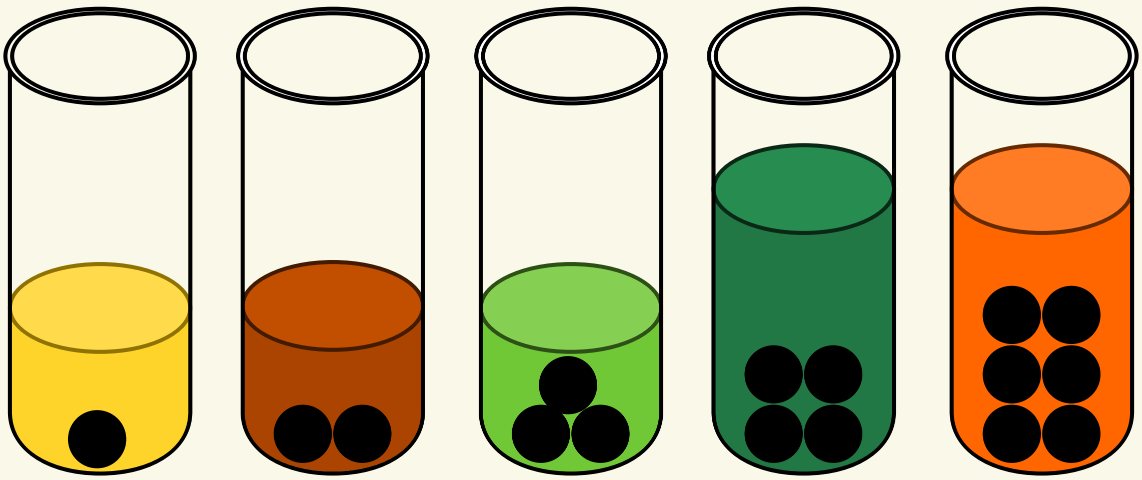
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA

Mažylis

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2025

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2025. Mažylis

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 31300 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2025 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis sprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto rinktis labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2025 metų kovo 20 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylio* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

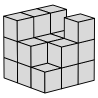
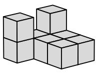
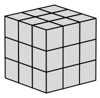
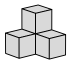
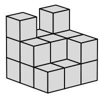
Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

2025 m. *Mažylio* užduočių sąlygos

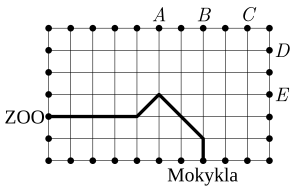
Klausimai po 3 taškus

1. Sofija krauna kubą $3 \times 3 \times 3$ iš mažų kubelių, pridėdama vis po vieną. Skirtingu metu ji padarė 5 nuotraukas. Kaip atrodo ketvirtoji statinio nuotrauka?

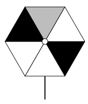
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

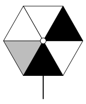
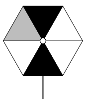
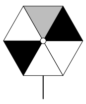
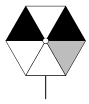
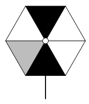
2. Dominyka nori įrašyti keturis skaičius 2, 0, 2, 5 į keturis kvadratėlius $\square + \square - \square + \square$. Kuria tvarka įrašius skaičius, rezultatas bus didžiausias?
A) 0, 2, 2, 5 **B)** 0, 5, 2, 2 **C)** 2, 5, 2, 0 **D)** 5, 0, 2, 2 **E)** 5, 2, 0, 2

3. Paveikslėlyje parodyta, kaip kengūriukas Kengis šokinėja iš mokyklos į ZOO: $\uparrow$ 1, $\nwarrow$ 2, $\swarrow$ 1, $\leftarrow$ 4. Iš ZOO jis šokinėjo taip: $\rightarrow$ 5, $\nearrow$ 2, $\uparrow$ 2. Į kurį tašką pateko Kengis?
A) *A* **B)** *B* **C)** *C* **D)** *D* **E)** *E*

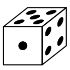
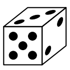
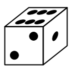


