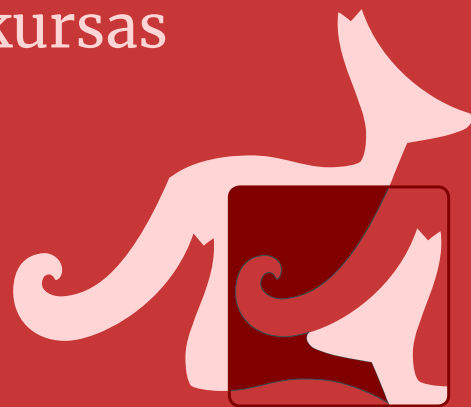


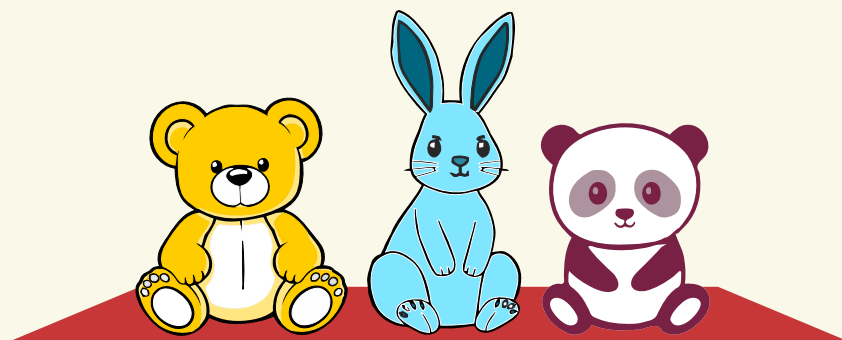
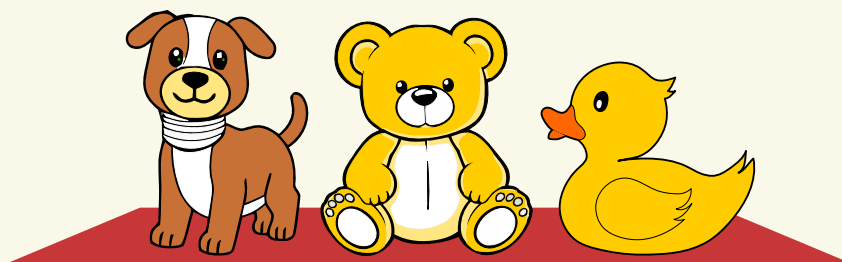
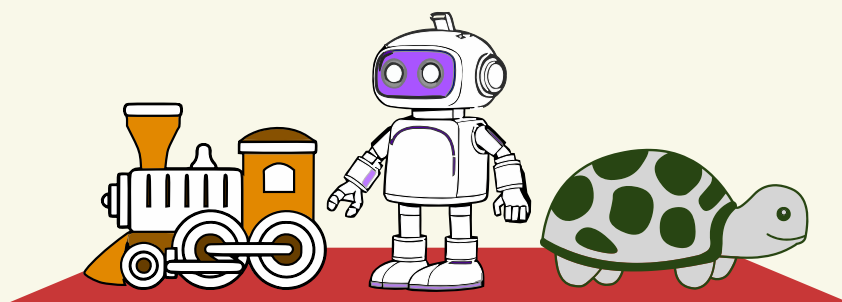
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA



Nykštukas

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2025

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA



KENGŪRA 2025. Nykštukas

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorė ir sudarytoja
Marytė Skakauskienė

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turinys

Pratarmė	4
Sąlygos	6
Užduočių sprendimai	9
Atsakymai	12

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdienišku) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelejęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadyneje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spęsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 31300 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2025 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis sprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto rinktis labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimircai ir paklauskime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė skliti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pra-

dininkai. Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pas-tangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuo-liavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sporti-niuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2025 metų kovo 20 dieną keliavo ir gausiai sprendė 1–2 klasių (*Nykštuko* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu !), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu ?). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais ??, !!, !!! ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

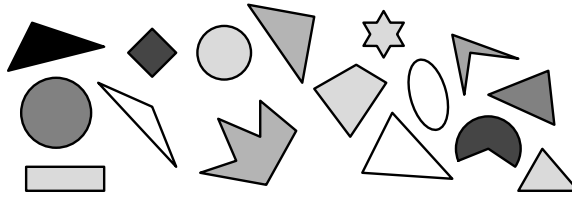
2025 m. *Nykštuko* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. Paulius turėjo 6 balionus. Du balionus jis atidavė broliui. Kiek balionų liko Pauliui?

