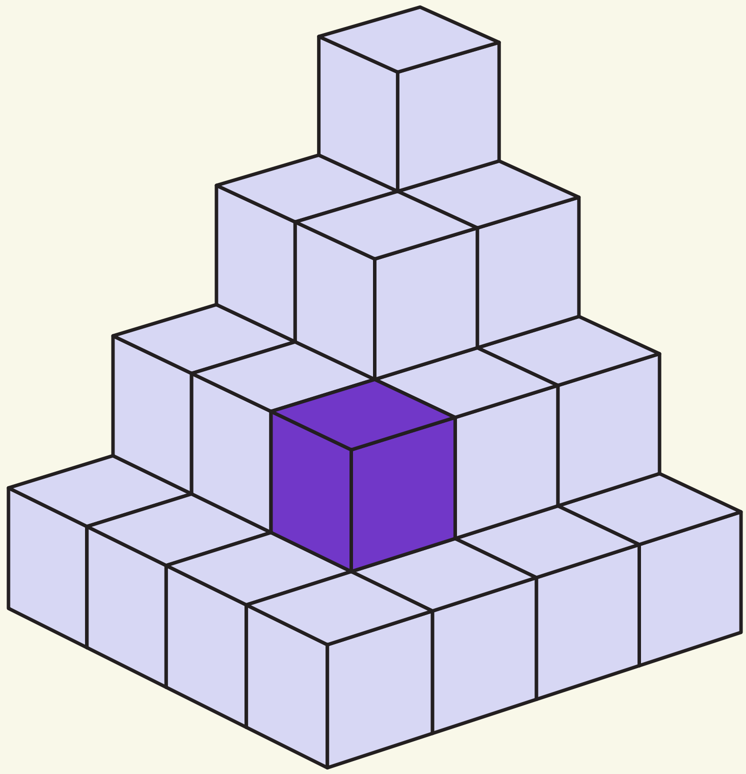
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA

Ekspertas

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2025

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2025. Ekspertas

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autoriai ir sudarytojai
Paulius Drungilas, Lukas Maciulevičius,
Juozas Juvencijus Mačys, Aivaras Novikas,
Marytė Skakauskienė

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turinys

Pratarmė

Matematikas mokytojas Peter O'Halloran iš Sidnėjaus aštuntajame praėjusio amžiaus dešimtmetyje pradėjo organizuoti matematikos konkursą australų mokiniams, kuris sulaukė stulbinančio pasisekimo. Konkurso užduotys buvo testinės (reikėjo pasirinkti vieną iš keleto pateiktų atsakymų), o dalyvių atsakymai tikrinami kompiuteriais.

1991 m. prancūzų pedagogų Deledicq šeima, įkvėpti australų sėkmės, suorganizavo panašų matematikos konkursą *Kengūra*, kuriame pirmaisiais metais dalyvavo per 120 tūkstančių mokinių iš Prancūzijos. 1994 m. šis konkursas prasiplėtė į dar 7 šalis: Baltarusiją, Ispaniją, Lenkiją, Olandiją, Rumuniją, Rusiją ir Vengriją. 1994 m. įsteigta asociacija „Kengūra be sienų" vienija konkurso *Kengūra* šalis-nares. Kasmet vykstančiame asociacijai priklausančių šalių atstovų suvažiavime parenkamos konkurso užduotys ir sprendžiami organizaciniai klausimai.

Nuo 2011 m. konkurse visame pasaulyje kasmet dalyvauja per 6 milijonai mokinių, o asociacija „Kengūra be sienų" vienija per 60 šalių. Daugiau informacijos apie matematikos konkursą *Kengūra* galima rasti čia:

`http://aksf.org/`

Lietuvoje konkursas *Kengūra* pradėtas rengti nuo 1995 m. Konkursas organizuojamas 6 amžiaus grupėms: *Nykštukas* (1–2 kl.), *Mažylis* (3–4 kl.), *Bičiulis* (5–6 kl.), *Kadetas* (7–8 kl.), *Junioras* (9–10 kl.) ir *Senjoras* (11–12 kl.).

Konkursas kasmet vyksta trečiąjį kovo ketvirtadienį. Kiekvienas konkurso dalyvis gauna užduočių lapą ir dalyvio kortelę, kurioje pažymi atsakymus. Visų dalyvių kortelės nuskenuojamos ir apdorojamos kompiuteriu. Kasmet (nuo 2000 m.) paruošiamos uždavinių sprendimo knygelės, kurias galima rasti čia:

`http://kengura.lt/`

2015 m. atsirado nauja *Kengūros* dalyvių grupė nebemokiniams – *Ekspertas.* Šiai grupei konkursas buvo organizuotas „online" režimu.

Konkurso metu sprendžiama 30 uždavinių, kurių sprendimas vertinamas taip: jei uždavinio atsakymas yra teisingas, skiriami visi prie jo sąlygos nurodyti taškai (3, 4 arba 5); jei atsakymas neteisingas – atimamas ketvirtadalis uždaviniui numatytų taškų; už nepažymėtą atsakymą taškai neskiriami (0 taškų). Be to, kiekvienas dalyvis konkurso pradžioje turi 30 taškų (taigi net visų uždavinių atsakymus pažymėjus neteisingai, iš viso surenkama 0 taškų).

Šioje knygelėje ženklu **!** pažymėti griežti matematiniai sprendimai. Tačiau norint pasirinkti teisingą atsakymo variantą ne visada reikia griežto matematinio sprendimo. Kartais pakanka paaiškinti, kodėl kiti nurodyti atsakymo variantai netinka. Tokie sprendimai pažymėti ženklu **?**. Kai vienų ar kitų sprendimų pateikiama daugiau, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse pakanka net ir klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad skaitytojas nepatingės išsiaiškinti viską iki galo.

Daugiau informacijos apie *Eksperto* grupę galima rasti čia:

`http://www.ekspertas.kengura.lt/`

Viliamės, kad *Eksperto* grupė gausės – juk loginis mąstymas svarbus ne vien mokiniams, jis svarbus žmogui visą gyvenimą. Nestandartinių uždavinių sprendimas leidžia pasitikrinti ir pagilinti matematinius įgūdžius, ugdyti matematinę kultūrą.

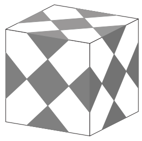
Organizatoriai

2025 m. *Eksperto* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

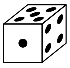
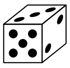
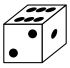
1. Šių metų skaičius yra sveikojo skaičiaus kvadratas: $2025 = 45^2$. Kiek mažiausiai metų praeis, kol tai ir vėl nutiks?
A) 25 **B)** 91 **C)** 121 **D)** 500 **E)** 2025

2. Ant balto kubo priklijuoti vienodo dydžio pilki kvadratai, kaip parodyta paveikslėlyje. Visos kubo sienos atrodo vienodai. Kiek pilkų kvadratų priklijuota iš viso?

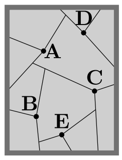


A) 30 **B)** 18 **C)** 16 **D)** 15 **E)** 14

3. Standartinio žaidimo kauliuko bendras dviejų priešingų sienų taškų skaičius visada yra 7. Vienas iš pavaizduotų kauliukų yra standartinis. Kuris?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

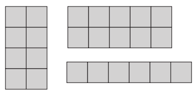
4. Vieną po kito sviedus penkis akmenis, jie kliudė langą taškuose A, B, C, D, E (žr. pav.). Kliudžius langą kuriame nors taške, stikle atsiranda iš to taško išeinantys tiesūs įtrūkiai, kurie užsibaigia ties jau esamais įtrūkiais arba ties lango kraštu. Kokia tvarka akmenys kliudė langą?