4. Olivija žaidžia su vėjo malūnėliu (žr. paveikslėlį dešinėje). Malūnėlis pasisuko. Kuris malūnėlis Olivijos?

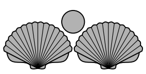
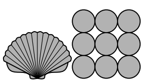
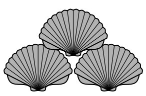
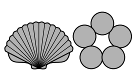
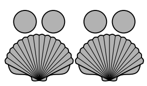


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

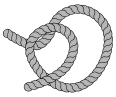
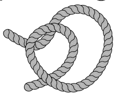
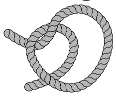
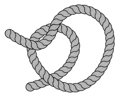
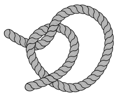
5. Standartinio žaidimo kauliuko bendras dviejų priešingų sienų taškų skaičius visada yra 7. Vienas iš pavaizduotų kauliukų yra standartinis. Kuris?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

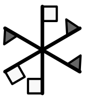
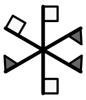
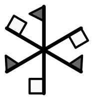
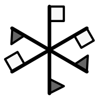
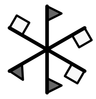
6. Mykolas ir Jorė žaidžia parduotuvę, o atsiskaito kriauklelėmis ir rutuliukais. Kiekvienos kriauklelės vertė 6, o kiekvieno rutuliuko vertė 1. Kurio iš rinkinių vertė lygi 16?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

7. Kuri iš virvučių, patempus už galų, susimegs mazgu?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

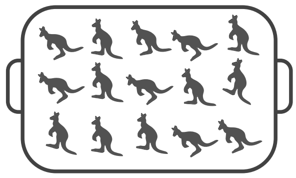
8. Julius turi tris detales:  . Kurį iš žemiau pavaizduotų sukučių jis gali surinkti?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Klausimai po 4 taškus

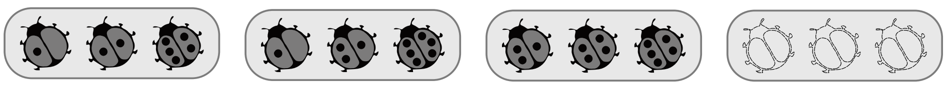
9. Prieš trejus metus bendras Onos ir Jono amžius buvo 6 metai. Dabar Onai 7 metai. Kiek dabar metų Jonui?
A) 1 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 11

10. Adelė, Emilija ir Matas lėkštėse turi „kengūriškų“ sausainių.



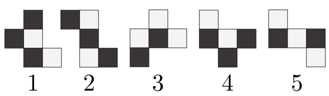
Šalia stovi padėklas su 15 sausainių. Adelė visus sausainius nuo padėklo išdėliojo į lėkštes taip, kad kiekvienoje lėkštėje sausainių pasidarė po lygiai. Kiek sausainių ji padėjo į savo lėkštę?
A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8

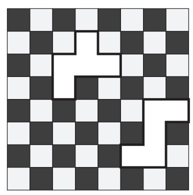
11. Šešios boružės turi atitinkamai 1, 2, 3, 4, 5 arba 6 taškelius. Morta padarė keturias nuotraukas, po tris boružes kiekvienoje. Kiekviena boružė pateko į nuotrauką tiek pat kartų. Paveikslėlyje matome tris nuotraukas ir ketvirtosios nuotraukos kontūrus. Kiek iš viso taškelių kartu turi boružės ketvirtoje nuotraukoje?



A) 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 23

12. Lukas nori užbaigti dėlionę (žr. pav. dešinėje), kad susidarytų šachmatų lenta. Jam liko penkios detalės. Kurių dviejų detalių jam prireiks?