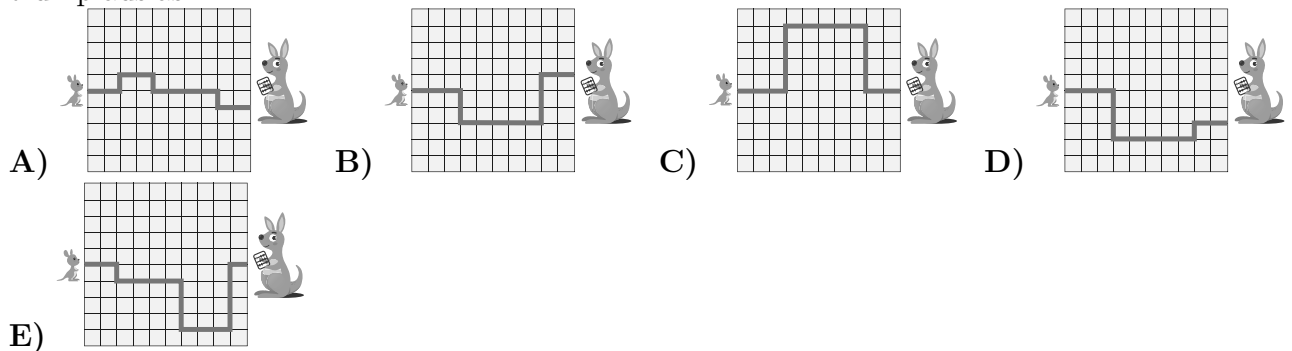
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Kiek trikampių yra paveikslėlyje?



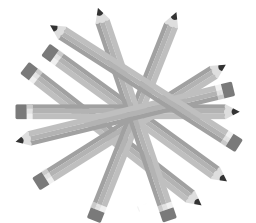
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Mažoji kengūrėlė šokuoja pas savo mamą trumpiausiu iš pavaizduotų kelių. Kuris kelias yra trumpiausias?



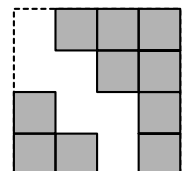
4. Jonas atidarė naują pieštukų dėžutę ir išbėrė juos ant stalo (žr. pav.). Kiek pieštukų buvo šioje dėžutėje?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 14 E) 16

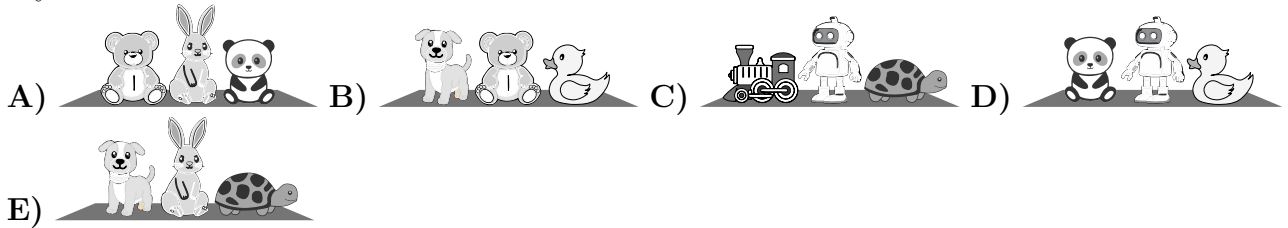


5. Didysis kvadratas sudarytas iš 16 vienodų kvadratukų. Keli kvadratukai pašalinti (žr. pav.). Kiek kvadratukų pašalinta?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