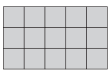
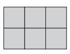
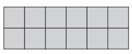
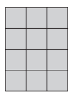


A) DACBE **B)** ABCDE **C)** BDACE **D)** BCDAE **E)** DCABE

5. Kengūradienis yra trečiasis kovo ketvirtadienis. Kuri kovo diena yra anksčiausias galimas kengūradienis?
A) 14-oji **B)** 15-oji **C)** 20-oji **D)** 21-oji **E)** 22-oji

6. Nojus iš keturių stačiakampių sudėjo kvadratą. Trys iš jų pavaizduoti paveikslėlyje dešinėje. Kuris iš žemiau pavaizduotų stačiakampių yra ketvirtoji to kvadrato dalis?

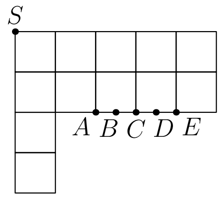


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

7. Lentoje parašytas mėsainių restorano meniu. Mėsainiai išvardyti kainų didėjimo tvarka. Deja, lietus nuplovė kai kuriuos skaitmenis. Kuri kaina tikrai buvo lentoje?

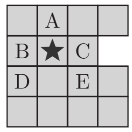
A) 4,10 **B)** 5,50 **C)** 5,60 **D)** 6,30 **E)** 6,60

8. Pavaizduota figūra sudaryta iš vienodų kvadratų. B yra atkarpos AC vidurio taškas, o D yra atkarpos CE vidurio taškas. Tašką S galima sujungti atkarpa su vienu iš taškų A, B, C, D ir E. Su kuriuo tašku reikia sujungti S, kad visa figūra būtų padalyta į dvi vienodo ploto dalis?



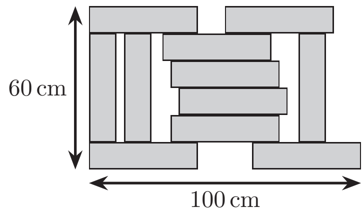
A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

9. Joana pavaizduotą figūrą sukarpė į 5 vienodos formos dalis, sudarytas iš 3 kvadratėlių. Kuria raide pažymėtas kvadratėlis atsidūrė toje pačioje dalyje su kvadratėliu, pažymėtu žvaigždute?



A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

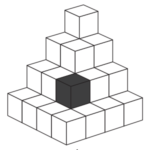
10. Benas nupiešė konstrukciją iš 11 vienodų stačiakampių (žr. pav.). Konstrukcijos ilgis yra 100 cm, plotis 60 cm. Kokie yra kiekvieno stačiakampio matmenys?

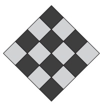
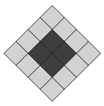
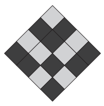
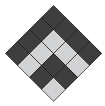
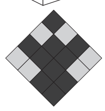


A) 8 cm × 40 cm **B)** 10 cm × 40 cm **C)** 12 cm × 40 cm
D) 8 cm × 44 cm **E)** 10 cm × 50 cm

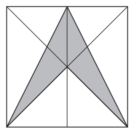
Klausimai po 4 taškus

11. Luknė sukrovė iš juodų ir pilkų kubelių piramidę. Kubelius ji sudėjo taip, kad tos pačios spalvos kubeliai nesiliestų sienomis. Paveikslėlyje pavaizduotas vienas iš juodųjų kubelių. Kaip Luknės piramidė atrodo iš viršaus?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

12. Pavaizduoto kvadrato kraštinės ilgis lygus 10 cm. Vertikalioji atkarpa dalija kvadratą į du lygius stačiakampius. Koks pilkosios figūros plotas?

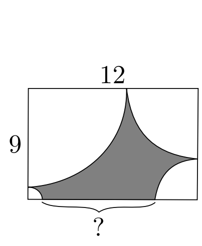


A) $12,5$ cm^2 **B)** 25 cm^2 **C)** 30 cm^2 **D)** 40 cm^2 **E)** 50 cm^2

13. Austėja turi du maišus, kuriuose yra rutuliai. Ant kiekvieno rutulio užrašyta po vieną skaičių. Pirmajame maiše yra 7 rutuliai, ant kurių užrašyti skaičiai 1, 2, 6, 7, 10, 11 ir 12. Antrajame maiše yra 5 rutuliai, ant kurių užrašyti skaičiai 3, 4, 5, 8 ir 9. Koks skaičius užrašytas ant rutulio, kurį perkėlus iš pirmojo maišo į antrąjį, kiekviename maiše ant rutulių užrašytų skaičių vidurkis padidėtų?

A) 6 **B)** 7 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

14. Sofija nubrėžė stačiakampį ir keturių apskritimų, kurių centrai yra šio stačiakampio viršūnės, lankus (žr. pav.). Stačiakampio kraštinių ilgiai yra 9 ir 12. Kam lygus klaustuku pažymėtos atkarpos ilgis?



A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

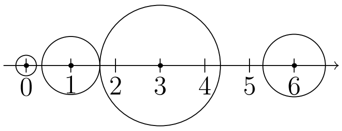
15. Natūraliojo keturženklio skaičiaus 80□□ du paskutiniai skaitmenys paslėpti. Jis dalijasi iš 8 ir iš 9. Kokia yra dviejų paslėptųjų skaitmenų sandauga?

A) 6 **B)** 16 **C)** 20 **D)** 24 **E)** 48

16. Slibinų ūkyje laikomi aštuongalviai, penkiagalviai ir septyngalviai slibinai. Lygiai aštuoni slibinai nėra aštuongalviai, lygiai penki nėra penkiagalviai, o lygiai septyni nėra septyngalviai. Kiek iš viso slibinų yra ūkyje?

A) 10 **B)** 11 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 20

17. Plokštumoje nubrėžta skaičių tiesė. Kiekvienam iš jos taškų 0, 1, 3 ir 6 reikia nubrėžti po apskritimą su centru šiame taške. Jokio apskritimo viduje negali būti kito apskritimo taškų, bet apskritimai gali liestis (paveikslėlyje parodyta viena iš galimybių). Kokia yra didžiausia galima tokių keturių apskritimų spindulio ilgių suma $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$?

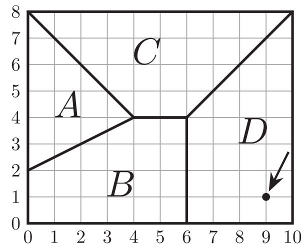


A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** Jokia sumos reikšmė nėra didžiausia galima

18. Senelė paėmė didelį rutulio formos siūlų kamuolį ir ėmė megzti kojines. Numezgus 70 to paties dydžio kojinių, siūlų kamuolio spindulys sumažėjo perpus. Kiek dar tokių kojinių senelė gali numegzti iš likusių siūlų?

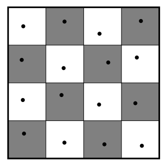
A) 70 **B)** 50 **C)** 30 **D)** 20 **E)** 10

19. Užmoksliškių miestelio žemėlapis padalytas į sritis A, B, C ir D (žr. pav.). Jos yra priskirtos keturioms Užmoksliškių mokykloms: kiekvieną sritį sudaro visi taškai, kur artimiausia mokykla yra viena iš tų keturių. Mokyklos, kuriai priskirta sritis D, koordinatės žemėlapyje yra $(9; 1)$. Kokios yra mokyklos, kuriai priskirta sritis A, koordinatės?



A) $(0; 4)$ **B)** $(1; 4)$ **C)** $(1; 5)$ **D)** $(1; 6)$ **E)** $(2; 4)$

20. Didelės 4×4 aikštelės kiekviename langelyje tupi kengūra (žr. pav.). Nuaidėjus varpo dūžiui, kiekviena kengūra iš savo langelio turi peršokti į gretimą (į langelį, gretimą pagal kraštinę, t. y. įstrižai šokti draudžiama). Jokia kengūra negali palikti aikštelės, o viename langelyje gali atsidurti ir kelios kengūros. Kiek daugiausiai tuščių langelių gali būti po 100 varpo dūžių?