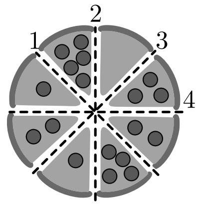




A) 1 ir 2 **B)** 1 ir 5 **C)** 3 ir 4 **D)** 3 ir 5 **E)** 4 ir 5

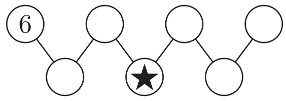
13. Amelija zoologijos sode šeria 6 avis – 5 dideles ir vieną mažą. Visoms avims ji išdalijo 210 gramų sauso maisto. Kiekvienai didelei aviai teko po tiek pat maisto, o mažoji gavo dukart tiek. Kiek gramų maisto atiteko mažajai aviai?
A) 55 **B)** 60 **C)** 70 **D)** 75 **E)** 80

14. Tomas nori perpjauti picą pusiau išilgai kurios nors iš nurodytų tiesių 1, 2, 3, 4. Bet jis nori, kad kiekvienoje picos pusėje dešros riekelių būtų tiek pat. Įsitikino, kad tai padaryti galima dviem būdais, t. y. dviem skirtingais pjūviais. Išilgai kurių tiesių jis gali pjauti?



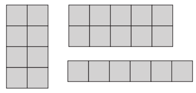
A) 1 arba 3 **B)** 1 arba 4 **C)** 2 arba 3 **D)** 2 arba 4 **E)** 3 arba 4

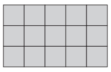
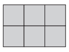
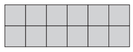
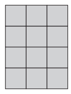
15. Marija į skrituliukus įrašė po vieną skaičių: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Skaičius kiekviename apatiniame skritulyje lygus sujungtų su juo dviejų viršutinių skritulių skaičių sumai. Koks skaičius įrašytas vietoj žvaigždutės ★?



A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 7

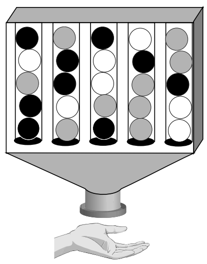
16. Nojus iš keturių stačiakampių sudėjo kvadratą. Trys iš jų pavaizduoti paveikslėlyje dešinėje. Kuris iš žemiau pavaizduotų stačiakampių yra ketvirtoji to kvadrato dalis?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

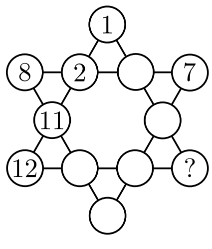
Klausimai po 5 taškus

17. Kai į automatą įmetame vieną monetą, iš automato apatinės eilės iškrenta vienas rutuliukas, tik nežinia kuris. Koks yra mažiausias skaičius monetų, kurias Vytas turės įmesti į automatą, kad būtų tikras, jog tarp iškritusių iš automato rutuliukų bus bent vienas baltas?



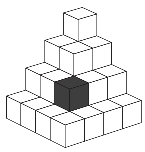
A) 1 **B)** 2 **C)** 5 **D)** 11 **E)** 12

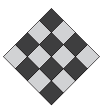
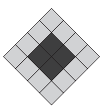
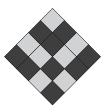
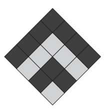
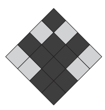
18. Skaičius nuo 1 iki 12 reikia taip įrašyti į paveikslėlio skrituliukus, kad kiekvienoje tiesėje įrašytų skaičių suma būtų ta pati. Kai kurie skaičiai jau įrašyti. Koks skaičius turi būti įrašytas vietoje klaustuko?



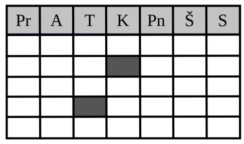
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 10

19. Luknė sukrovė iš juodų ir pilkų kubelių piramidę. Kubelius ji sudėjo taip, kad tos pačios spalvos kubeliai nesiliestų sienomis. Paveikslėlyje pavaizduotas vienas iš juodųjų kubelių. Kaip Luknės piramidė atrodo iš viršaus?



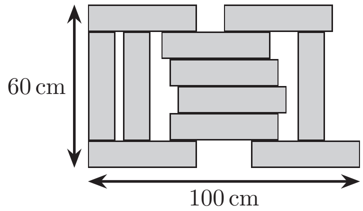
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

20. Paveikslėlyje pavaizduotas kalendoriaus vieno mėnesio lapelis be įrašytų mėnesio dienų. Dviejų skaičių, esančių užtušuotuose langeliuose ir reiškiančių mėnesio dienas, suma lygi 29. Kuri savaitės diena buvo šio mėnesio pirmoji diena?