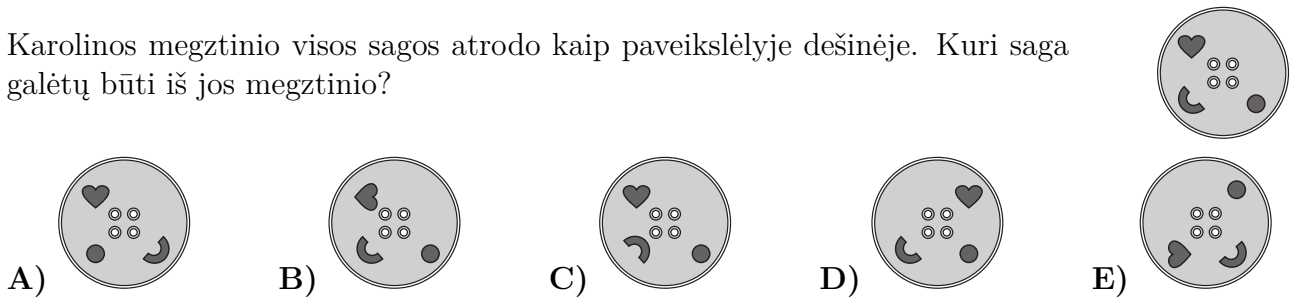


6. Mykolo žaislų lentynėlėje nėra nei vėžliukų, nei triušių, nei robotų. Kuri lentynėlė galėtų būti Mykolo?



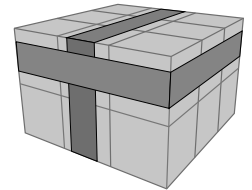
Klausimai po 4 taškus

7. Karolinos megztinio visos sagos atrodo kaip paveikslėlyje dešinėje. Kuri saga galėtų būti iš jos megztinio?



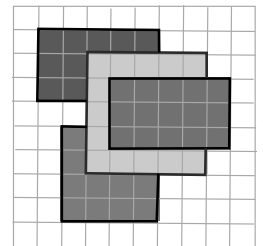
8. Dvi guminės juostelės apjuosia bloką, suklijuotą iš 18 kubelių (žr. pav.). Kelių kubelių neliečia nė viena juostelė?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12



9. Grindys iškljuotos vienodomis kvadratinėmis plytelėmis (žr. pav.). Ant grindų patiesti 4 stačiakampiai kilimėliai. Kiek yra plytelių, kurias dengia lygiai 3 kilimėliai?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

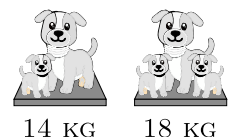


10. Kuris raktas atrakina pavaizduotą spyną?



11. Du šuniukai sveria tiek pat. Didelis šuo ir vienas šuniukas kartu sveria 14 kilogramų. Tas pats didelis šuo ir abu šuniukai kartu sveria 18 kilogramų. Kiek kilogramų sveria didelis šuo?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13



12. Ant stalo buvo 12 vaisių. Vida nuėmė 2 kriaušes, 4 obuolius ir pusę visų apelsinų. Dabar ant stalo liko tik apelsinai. Kiek apelsinų liko?

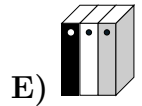
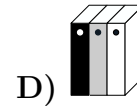
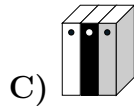
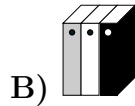
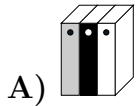
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Klausimai po 5 taškus

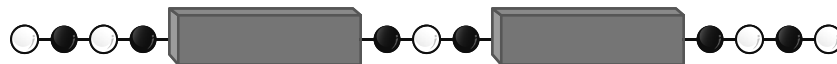
13. Viena eile išsirikiavo dvylika mokinių. Skaičiuojant iš kairės, Vilius rikiuotėje yra penktas. Skaičiuojant iš dešinės, Viktoras yra ketvirtas. Kiek mokinių yra tarp Viliaus ir Viktoro?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. Marijos lentynoje buvo trys knygos (žr. paveikslėlį dešinėje). Pirmiausia Marija sukeitė baltą knygą su pilka, tada pilką knygą su juoda. Kaip dabar išdėstytos jos knygos?

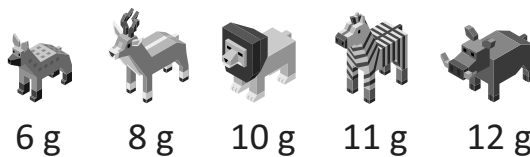


15. Ant siūlo juodi ir balti karoliukai suverti pakaitomis. Kiekvienas blokėlis slepia penkis karoliukus. Kiek iš viso paslėpta baltų karoliukų?

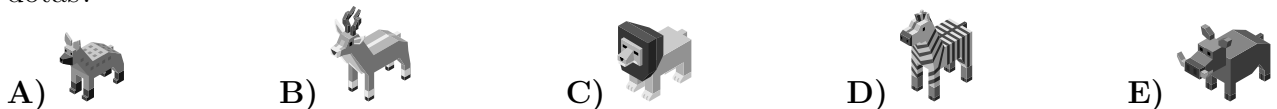


A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

16. Karolis turi 5 žaislus. Paveikslėlyje nurodyta, kiek gramų jie sveria.



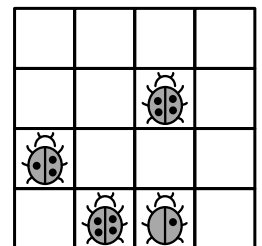
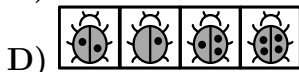
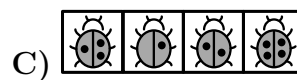
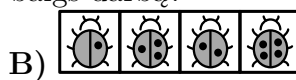
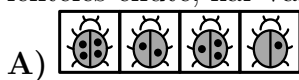
Karolis iš 4 žaislų sudarė dvi žaislų poras, kurios sveria tiek pat. Kuris žaislas liko nepanaudotas?