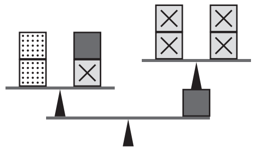
A) 15 **B)** 14 **C)** 12 **D)** 10 **E)** 8

Klausimai po 5 taškus

21. Antradieniais, ketvirtadieniais ir šeštadieniais Tomas visada meluoja, o kitomis savaitės dienomis visada sako tiesą. Vieną dieną Matas paklausė Tomo, kokia šiandien diena. Tomas atsakė, kad šeštadienis. Tada Matas paklausė, kokia diena bus rytoj. Tomas atsakė, jog trečiadienis. Kokią dieną vyko šis pokalbis?

A) Pirmadienį **B)** Antradienį **C)** Trečiadienį **D)** Ketvirtadienį **E)** Penktadienį

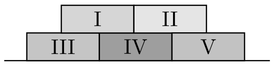
22. Paveikslėlyje dešinėje pavaizduota devynių kaladėlių konstrukcija yra pusiausvira. Vienodai pažymėtos kaladėlės sveria po tiek pat. Kuriame atsakyme kaladėlės išrikiuotos lengvėjimo tvarka?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

23. Trijų skirtingų pirminių skaičių sandauga yra 11 kartų didesnė už jų sumą S. Kokia yra didžiausia galima S reikšmė?
A) 20 **B)** 21 **C)** 25 **D)** 26 **E)** 28

24. Penkios plytos sudėtos, kaip parodyta paveikslėlyje. Vienu ėjimu leidžiama pašalinti bet kurią plytą, ant kurios tuo metu neguli kita plyta. Kiekvieno ėjimo metu Kajus atsitiktinai pasirenka vieną iš plytų, kurias tuo metu leidžiama pašalinti, ir pašalina ją. Kokia tikimybė, kad plyta IV bus pašalinta trečiuoju ėjimu?

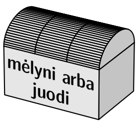


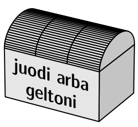
A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{5}$ **D)** $\frac{1}{6}$ **E)** $\frac{1}{8}$

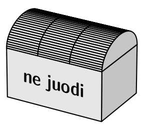
25. Keletas paukščių tupi ant keturių horizontalių laidų. Tarp jų yra paukščiai Kar, Čik, Cypt ir Vypt. Aukščiau nei Kar tupi 10 paukščių, o aukščiau nei Čik – 25, žemiau nei Cypt – 5, o žemiau nei Vypt – 2. Aukščiau nei Vypt tupinčių paukščių skaičius yra lyginis. Kiek iš viso paukščių tupi ant šių keturių laidų?
A) 27 **B)** 30 **C)** 32 **D)** 37 **E)** 40

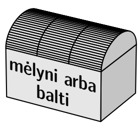
26. Gerda turi geltonų, raudonų, juodų, mėlynų ir baltų rutuliukų, kuriuos laiko penkiose skrynelėse. Kiekvienoje skrynelėje visi rutuliukai yra vienos spalvos. Paveikslėlyje matome ant kiekvienos skrynelės užrašytą teisingą teiginį apie joje esančius rutuliukus. Gerdos sesuo Elena nori sužinoti, kurioje skrynelėje yra geltoni rutuliukai. Ji gali atidaryti lygiai vieną skrynelę ir sužinoti, kokios spalvos rutuliukai yra jos viduje. Kurią skrynelę Elena turi atidaryti, kad garantuotai žinotų, kurioje skrynelėje yra geltoni rutuliukai?

A) 

B) 

C) 

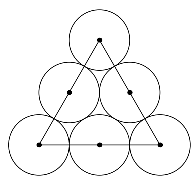
D) 

E) 

27. Dvylikai brolių, juodvarniais lakstančių, sesuo pasiuvo 6 baltus ir 6 žalius marškinius. Radusi brolių buveinę, sesuo turi palikti kiekvienam broliui ant lovos po marškinius. Yra trys brolių poros, kuriose vienas brolis turi gauti tos pačios spalvos marškinius kaip kitas, o likusių 6 brolių marškiniai gali būti bet kokių spalvų. Kiek yra skirtingų būdų parinkti marškinių spalvas visiems broliams juodvarniams?
A) 72 **B)** 86 **C)** 92 **D)** 102 **E)** 132

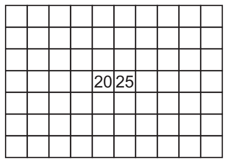
28. Užrašius skaitmenis 1, 2, 3, 4, 5, 6 tam tikra tvarka, gautas šešiaženklis skaičius $\overline{ABCDEF}$. Jo fragmentai A, $\overline{AB}$, $\overline{ABC}$, $\overline{ABCD}$, $\overline{ABCDE}$ ir $\overline{ABCDEF}$ dalijasi atitinkamai iš 1, 2, 3, 4, 5 ir 6. Kokios yra visos galimos skaitmens F reikšmės?
A) Tik 2 **B)** Tik 4 **C)** Tik 6 **D)** 2 ir 4 **E)** 4 ir 6

29. Šešiuose skrituliuose tam tikra tvarka po vieną įrašyti skaičiai 1, 2, 3, 4, 5, 6 (žr. pav.). Trijų skaičių ties kiekviena trikampio kraštine suma yra tokia pati. Trijų skaičių ties trikampio viršūnėmis suma lygi s. Kiek yra galimų s reikšmių?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

30. Kiekviename 7×10 lentelės langelyje įrašytas skaičius. Paveikslėlyje parodyti įrašytieji skaičiai 20 ir 25. Lentelėje kiekvieno 3×4 arba 4×3 stačiakampio 12 skaičių suma lygi 0. Kokia yra lentelės visų 70 skaičių suma?



A) -45 **B)** -25 **C)** -20 **D)** -5 **E)** Neįmanoma nustatyti

Eksperto uždavinių sprendimai

1. (B) 91

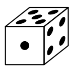
! Po 45^2 pirmas tinkamas metų skaičius yra 46^2. Toks jis bus, praėjus $x = 46^2 - 45^2$ metų. Atsakymą greitai rasime, pritaikę kvadratų skirtumo formulę:

$$x = (46 + 45)(46 - 45) = 91 \cdot 1 = 91.$$

2. (B) 18

! Atkreipkime dėmesį, jog po vieną kvadratą yra užklijuota ant kiekvienos kubo briaunos, be to po vieną pilną kvadratą priklijuota ant kiekvienos sienos. Kubas turi 6 sienas ir 12 briaunų, taigi iš viso priklijuota $6 + 12 = 18$ kvadratų.

Teisingas atsakymas **B**.

3. (A) 

? Kauliuke **B** prieš 5 akutes turi būti 2, o 2 yra greta.

Kauliuke **C** prieš 1 akutę turi būti 6, o 6 yra greta.

Kauliuke **D** prieš 3 akutes turi būti 4, o 4 yra greta.

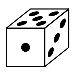
Kauliuke **E** prieš 5 akutes turi būti 2, o 2 akutės yra greta.

Renkamės atsakymą **A**.

! Pasitikrinkime, ar įmanoma kauliuką **A** padaryti standartiniu. Jeigu prieš 1 pažymėsime 6 akutes, prieš 4 – 3 akutes, prieš 5 – 2 akutes, tai kauliukas bus standartinis.

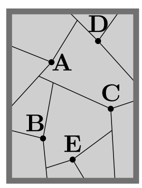
!! Įdomiausia, kad du standartiniai kauliukai nebūtinai bus vienodi. Iš tikrųjų, padėkime ant stalo kauliuką taip, kad 1 akutė būtų priešakinėje sienoje, tada 6 akutės bus užpakalinėje sienoje. Dabar paverskime kauliuką taip, kad priešakinė ir užpakalinė sienos liktų tos pačios, o 2 akutės atsidurtų apatinėje sienoje (tada 5 akutės bus viršutinėje sienoje). O dabar 3 akutės gali atsidurti tiek kairėje sienoje, tiek dešinėje sienoje. Tai būtų du skirtingi kauliukai, ir jų sutapdinti neįmanoma.