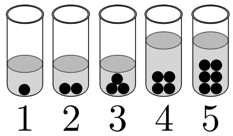
A) Ketvirtadienis **B)** Sekmadienis **C)** Pirmadienis
D) Antradienis **E)** Trečiadienis

21. Benas nupiešė konstrukciją iš 11 vienodų stačiakampių (žr. pav.). Konstrukcijos ilgis yra 100 cm, plotis 60 cm. Kokie yra kiekvieno stačiakampio matmenys?



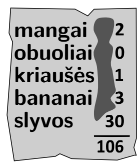
A) 8 cm × 40 cm **B)** 10 cm × 40 cm **C)** 12 cm × 40 cm
D) 8 cm × 44 cm **E)** 10 cm × 50 cm

22. Į penkias vienodas stiklines įmesti atitinkamai 1, 2, 3, 4 ir 6 vienodi rutuliukai. Į tas stiklines įpilta vandens. Kaip pavaizduota paveikslėlyje, vandens lygis pirmoje, antroje ir trečioje stiklinėje buvo tas pat. Ketvirtoje stiklinėje vandens lygis buvo toks pat kaip penktoje stiklinėje, bet dukart aukštesnis nei pirmose trijose stiklinėse. Iš stiklinių išimti rutuliukai. Kurioje stiklinėje vandens yra mažiausiai?



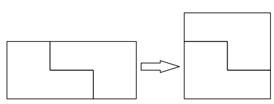
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

23. Markas užrašė, kiek kokių penkių rūšių vaisių jis turi. Iš viso tai 106 vaisiai. Nelaimei, dalis užrašo sutepta. Dviejų rūšių vaisių yra tiek pat. Vienos rūšies vaisių yra dvigubai daugiau nei kitos, o kiekvienos rūšies vaisių yra daugiau nei 10. Kiek bananų turi Markas?



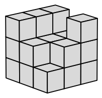
A) 13 **B)** 23 **C)** 43 **D)** 53 **E)** 63

24. Popierinis stačiakampis perkirptas į dvi vienodas dalis. Iš jų sudėtas kvadratas (žr. pav.). Ilgesniosios stačiakampio kraštinės ilgis buvo 27 centimetrai. Koks buvo trumpesniosios stačiakampio kraštinės ilgis (centimetrais)?



A) 6 **B)** 9 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 18

Mažylio užduočių sprendimai

1. (**A**) 

! Aišku, kad kubelių skaičius nuotraukose didėja. Vadinasi, nuotraukų seka tokia:

D (4 kubeliai), **B** (8 kubeliai), **C** (18 kubelių), **A** (21 kubelis), **C** (27 kubeliai). Ketvirtoji nuotrauka – tai **A**.

Teisingas atsakymas **A**.

2. (**E**) 5, 2, 0, 2

!

Įrašę skaičius tvarka **A**, gautume	$0 + 2 - 2 + 5 = 5;$
įrašę tvarka **B**, –	$0 + 5 - 2 + 2 = 5;$
tvarka **C**, –	$2 + 5 - 2 + 0 = 5;$
tvarka **D**, –	$5 + 0 - 2 + 2 = 5;$
tvarka **E**, –	$5 + 2 - 0 + 2 = 9.$

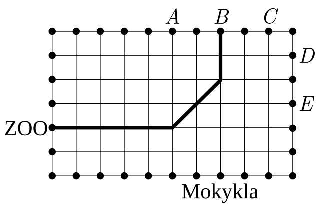
Vadinasi, Dominyka turi pasirinkti tvarką **E**.

Teisingas atsakymas **E**.