17. Prieš trejus metus Agnės ir Beno bendras amžius buvo 6 metai. Dabar Agnei 7 metai. Kiek metų dabar yra Benui?

A) 1 B) 5 C) 6 D) 7 E) 11

18. Vaidas turi lipdukų su boružėmis. Kiekviena boružė turi 1, 2, 3 arba 4 taškelius. Vaidas nori užpildyti lentelę lipdukais taip, kad jokios dvi boružės vienoje eilutėje arba viename stulpelyje neturėtų po tiek pat taškelių. Keturi lipdukai jau priklijuoti (žr. pav.). Kaip atrodys viršutinė lentelės eilutė, kai Vaidas baigs darbą?



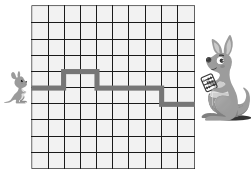
Nykštuko užduočių sprendimai

1. (C) 4

! Pauliui liko $6 - 2 = 4$ balionai. Teisingas atsakymas C.

2. (E) 6

! Suskaičiuojame paveikslėlyje pavaizduotus trikampius, jų yra 6. Teisingas atsakymas E.



3. (A)

! Kiekvienas kelias sudarytas iš horizontaliųjų ir vertikalųjų atkarpų. Bendras horizontaliųjų atkarpų ilgis kiekviename kelyje yra vienodas. Taigi pakanka palyginti bendrą vertikalųjų atkarpų ilgį. Trumpiausias kelias – A atsakyme.

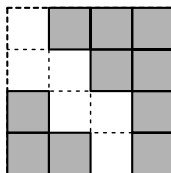
!! Raskite kiekvieno kelio ilgį ir išsirinkite mažiausią, t.y A atsakymą.

4. (B) 8

! Suskaičiuojame, kiek yra pieštukų smaigalių, jų yra 8. Taigi dėžutėje buvo 8 pieštukai. Teisingas atsakymas B.

5. (C) 6

! Papildome paveikslėlį linijomis taip, kad susidarytų maži kvadratai:



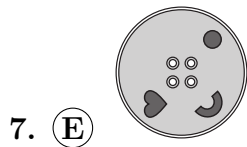
Matome, pašalinti 6 maži kvadratai. Teisingas atsakymas C.

!! Didysis kvadratas sudarytas iš 16 kvadratų. Paveikslėlyje matome 10 pilkų kvadratų, todėl trūksta $16 - 10 = 6$ kvadratų. Teisingas atsakymas C.



! Mykolo lentynėlėje nėra vėžliukų, todėl lentynėlės **C** ir **E** negali būti jo.

Mykolo lentynėlėje nėra triušių, vadinasi, **A** lentynėlė irgi ne jo. Kadangi Mykolo lentynėlėje nėra robotų, tai ir **D** lentynėlė negali būti jo. Tik **B** lentynėlė gali būti Mykolo, nes ant jos nėra nei vėžliukų, nei triušių, nei robotų.



! Karolinos megztinio sagoje nukeliavęs prieš laikrodžio rodyklę vieną ketvirtį apskritimo, skrituliukas atsiduria prie pusžiedžio, o nukeliavęs dar ketvirtį – prie širdelės. Todėl netinka sagos **A** ir **D**.

Karolinos sagoje pusžiedis „atsidaro“ į sagos vidurį, todėl netinka saga **C**, o širdelės apačia „žiūri“ į pusžiedį, todėl netinka saga **B**.

Tuo tarpu saga **E** mums tinka – ją gauname sąlygoje esančią sagą pasukę vienu ketvirčiu apskritimo pagal laikrodžio rodyklę. Teisingas atsakymas **E**.

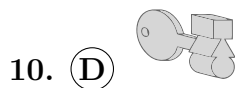
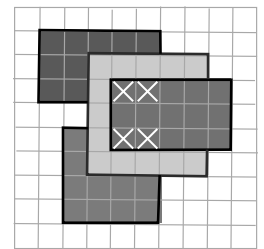
8. **(A)** 6



! Iš viso yra 18 kubelių. Viena juostelė liečia 6 kubelius, kita – 8 kubelius, o abi juostelės liečia tuos pačius 2 kubelius. Vadinasi, bendras juostelių liečiamų kubelių skaičius yra $6 + 8 - 2 = 12$. Todėl nė viena juostelė neliečia $18 - 12 = 6$ kubelių. Teisingas atsakymas **A**.