Mūsų uždavinyje tai reiškia, kad sąlygoje galima piešti ne kubelį **A**, o jam simetrišką kubelį **A'**:



4. (A) DACBE

! Vienas įtrūkis iš A užsibaigia ties įtrūkiu iš D, todėl langas taške D kliudytas anksčiau nei taške A. Taip pat pastebėkime, kad vienas įtrūkis iš C užsibaigia ties įtrūkiu iš A, vienas įtrūkis iš B – ties įtrūkiu iš C, o vienas įtrūkis iš E – ties įtrūkiu iš B. Vadinasi, vienintelė galima akmenų, kliudžiusių langą, tvarka yra DACBE.



5. (B) 15-oji

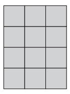
? Tarp bet kurių 7 iš eilės einančių dienų lygiai viena yra ketvirtadienis. Todėl per kovo pirmąsias $14 = 2 \cdot 7$ dienų visada būna lygiai du ketvirtadieniai, tad niekada nebūna kengūradienio.

Tuo tarpu 15 dienų jau gali pakakti. Galima nuspėti, kad kovo pirmoji gali išpulti bet kurią savaitės dieną, įskaitant ketvirtadienį. Pastaruoju atveju ketvirtadieniai bus kovo pirmoji, $1+7=8$-oji ir $8+7=15$-oji dienos. Taigi anksčiausias galimas kengūradienis yra kovo 15-oji.

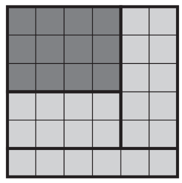
Renkamės atsakymą **B**.

! Užbaikime **?** dalies sprendimą patikrindami, kad kovo pirmoji išties gali būti ketvirtadienis. Metai nuo vienos kovo pirmosios iki kitos trunka 365 dienas arba, jei įsiterpia vasario 29-oji, tai viena diena ilgiau. Kadangi 365 dalijasi iš 7 su liekana 1, tai kovo pirmoji, 2025 m. buvusi šeštadieniu, išpuola sekmadienį 2026 m., pirmadienį – 2027 m., ne antradienį, bet trečiadienį – keliamaisiais 2028 m., ketvirtadienį – 2029 m. (penktadienį – 2030 m., antradienį – 2033 m.).

Mąstant panašiai, tik abstrakčiau, galima įsitikinti, kad kiekviena metų diena (įskaitant atskirą vasario 29 d. atvejį) bent kartais sutampa su kiekviena savaitės diena.

6. (E) 

? Vienos detalės ilgis 6 langeliai, taigi spėjame, kad Nojaus kvadratas yra 6×6. Nukirpus nuo jo juostelę 1×6, lieka stačiakampis 5×6. Nuo jo nukirpus juostelę 5×2, lieka stačiakampis 5×4. Dabar nuo jo nukirpus juostelę 2×4, lieka stačiakampis 3×4, o tai stačiakampis **E**.



Renkamės atsakymą **E**.

! Sąlygos dešinėje pavaizduotų stačiakampių bendras plotas $8 + 10 + 6 = 24$ langeliai. Kadangi ketvirtosios detalės plotas ne mažesnis už 5 langelius ir ne didesnis už 15, tai kvadrato plotas ne mažesnis už 29 ir ne didesnis už 39. Vadinasi, kvadrato kraštinė yra 6 langeliai (5 – per mažai, 7 – per daug). Jo plotas 36, taigi ketvirtosios detalės plotas $36 - 24 = 12$ langelių. Tokios yra tik **D** detalė 6×2 ir **E** detalė 3×4, bet iš karto aišku, kad detalė **D** mums netinka: atkirpus nuo kvadrato 6×6 detalę 6×1 ir 6×2, liks vienas arba du 6 langelių ilgio stačiakampiai gabalai, o iš likusių detalių 2×4 ir 5×2 galima sudėti tik stačiakampį 9×2. Vadinasi, lieka tik atsakymas **E**.

Kad sprendimas taptų išsamus, reikia įsitikinti, kad iš duotų detalių 1×4, 5×2, 5×1 ir **E** detalės 3×4 tikrai galima sudėti kvadratą 6×6. Kaip tai padaryti, matome iš **?** dalies paveikslėlio.

7. **B** 5,50

! Nuplautus skaitmenis pažymėkime A, B, C ir D (žr. dešinėje). Aišku, jog turi galioti nelygybės

$$3 \leqslant A \leqslant B \leqslant C \leqslant D \leqslant 6. \tag{1}$$

Pastebėkime, jog A negali būti lygu 3, nes $3,30 < 3,70$. Analogiškai, $B \neq C$ ir $C \neq D$. Taigi galime patikslinti (1) nelygybių grandinėlę:

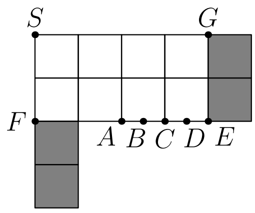
$$3 < A \leqslant B < C < D \leqslant 6. \tag{2}$$

Akivaizdu, jog vienintelis variantas, tenkinantis (2) grandinėlę – tai $A = B = 4$, $C = 5$, $D = 6$. Vadinasi, iš nurodytų kainų lentoje tikrai buvo $5,50$ (tiek kainavo mėsainis su sūriu).

Teisingas atsakymas **B**.

8. **E** E

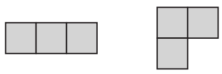
! Kai sujungsime S su vienu iš nurodytų taškų, į abi figūros dalis pateks po du užtušuotus kvadratėlius (žr. dešinėje). Taigi, kad figūra būtų padalyta į vienodo ploto dalis, reikia, kad stačiakampis $SGEF$ būtų padalytas į vienodo ploto dalis. Aišku, jog tuo tikslu tašką S reikia sujungti su E.



Teisingas atsakymas **E**.

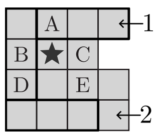
9. **E** E

! Iš 3 kvadratėlių galima sudaryti tiktai tokių formų vientisas dalis:

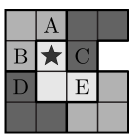


a b

Nesunku pastebėti, kad Joana negalėjo sukarpyti pavaizduotos figūros į formos a dalis. Iš tikro, jei pradėdami nuo kvadratėlio 1 figūrą karpysime į formos a dalis, tai prieisime situaciją, jog kvadratėlis 2 nebegali patekti į tokios formos dalį:



Taigi Joana turėjo sukarpyti figūrą į formos b dalis. Vėlgi, pradėdami nuo kvadratėlio 1, karpykime figūrą. Gausime, jog vienintelis įmanomas sukarpymas yra štai toks:



Taigi kvadratėlis, pažymėtas žvaigždute, bus toje pačioje dalyje su kvadratėliu, pažymėtu raide E.

Teisingas atsakymas **E**.

10. (**B**) 10 cm × 40 cm

? Atmetę viršutinius ir apatinius stačiakampius. matome, kad stačiakampio ilgis lygus keturgubam pločiui, o taip yra tik atveju **B**.

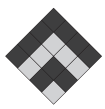
Renkamės atsakymą **B**.

! Matome, kad šeši stačiakampio pločiai sudaro konstrukcijos aukštį 60 cm. Vadinasi, plotis lygus $60 : 6 = 10$ cm. Atmetę viršutinius ir apatinius stačiakampius, matome, kad stačiakampio ilgis lygus keturiems pločiams, t. y. $4 \cdot 10 = 40$ cm. Teisingas atsakymas **B**.

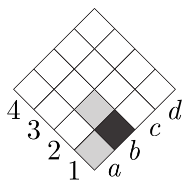
!! Galima būtų patikrinti, ar įmanoma pavaizduotoji konstrukcija. Tada tarpas tarp apatinių stačiakampių būtų $100 - 2 \cdot 40 = 20$ cm, – tikrai labai panašu į dvigubą mūsų stačiakampių plotį. Visi tarpai galėtų būti maždaug tokie: viršuje 10, antrame nuo viršaus „sluoksnyje“ 3, 4 ir 10; trečiame 3, 4 ir 7, ketvirtame 3, 10 ir 4; penktame vėl 3, 7 ir 7. Po juo apatinis dešinysis stačiakampis būtų išlindęs į dešinę

$$100 - 10 - 3 - 10 - 7 - 40 - 7 - 10 = 13, -$$

labai panašu į vaizdą paveikslėlyje.