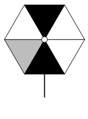
!! Visų keturių skaičių suma būtų $2 + 0 + 2 + 5 = 9$. Dominykos rezultatas mažesnis už 9 dvigubu trečiuoju skaičiumi. Vadinasi, rezultatas bus didžiausias, jeigu trečiasis skaičius bus mažiausias. Mažiausias iš keturių skaičių yra 0, bet 0 yra trečiasis tik atsakyme **E**.

3. (**B**) B

! Nubraižę nurodytą kelią iš ZOO, atsiduriame taške B:

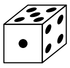


Teisingas atsakymas **B**.

4. (**E**) 

! Kad ir kaip pasisuktų vėjo malūnėlis, juodieji trikampiai bus vienas prieš kitą, taigi atkrinta atsakymai **A** ir **D**. Bet pilkasis trikampis visada bus gretimas juodajam pagal laikrodžio rodyklę – atkrinta **B** ir **C**. Paveikslėlyje **E** abi šios sąlygos išpildytos.

Teisingas atsakymas **E**.

5. (A) 

? Kauliuke **B** prieš 5 akutes turi būti 2, o 2 yra greta.

Kauliuke **C** prieš 1 akutę turi būti 6, o 6 yra greta.

Kauliuke **D** prieš 3 akutes turi būti 4, o 4 yra greta.

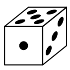
Kauliuke **E** prieš 5 akutes turi būti 2, o 2 akutės yra greta.

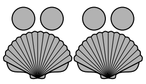
Renkamės atsakymą **A**.

! Pasitikrinkime, ar įmanoma kauliuką **A** padaryti standartiniu. Jeigu prieš 1 pažymėsime 6 akutes, prieš 4 – 3 akutes, prieš 5 – 2 akutes, tai kauliukas bus standartinis.

!! Įdomiausia, kad du standartiniai kauliukai nebūtinai bus vienodi. Iš tikrųjų, padėkime ant stalo kauliuką taip, kad 1 akutė būtų priešakinėje sienoje, tada 6 akutės bus užpakalinėje sienoje. Dabar paverskime kauliuką taip, kad priešakinė ir užpakalinė sienos liktų tos pačios, o 2 akutės atsidurtų apatinėje sienoje (tada 5 akutės bus viršutinėje sienoje). O dabar 3 akutės gali atsidurti tiek kairėje sienoje, tiek dešinėje sienoje. Tai būtų du skirtingi kauliukai, ir jų sutapdinti neįmanoma.

Mūsų uždavinyje tai reiškia, kad sąlygoje galima piešti ne kubelį **A**, o jam simetrišką kubelį **A‘**:

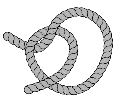


6. (E) 

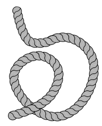
!

Rinkinio **A** vertė yra	$6+6+1=13$,
rinkinio **B** vertė	$6+9=15$,
rinkinio **C** vertė	$3\cdot 6=18$,
rinkinio **D** vertė	$6+5=11$,
rinkinio **E** vertė	$2\cdot 6+4=16$.

Teisingas atsakymas **E**.

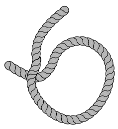
7. (E) 

? Jeigu paveikslėliuose **A**, **B**, **D** virvutės viršutinį galą patempsime aukštyn, gausime tokį vaizdą:



Taigi virvutė nesusimezga.

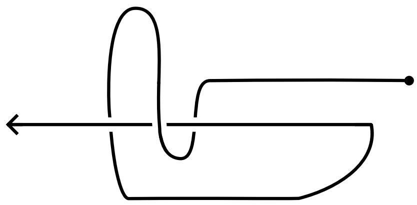
Jeigu paveikslėlyje **C** apatinį galą suksime prieš laikrodžio rodyklę, gausime tokį vaizdą:



Taigi virvutė vėl nesusimezga.

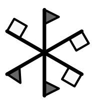
Renkamės atsakymą **E**.

! Kad kilpa susiveržtų į mazgą, vienas virvutės galas turi praeiti po kitu, tada virš jo, o tada vėl po juo:



Taip yra tik virvutės **E** atveju.

Teisingas atsakymas **E**.