9. **(E)** 4

! Tik kryžiuokais pažymėtos plytelės padengtos 3 kilimėliais (žr. pav.).

Teisingas atsakymas yra **E**.



! Rakto forma turėtų būti  arba (apvertus) . Tinka tik **D** atsakymas.

11. **(B)** 10

! Šuo ir 2 šuniukai sveria 18 kilogramų, o šuo ir 1 šuniukas sveria 14 kilogramų. Vadinasi, vienas šuniukas sveria $18 - 14 = 4$ kilogramus. Šuo sveria $14 - 4 = 10$ kilogramų. Teisingas atsakymas **B**.


12. (C) 3

! Ant stalo buvo $12 - 2 - 4 = 6$ apelsinai. Vida nuėmė pusę apelsinų, ant stalo liko $6 : 2 = 3$ apelsinai. Teisingas atsakymas **C**.

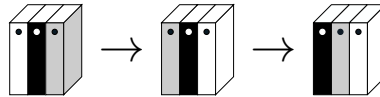
13. (C) 3

! Į dešinę nuo Viliaus yra 4 mokiniai. Į kairę nuo Viktoro yra 3 mokiniai. Vadinasi, tarp jų yra $12 - 4 - 1 - 3 - 1 = 3$ mokiniai.

Teisingas atsakymas **C**.

14. (D) 

! Marija knygas vietomis sukeitė taip:



Teisingas atsakymas **D**.

15. (B) 6

! Kiekvienas blokelis slepia **balta**-juoda**-balta**-juoda**-balta**, taigi 3 baltus karoliukus. Vadinasi, abu blokeliai slepia 6 baltus karoliukus.

Teisingas atsakymas **B**.

16. (D) 


! Sudarome žaislų poras, turinčias vienodą svorį: $8\text{g} + 10\text{g} = 6\text{g} + 12\text{g} = 18\text{g}$. Liko nepanaudotas zebras, sveriantis 11 g. Teisingas atsakymas **D**.

!! Dviejų lyginių skaičių suma yra lyginis skaičius, o lyginio ir nelyginio skaičių suma yra nelyginis skaičius. Kadangi tik vieno žaislo svoris yra nelyginis skaičius (11 g), šis žaislas (zebras) turi būti paliktas, nes kitaip tik viena pora turėtų nelyginį svorį. Teisingas atsakymas **D**.

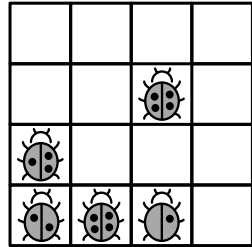
!!! Kadangi dvi poros sveria tiek pat, tai jų bendras svoris lyginis. Visų žaislų bendras svoris nelyginis, taigi nepanaudotas nelyginio svorio žaislas **D**.

17. (B) 5

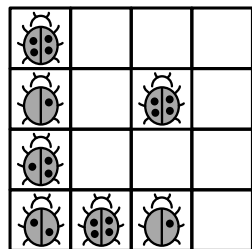
! Agnei dabar yra 7 metai, todėl prieš 3 metus jai buvo $7 - 3 = 4$ metai. Prieš trejus metus Agnės ir Beno amžiaus suma buvo 6 metai, taigi Benui buvo $6 - 4 = 2$ metai. Dabar Beno amžius yra $2 + 3 = 5$ metai. Teisingas atsakymas **B**.

18. (A) 

! Pirmiausia pagalvokite apie pirmąjį stulpelį: apatiniame kvadratėlyje turi būti 2 taškai (nes toje eilutėje jau yra boružių su 1 ir su 4 taškais, o tame stulpelyje – boružė su 3 taškais):

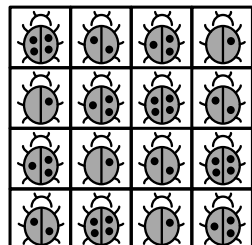


Vis dar pirmame stulpelyje, antroje eilutėje esanti boružė gali turėti tik 1 tašką. Tada pirmasis stulpelis yra užbaigiamas pridendant viršutinėje eilutėje boružę su 4 taškais:



Taigi jau aišku, kad teisingas gali būti tik **A** atsakymas.

Toliau panašiai pasirinkdami tuščius langelius, nuosekliai užpildome lentelę taip:



Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	C
2	E
3	A
4	B
5	C
6	B
7	E
8	A
9	E
10	D
11	B
12	C
13	C
14	D
15	B
16	D
17	B
18	A