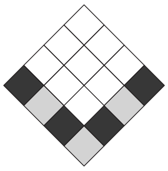
11. (**D**) 

? Sužymėkime piramidės pagrindo kubelius taip:

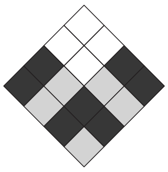


Kubelis $b2$ pilkas, nes jį liečia sąlygoje pavaizduotasis juodasis kubelis. Todėl kubelis $b1$ juodas (jį liečia kubelis $b2$), o kubelis $a1$ pilkas (jį liečia $b1$). Tokius juos matome tik atsakyme **D**, jį ir renkamės.

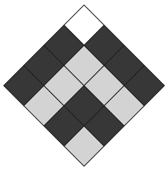
! Galime sakyti, kad piramidė turi 4 pakopas – tik jas iš viršaus ir matome. Kiekvienos pakopos gretimų kvadratėlių spalva keičiasi, todėl pirma pakopa atrodo taip:



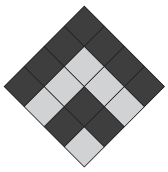
Nuspalvinus antrą pakopą, vaizdas bus toks:



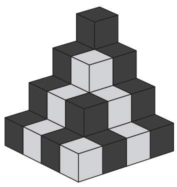
Nuspalvinę trečią pakopą turėsime:



Nuspalvinę ketvirtą pakopą (t. y. viršutinį kubelį), turėsime



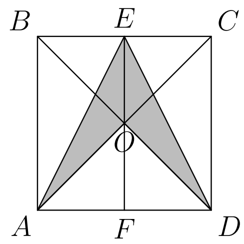
Tai ir yra paveikslėlis **D**.
Visa piramidė iš šono atrodys šitaip:



Teisingas atsakymas **D**.

12. (B) 25 cm^2

! Viso kvadrato plotas $S_{ABCD} = 10 \cdot 10 = 100$ cm^2, taigi stačiakampio $ABEF$ plotas lygus $100 : 2 = 50$ cm^2. Vadinasi, trikampio ABE plotas $S_{\triangle ABE} = 50 : 2 = 25$ cm^2. Analogiškai gauname, jog $S_{\triangle DCE} = 25$ cm^2. Be to, $S_{\triangle AOD} = S_{ABCD} : 4 = 25$ cm^2. Taigi



$$S_{AEDO} = S_{ABCD} - S_{\triangle ABE} - S_{\triangle DCE} - S_{\triangle AOD} = 100 - 25 - 25 - 25 = 25 \text{ cm}^2.$$

Teisingas atsakymas **B**.

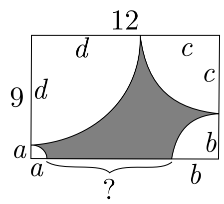
13. (A) 6

! Ieškomą skaičių pažymėkime x. Pirmajame maiše ant rutulių užrašytų skaičių vidurkis lygus $\frac{1+2+6+7+10+11+12}{7} = 7$, todėl $x < 7$. Antrajame maiše ant rutulių užrašytų skaičių vidurkis lygus $\frac{3+4+5+8+9}{5} = 5{,}8$. Todėl $x > 5{,}8$. Vadinasi, $x = 6$.

Teisingas atsakymas **A**.

14. (B) 6

! Apskritimų spindulius pažymėkime a, b, c ir d (žr. pav.). Ieškomos atkarpos ilgis lygus $d+c-(a+b) = 12-(a+b)$. Stačiakampio dviejų trumpesniųjų kraštinių ilgių suma lygi $a+d+b+c = a+b+(d+c) = a+b+12$. Kita vertus, šių kraštinių ilgių suma lygi $2 \cdot 9 = 18$. Todėl $a+b+12 = 18$ ir iš čia randame $a+b = 18-12 = 6$. Taigi, ieškomos atkarpos ilgis lygus $12-(a+b) = 12-6 = 6$.



Teisingas atsakymas **B**.

15. (D) 24

? Skaičius $\overline{80AB} = 8000 + a$ dalijasi iš 8, kai $a = \overline{AB} = 10A + B$ dalijasi iš 8, ir dalijasi iš 9, kai jo skaitmenų suma $8 + A + B$ dalijasi iš 9.

Tikrinant atsakymus, pakanka pastebėti, kad tinka **D)** $24 = A \cdot B$, kur $A = 6$, $B = 4$. Tada $a = 64$ dalijasi iš 8, o $8 + A + B = 18$ – iš 9.

Renkamės atsakymą **D**.

! Kartu su duotuoju skaičiumi $n = \overline{80AB}$ iš 9 dalijasi ir jo skaitmenų suma $s = 8 + A + B$. Kadangi $s \geqslant 8$ ir $s \leqslant 8 + 9 + 9 < 27$, tai $s = 9$ arba $s = 18$. Taigi $A + B = 1$ arba $A + B = 10$. Be to, n dalijasi iš 8, tad ir iš 2, o skaitmuo B yra lyginis. Liko galimybės

$$\overline{AB} = 10, \quad 82, \quad 64, \quad 46, \quad 28.$$

Kadangi $\overline{AB} = n - 8 \cdot 1000$ dalijasi iš 8, tai tinka tik $\overline{AB} = 64$. Vadinasi, paslėptųjų skaitmenų A ir B sandauga lygi $6 \cdot 4 = 24$.

16. (**A**) 10

! Bendrą slibinų skaičių ūkyje pažymėkime x. Tada aštuongalvių, penkiagalvių ir septyngalvių slibinų yra atitinkamai $x-8$, $x-5$ ir $x-7$. Gauname kitą bendro slibinų skaičiaus išraišką:

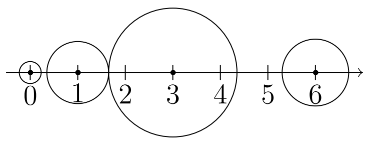
$$(x-8)+(x-5)+(x-7)=3x-20.$$

Vadinasi, $x=3x-20$ ir $x=10$.

!! Penkiagalvių ir septyngalvių slibinų yra 8, aštuongalvių ir septyngalvių yra 5, o aštuongalvių ir penkiagalvių yra 7. Sudėję visus tris skaičius, kiekvieną slibiną priskaičiuosime po du kartus. Todėl dvigubas visų slibinų skaičius yra $8+5+7=20$, ir ūkyje yra $20:2=10$ slibinų.

17. (**B**) 4

? Tarkime, kad apskritimai, kurių centrai yra skaičių tiesės taškai 0, 1, 3 ir 6, nubrėžti reikiamu būdu (nebūtinai taip, kaip parodyta paveikslėlyje), o jų spindulio ilgiai atitinkamai yra r_1, r_2, r_3 ir r_4. Šių ilgių sumą pažymėkime s.



Apskritimai yra vieni kitų išorėje (gali nebent liestis). Intuityviai aišku, kad pirmasis (iš kairės pagal apskritimų centrus) apskritimas visas yra kairėje nuo antrojo – taip pat kaip antrasis nuo trečiojo, o šis nuo ketvirtojo. Ieškodami didžiausios s reikšmės, galime tarti, kad pirmasis apskritimas liečia antrąjį. Priešingu atveju didintume r_1, kol imtų liesti: pirmasis apskritimas vis tiek liktų visas kairėje nuo antrojo, o s tik padidėtų. Analogiškai galime tarti, kad ketvirtasis apskritimas liečia trečiąjį.