8. (E) 

! Sukučių **A**, **B** ir **D** Julius surinkti negali – jis neturi detalės, kurioje juodi trikampiai nukreipti į priešingas puses. Negali jis surinkti ir sukučio **C** – jis neturi detalės, kur trikampis ir kvadratas nukreipti į priešingas puses. O štai sukutį **E** jis surinkti gali – jis turi visas tris reikiamas detales.

Teisingas atsakymas **E**.

9. (B) 5

? Tikrinkime atsakymus. Aišku, kad Jonui daugiau kaip 3 metai, taigi **A** netinka. Jeigu Jonui 5 metai, tai prieš trejus metus jam būtų buvę $5 - 3 = 2$ metai, Onai būtų buvę $6 - 2 = 4$ metai. Taigi Onai dabar būtų $4 + 3 = 7$ metai – sąlyga išpildyta.

Renkamės atsakymą **B**.

! Per metus kiekvieno amžius padidėja vieneriais metais, taigi abiejų amžių suma padidėja dvejais metais. Todėl dabar jų amžių suma yra $6 + 3 \cdot 2 = 12$ metų. Vadinasi, Jonui dabar $12 - 7 = 5$ metai.

Teisingas atsakymas **B**.

!! Žinoma, galima spręsti ir kitaip. Prieš 3 metus Onai buvo $7 - 3 = 4$ metai. Vadinasi, Jonui tada buvo $6 - 4 = 2$ metai. Todėl dabar Jonui $2 + 3 = 5$ metai.

10. C 6

! Iš viso turime $3 + 4 + 5 + 3 \cdot 5 = 27$ sausainius. Vadinasi, kiekvienoje lėkštėje pasidarė po $27 : 3 = 9$ sausainius. Todėl Adelė į savo lėkštę padėjo $9 - 3 = 6$ sausainius.

Teisingas atsakymas **C**.

!! Galima sausainių ir nesumuoti. Kadangi iš pradžių lėkštutėse 3, 4 ir 5 sausainiai, Adelė gali jų skaičių išlyginti: į savo lėkštę padėti dar 2 sausainius, į Emilijos – dar 1 sausainį. Padėkle liks $15 - 2 - 1 = 12$ sausainių, taigi dar į lėkštes ji padės po 4 sausainius. Iš viso į savo lėkštę ji įdės $2 + 4 = 6$ sausainius.

11. D 12

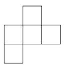
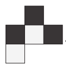
! Iš viso fotografijose $4 \cdot 3 = 12$ boružių, taigi kiekviena boružė nusifotografavo $12 : 6 = 2$ kartus. Po kartą nusifotografavus matytume $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 3 \cdot 7 = 21$ taškelius, todėl iš viso nuotraukose yra $2 \cdot 21 = 42$ taškeliai.

Pirmose trijose nuotraukose matome $8+10+12 = 30$ taškelių, todėl ketvirtoje nuotraukoje yra $42 - 30 = 12$ taškelių.

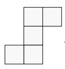
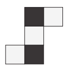
Teisingas atsakymas **D**.

!! Taškelių galima ir nesumuoti. Pirmose trijose nuotraukose 1-taškę, 3-taškę ir 5-taškę boružes matome po du kartus, o 2-taškę, 4-taškę ir 6-taškę – po vieną kartą. Vadinasi, ketvirtoje nuotraukoje bus 2-taškė, 4-taškė ir 6-taškė boružės, ir iš viso jos turės $2+4+6 = 12$ taškelių.

12. B 1 ir 5

! Viršutinėje „skylėje“  užtušuokime šachmatų lentai reikalingus juoduosius langelius: .

Matome, kad tai detalė 1.

Užtušuokime juoduosius langelius apatinėje skylėje , gauname  – tai detalė 5.

Teisingas atsakymas **B**.

13. B 60

! Didžiosioms 5 avims teko po vieną „porciją“, mažajai – 2 porcijos, iš viso $5 + 2 = 7$ porcijos. Viena porcija yra $210 : 7 = 30$ gramų. Vadinasi, mažajai aviai atiteko $2 \cdot 30 = 60$ gramų sauso maisto.