Pirmojo ir antrojo apskritimų lietimosi taškas yra skaičių tiesėje, atkarpoje tarp jų centrų – taškų 0 ir 1, nutolęs per r_1 nuo taško 0 ir per r_2 nuo taško 1. Todėl suma r_1+r_2 lygi šios atkarpos ilgiui 1. Analogiškai $r_3+r_4=6-3=3$. Vadinasi, šiuo atveju

$$s=(r_1+r_2)+(r_3+r_4)=1+3=4,$$

o didesnės reikšmės skaičius s įgyti negali.

Renkamės atsakymą **B**.

! Pasitikrinkime, ar **?** dalyje teisingai nusprendėme, kad pirmasis apskritimas visas yra kairėje nuo antrojo (galbūt liečia jį; patikrinimas kitoms apskritimų poroms analogiškas). Šie apskritimai kerta skaičių tiesę atitinkamai taškuose $\pm r_1$ ir $1 \pm r_2$. Taškas $1 - r_2$ negali būti pirmojo apskritimo viduje, todėl $1 - r_2 \notin (-r_1; r_1)$. Analogiškai $r_1 \notin (1 - r_2; 1 + r_2)$. Jei $r_1 > 1 - r_2$, tai $-r_1 \geqslant 1 - r_2$ ir $r_1 \geqslant 1 + r_2$. Tačiau sudėję šias nelygybes, gauname prieštarą: $0 \geqslant 2$. Vadinasi, $r_1 \leqslant 1 - r_2$, ir mūsų intuicija **?** dalyje buvo teisinga: pirmasis apskritimas, visas būdamas kairėje nuo savo vertikalios liestinės taške r_1, yra visas kairėje ir nuo antrojo apskritimo vertikalios liestinės taške $1 - r_2$, taigi ir nuo antrojo apskritimo.

Sprendimą galime užbaigti ir kitaip nei **?** dalyje. Žinome, kad nelygybė $r_1 \leqslant 1 - r_2$ yra būtina, kad du nagrinėtieji apskritimai būtų vienas kito išorėje, bet ji ir pakankama, kad pirmasis visas būtų kairėje nuo antrojo (galbūt liesdamas jį). Taigi ekvivalenti nelygybė $r_1 + r_2 \leqslant 1$ kartu su analogiškomis nelygybėmis $r_2 + r_3 \leqslant 2$ ir $r_3 + r_4 \leqslant 3$ nusako visus teigiamų skaičių r_i ketvertus, tenkinančius uždavinio sąlygą (keturi apskritimai su duotais centrais vieni kitų išorėje). Šias tris nelygybes galima apibendrinti tokiu teiginiu: du apskritimai yra vienas kito išorėje (galbūt liesdamiesi) tada ir tik tada, kai jų spindulio ilgių suma yra ne didesnė už atstumą tarp jų centrų. Nelygybė $s \leqslant 4$ yra pirmosios ir trečiosios nelygybių suma. Lengva rasti tinkamą r_i ketvertą, kuriam $s = 4$. Pavyzdžiui, tinka $r_1 = r_2 = 0{,}5$, $r_3 = r_4 = 1{,}5$.

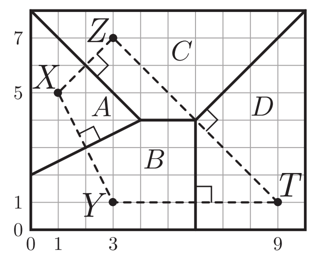
18. (E) 10

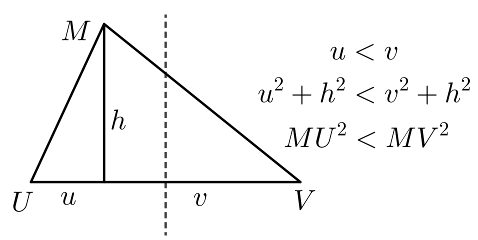
! Net nežinant rutulio tūrio formulės $\frac{4}{3}\pi r^3$, galima suvokti, kad k kartų sumažinus rutulio spindulį, tūris sumažėja k^3 kartų. Taip būtų su bet kokia erdvine figūra, kurios tiesinius matmenis sumažinę k kartų gautume panašią (tos pačios formos, bet nebūtinai to paties dydžio) figūrą.

Taigi siūlų kamuolio spinduliui sumažėjus du kartus, jo tūris sumažėjo $2^3 = 8$ kartus. Senelei liko $\frac{1}{8}$ siūlų, tad sunaudojo $\frac{7}{8}$ jų. Siūlų liko 7 kartus mažiau, nei sunaudota 70-iai kojinių. Vadinasi, iš likusių siūlų senelė gali numegzti $70 : 7 = 10$ kojinių.

19. (C) $(1; 5)$

? Tarkime, kad sričių A, B, C ir D mokyklos yra atitinkamai taškuose X, Y, Z ir $T(9; 1)$. Sričių B ir D taškai atitinkamai yra arčiau Y nei T ir arčiau T nei Y. Galima nuspėti, kad šių sričių bendros atkarpos taškai yra vienodai nutolę nuo Y ir T, taigi taškai Y ir T yra simetriški jos atžvilgiu. Taip gauname $Y(3; 1)$. Analogiškai nagrinėjant sritis A ir B bei jų bendrą atkarpą, galima įžvelgti, kad X turėtų būti taškas $(1; 5)$, simetriškas $Y(3; 1)$ tos atkarpos atžvilgiu. Dėl visa ko galima pasitikrinti: analogiškai nagrinėjant sritis C ir D, o tada A ir C, gaunamas taškas $Z(3; 7)$ ir tada – tas pats taškas $X(1; 5)$ (žr. pav. kairėje).



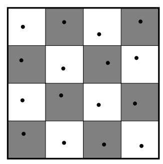


! Plokštumoje turint taškus U ir V, atkarpos UV vidurio statmuo dalija plokštumą į dvi pusplokštumes: vienoje yra taškas U, kitoje V. Paties vidurio statmens taškai yra vienodai nutolę nuo U ir V. Pirmosios pusplokštumės taškai yra arčiau U nei V (pavyzdžiui, pagal Pitagoro teoremą – žr. pav. dešinėje), o antrosios – analogiškai yra arčiau V nei U. Taigi kiekviena sritis gaunama, mokyklą sujungus atkarpomis su likusiomis trimis, nubrėžiant tų atkarpų vidurio statmenis ir imant atitinkamų pusplokštumių, kuriose yra ši mokykla, sankirtos dalį, esančią Užmoksliškėse – duotajame 10×8 stačiakampyje. Mokykla yra savo srityje, o stačiakampio viduje sritį riboja atitinkami vidurio statmenys, kurių atžvilgiu tai mokyklai simetriškos kitos.

Vadinasi, trijų mokyklų taškai vienareikšmiškai nustatomi taip, kaip **?** dalyje. Tašką, atkarpos atžvilgiu simetrišką duotajam, kaskart galima nustatyti pasitelkus vaizduotę. Tačiau galima mąstyti tiksliau. Pavyzdžiui, gavę tašką $Y(3;1)$, pastebėkime, kad sričių A ir B bendrą atkarpą l sudaro 2×1 stačiakampių įstrižainės. Todėl l statmena tokių pačių, tik $90°$ kampu pasuktų stačiakampių įstrižainėms, jungiančioms taškus $(3;1)$, $(2;3)$ ir $(1;5)$, o taškai $(1;5)$ ir $Y(3;1)$ yra simetriški l atžvilgiu. Būdamas srityje A, taškas $(1;5)$ ir yra ieškomas taškas X.

20. **B** 14

! Vienu šuoliu kengūra visada nušoka iš balto langelio į pilką arba atvirkščiai, taigi dviem šuoliais iš savo langelio visada nušoka į tos pačios spalvos langelį. Todėl po varpo $100 = 50 \cdot 2$ dūžių baltuose ir pilkuose langeliuose užtikrintai bus po tiek pat kengūrų kaip pradžioje – po 8. Kengūros užims mažiausiai du – baltą ir pilką – langelius, o tuščių langelių bus ne daugiau nei $16 - 2 = 14$.



Kita vertus, kiekviena iš 8 „baltalangių“ kengūrų gali, vos kelis kartus atlikusi po du šuolius, atsidurti kairiajame viršutiniame (baltame) langelyje, o po to kiekvienais dviem šuoliais vis į jį sugrįžti. Tada po 100 dūžių šios 8 kengūros bus viename langelyje, o likusios 8 kengūros analogiškai gali visos atsidurti kitame (pilkame). Vadinasi, $16 - 2 = 14$ langelių po 100 dūžių gali likti tušti, ir tai yra didžiausias tuščių langelių skaičius, kurį galima gauti.

21. **D** Ketvirtadienį

! Tomo atsakymai prieštarauja vienas kitam. Vadinasi, pokalbis vyko kažkurią iš tų dienų, kai Tomas meluoja, t.y. antradienį, ketvirtadienį arba šeštadienį. Kartu tai reiškia, jog *abu* Tomo atsakymai klaidingi, nes melavimo dienomis jis vien tik meluoja. Taigi pokalbis negalėjo vykti nei antradienį (nes rytojaus diena negalėjo būti trečiadienis), nei šeštadienį. Vadinasi, pokalbis vyko ketvirtadienį.

Teisingas atsakymas **D**.

22. Ⓐ ■▦⊠

! Kadangi konstrukcija yra pusiausvira, tai gauname tokią svorių lygybę:

$$▦ + ▦ + ■ + ⊠ = ⊠ + ⊠ + ⊠ + ⊠ + ■.$$

Iš abiejų šios lygybės pusių atmetę kaladėlę ■ bei po vieną kaladėlę ⊠, gauname, jog 2 kaladėlės ▦ sveria tiek pat, kiek 3 kaladėlės ⊠:

$$▦ + ▦ = ⊠ + ⊠ + ⊠.$$

Vadinasi, viena kaladėlė ▦ yra sunkesnė už vieną ⊠. Kita vertus, kairioji konstrukcijos lėkštelė irgi pusiausvira, taigi

$$▦ + ▦ = ■ + ⊠.$$

Iš čia matome: kadangi kaladėlė ⊠ lengvesnė už ▦, tai ■ turi būti sunkesnė už ▦. Taigi kaladėlių išrikiavimas lengvėjimo tvarka yra toks:

$$■; \quad ▦; \quad ⊠.$$

Teisingas atsakymas **A**.

23. Ⓓ 26

! Trijų pirminių skaičių sandauga dalijasi iš pirminio skaičiaus 11. Todėl vienas iš jų dalijasi iš 11, o būdamas pirminis, pats lygus 11. Kitus du pirminius skaičius pažymėkime p ir q. Tada

$$11pq = 11S = 11(p + q + 11), \qquad pq = p + q + 11, \qquad q(p-1) = p + 11 = (p-1) + 12.$$

Gauname skaičiaus 12 skaidinį

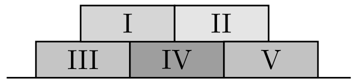
$$12 = q(p-1) - (p-1) = (p-1)(q-1).$$

Čia $p - 1$ ir $q - 1$ yra sveikieji teigiami skaičiai $(p,\, q \geqslant 2)$. Nemažindami bendrumo galime tarti, kad $p - 1 < q - 1$ (duota, kad $p \neq q$). Skaičius 12 turi tik tris tokius skaidinius:

$$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4; \qquad \text{atitinkamai} \quad (p, q) = (2, 13), \quad (3, 7), \quad (4, 5).$$

Uždavinio sąlygą tenkina tik dvi gautos poros (p, q), o trečiuoju atveju skaičius $p = 4$ sudėtinis. Iš vienintelių galimų S reikšmių $2 + 13 + 11 = 26$ ir $3 + 7 + 11 = 21$ didžiausia yra 26.

24. (**D**) $\frac{1}{6}$



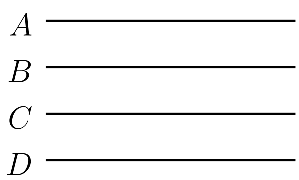
! Jei visi būdai nuimti plytas būtų vienodai tikėtini, tai ieškoma tikimybė būtų lygi tinkamų būdų skaičiaus ir bendro būdų skaičiaus santykiui (žr. 2025 m. Junioro grupės 24 uždavinį). Tačiau čia neturime pagrindo taip manyti: Kajus atsitiktinai renkasi ne vieną iš būdų nuimti plytas, bet kiekvieno ėjimo metu – vieną iš leidžiamų nuimti plytų. Uždavinį spręsime kitaip.

Pirmuoju ėjimu nuimama viena iš plytų I ir II. Prieš nuimant plytą IV, turi būti nuimta ir antroji iš jų. Todėl yra du (nesutaikomi) įvykiai, kai trečiuoju ėjimu nuimama plyta IV: juos nusako pirmųjų trijų nuimamų plytų sekos (I, II, IV) ir (II, I, IV).

Renkantis atsitiktinai tarp plytų I ir II, tikimybė pirmąją nuimti plytą I lygi $p_1 = \frac{1}{2}$. Ją nuėmęs, Kajus rinksis tarp plytų II ir III, ir plytą II nuims vėlgi su tikimybe $p_2 = \frac{1}{2}$. Taip nutikus, trečiuoju ėjimu galės nuimti bet kurią iš trijų likusių plytų, taigi plytą IV nuims su tikimybe $p_3 = \frac{1}{3}$. Tikimybės p_2 ir p_3 sąlyginės – gaunamos tarus, kad ankstesniais ėjimais jau nuimtos tam tikros plytos. Įvykio (I, II, IV) tikimybė lygi $p_1 p_2 p_3 = \frac{1}{12}$. Dėl simetrijos įvykio (II, I, IV) tikimybė tokia pati, o ieškoma įvykio $(*, *, \mathrm{IV}, *, *)$ tikimybė lygi $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$.

25. (**A**) 27

! Laidus pagal jų aukštį pažymėkime A, B, C ir D, kur A laidas yra aukščiausiai, o D – žemiausiai:

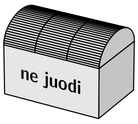


Kadangi aukščiau negu Kar tupi 10 paukščių, tai Kar tupi ant B laido arba žemiau. Aukščiau Čik tupi 25 paukščiai, todėl Čik tupi ant C laido arba ant D laido. Žemiau nei Vypt tupi 2 paukščiai, todėl Vypt tupi ant C laido arba aukščiau. Taigi, Vypt tupi ne žemiau nei Čik. Be to, Vypt ir Čik negali tupėti ant to paties laido, nes aukščiau nei Vypt tupinčių paukščių skaičius yra lyginis. Vadinasi, Vypt tupi aukščiau nei Čik. Kadangi žemiau nei Cypt tupi 5 paukščiai, tai Cypt tupi aukščiau nei Vypt.

Tarkime, kad Cypt tupi ant A laido. Kadangi aukščiau nei Čik tupi 25 paukščiai, o aukščiau nei Kar tupi 10 paukščių, tai žemiau nei Cypt tupi ne mažiau negu $25 - 10 = 15$ paukščių. Prieštara. Vadinasi, Cypt negali tupėti ant A laido.

Taigi, gavome, kad Vypt tupi aukščiau nei Čik, Cypt tupi aukščiau nei Vypt ir Cypt tupi ant B laido arba žemiau. Kadangi iš viso yra 4 laidai, tai Čik tupi ant D laido, Vypt tupi ant C laido, o Cypt ir Kar tupi ant B laido. Aukščiau nei Čik tupi 25 paukščiai, o žemiau nei Vypt tupi 2 paukščiai. Vadinasi, iš viso ant keturių laidų tupi $25 + 2 = 27$ paukščiai.

Teisingas atsakymas **A**.

26. (D) 

! Tarkime, kad Elena atidarė D skrynelę. Jei D skrynelėje yra geltoni rutuliukai, tai Elena iš karto juos ras. Jei D skrynelėje yra raudoni rutuliukai, tai geltoni rutuliukai yra A skrynelėje. Jei D skrynelėje yra mėlyni rutuliukai, tai B skrynelėje yra juodi rutuliukai, o C skrynelėje – geltoni. Jei D skrynelėje yra balti rutuliukai, tai E skrynelėje yra mėlyni, B skrynelėje yra juodi, o C skrynelėje – geltoni. Vadinasi, Elena, atidariusi D skrynelę, garantuotai žinos, kurioje skrynelėje yra geltoni rutuliukai.

Lieka įsitikinti, kad atidariusi bet kurią kitą skrynelę, Elena nežinos, kurioje skrynelėje garantuotai yra geltoni rutuliukai. Iš tikrųjų, nagrinėkime tris variantus sudėti rutuliukus į skryneles:

Variantai\skrynelės	A)	B)	C)	D)	E)
I	raudoni	mėlyni	juodi	geltoni	balti
II	geltoni	mėlyni	juodi	raudoni	balti
III	raudoni	juodi	geltoni	mėlyni	balti

Atidariusi A skrynelę ir joje radusi raudonus rutuliukus, Elena nežinos, kurioje skrynelėje garantuotai yra geltoni rutuliukai (žr. I ir III variantus lentelėje). Panašiai galima įsitikinti, kad atidariusi B, C arba E skrynelę, Elena nežinos, kurioje skrynelėje garantuotai yra geltoni rutuliukai (žr. I ir II variantus lentelėje).

Teisingas atsakymas **D**.

27. (C) 92

! Yra trys ypatingos brolių poros. Žali marškiniai gali tekti trims, dviem, vienai arba nė vienai iš jų. Pirmuoju ir ketvirtuoju atvejais likusiems 6 broliams tektų atitinkamai vien balti arba vien žali marškiniai – turime po vieną būdą parinkti spalvas. Antruoju atveju parinkti spalvas reikštų pasirinkti dvi iš trijų porų, kurioms teks 4 žali marškiniai (3 galimybės), ir du iš likusių 6 brolių, kuriems teks likę dveji žali marškiniai ($C_6^2 = \frac{6\cdot 5}{2} = 15$ galimybių). Gauname $3\cdot 15 = 45$ būdus parinkti spalvas. Likęs trečiasis atvejis analogiškas antrajam, tik spalvos sukeičiamos vietomis. Turime dar 45, o iš viso $2+45\cdot 2 = 92$ būdus parinkti marškinių spalvas broliams.

28. B Tik 4

! Skaičiai $\overline{AB}$, $\overline{ABCD}$, $\overline{ABCDEF}$ dalijasi iš 2, 4 arba 6, todėl yra lyginiai. Taigi jie baigiasi lyginiais skaitmenimis B, D, F, ir šie tam tikra tvarka lygūs 2, 4, 6. Likę skaitmenys A, C, E tegali būti nelyginiai, o skaičiaus 5 kartotinis $\overline{ABCDE}$ baigiasi skaitmeniu 5. Vadinasi,

$$\{B,\, D,\, F\} = \{2,\, 4,\, 6\}, \qquad E = 5, \qquad \{A,\, C\} = \{1,\, 3\}.$$

Nagrinėkime $\overline{ABC}$ ir $\overline{ABCD}$ dalumą. (Galima įsitikinti, kad kitų keturių $\overline{ABCDEF}$ fragmentų reikiamą dalumą jau užsitikrinome.) Kartu su $\overline{ABC}$ iš 3 dalijasi skaitmenų suma

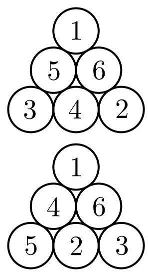
$$A + B + C = (A + C) + B = (1 + 3) + B = 4 + B.$$

Čia $B = 2$, 4 arba 6. Tinka tik $B = 2$. Taigi $F = 4$ arba 6. Paskubėtume pasirinkę atsakymą **E**: reikia dar atsižvelgti į tai, kad $\overline{ABCD} = \overline{AB} \cdot 100 + \overline{CD} = \overline{AB} \cdot 25 \cdot 4 + \overline{CD}$ dalijasi iš 4. Taigi $\overline{CD}$ dalijasi iš 4. Čia $C = 1$ arba 3, o $D = 4$ arba 6. Iš 4 nesidalija 14 ir 34, tad $D = 6$, o vienintelė galima F reikšmė yra 4 (ir $\overline{ABCDEF} = 123\,654$ arba $321\,654$).

29. D 4

! Trijų skaičių ties kiekviena trikampio kraštine sumą pažymėkime S. Visų trijų tokių sumų suma yra 9 skaičių suma, gaunama imant visus 6 skaičius skrituliuose, o tris skaičius ties trikampio viršūnėmis – dar po vieną kartą. Taigi

$$3S = (1 + 2 + \ldots + 6) + s = 21 + s, \qquad s = 3S - 21 = 3(S - 7).$$

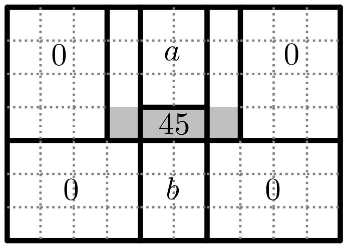


Skaičius s dalijasi iš 3, ir $1 + 2 + 3 \leqslant s \leqslant 4 + 5 + 6$. Taigi $s = 6$, 9, 12 arba 15.

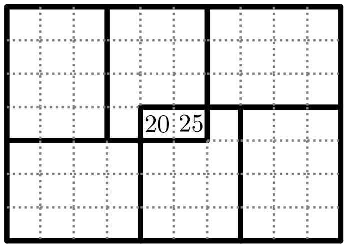
Šios keturios s reikšmės įmanomos. Pirmosios dvi – atitinkamai įrašius ties trikampio viršūnėmis tris mažiausius skaičius 1, 2, 3 arba nelyginius skaičius 1, 3, 5, o tada kitus skritulius užpildžius pagal sąlygą $3S = 21 + s$ (žr. pav.). Reikšmės 15 ir 12 analogiškai gaunamos, ties trikampio viršūnėmis įrašius tris didžiausius arba lyginius skaičius. Tačiau to neprireiks pastebėjus: vietoj s gauname $21 - s$, skrituliuose kiekvieną skaičių x pakeitę į $7 - x$ (toks skaičių surašymas vėl tinkamas).

30. (A) -45

! Ieškomą sumą pažymėkime s. Padalykime lentelę į stačiakampius ir įrašykime jų skaičių sumas kaip viršutiniame paveikslėlyje. Nagrinėkime 4×4 kvadratą, kurio apatinė eilutė nudažyta pilkai. Jos skaičių sumą pažymėkime c. Kvadrato baltosios srities skaičių suma lygi 0, todėl jo visų skaičių suma yra c. Tada $s = b + c$. Dėl simetrijos analogiškai gaunama, kad $s = a + c$. Pašalinus kvadrato kairiausią stulpelį, likusių skaičių suma lygi 0. Todėl ir šio stulpelio skaičių suma lygi c. Vadinasi, $c + a + 45 = 0$ ir $s = a + c = -45$.



!! Ieškomą sumą pažymėkime s. Lentelėje nubrėžkime šešis 3×4 ir 4×3 stačiakampius (apatinis pav.). Du iš jų persidengia dviem langeliais. Užrašius kiekvieno stačiakampio 12 skaičių, gaunami lentelės visi 70 skaičių, tik persidengimo skaičiai 20 ir 25 užrašomi po antrą kartą. Visus 72 skaičius sudėjus, gaunama suma 0, nes tokios yra šešių stačiakampių skaičių sumos. Taigi $s + 20 + 25 = 0$ ir $s = -45$.



Ekspertas

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	B
2	B
3	A
4	A
5	B
6	E
7	B
8	E
9	E
10	B
11	D
12	B
13	A
14	B
15	D
16	A
17	B
18	E
19	C
20	B
21	D
22	A
23	D
24	D
25	A
26	D
27	C
28	B
29	D
30	A