Teisingas atsakymas **B**.

14. D 2 arba 4

! Iš viso dešros riekelių yra $3 + 2 + 4 + 1 + 2 + 1 + 5 = 18$, vadinasi kiekvienoje picos pusėje jų turi būti po 9.

Jeigu pjautume per tiesę 1, po ja būtų $1 + 2 + 1 + 4 = 8$ riekelės, – netinka.

Jeigu pjautume per tiesę 2, kairėje būtų $5 + 1 + 2 + 1 = 9$ riekelės, – tinka.

Jeigu pjautume per tiesę 3, po ja būtų $3 + 2 + 4 + 1 = 10$ riekelių, – netinka.

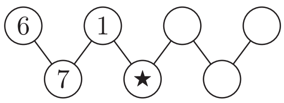
Jeigu pjautume per tiesę 4, po ja būtų $2 + 4 + 1 + 2 = 9$ riekelės, – tinka.

Taigi picą galima pjauti per tiesę 2 arba per tiesę 4.

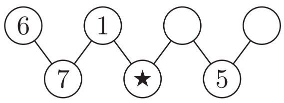
Teisingas atsakymas **D**.

15. C 4

? Po šešetu apačioje stovi skaičiaus 6 ir dar vieno skaičiaus suma, t. y. skaičius, didesnis už 6. Turime vieną tokį skaičių – tai 7. Vadinasi, greta šešeto stovi $7 - 6 = 1$:



Kadangi 1 jau užimtas, tai viršuje dar stovi 2 skaičiai, ne mažesni už 2 ir 3. Jų suma ne mažesnė už 5, o mes beturime tik vieną tokį skaičių – tai 5:



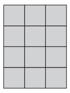
Skaičius 4 negali būti viršuje – jo ir kaimyno suma būtų ne mažesnė už 6. Vadinasi, žvaigždutė yra 4.

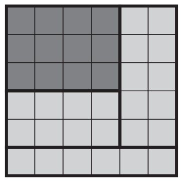
Renkamės atsakymą **C**.

! Griežtai kalbant, uždavinio spręsti nebaigėme: o gal reikalaujamu būdu visus skaičius išdėstyti iš viso neįmanoma? Sprendimą pratęskime.

Kadangi žvaigždutė yra 4, tai trečias skaičius viršutinėje eilutėje turi būti $4-1 = 3$. Tada ketvirtas skaičius yra 2, ir uždavinio sąlyga išpildyta: iš tikrųjų, $3 + 2 = 5$.

Teisingas atsakymas **C**.

16. (E) 



? Vienos detalės ilgis 6 langeliai, taigi spėjame, kad Nojaus kvadratas yra 6×6. Nukirpus nuo jo juostelę 1×6, lieka stačiakampis 5×6. Nuo jo nukirpus juostelę 5×2, lieka stačiakampis 5×4. Dabar nuo jo nukirpus juostelę 2×4, lieka stačiakampis 3×4, o tai stačiakampis **E**.

Renkamės atsakymą **E**.

! Sąlygos dešinėje pavaizduotų stačiakampių bendras plotas $8 + 10 + 6 = 24$ langeliai. Kadangi ketvirtosios detalės plotas ne mažesnis už 5 langelius ir ne didesnis už 15, tai kvadrato plotas ne mažesnis už 29 ir ne didesnis už 39. Vadinasi, kvadrato kraštinė yra 6 langeliai (5 – per mažai, 7 – per daug). Jo plotas 36, taigi ketvirtosios detalės plotas $36 - 24 = 12$ langelių. Tokios yra tik **D** detalė 6×2 ir **E** detalė 3×4, bet iš karto aišku, kad detalė **D** mums netinka: atkirpus nuo kvadrato 6×6 detalę 6×1 ir 6×2, liks vienas arba du 6 langelių ilgio stačiakampiai gabalai, o iš likusių detalių 2×4 ir 5×2 galima sudėti tik stačiakampį 9×2. Vadinasi, lieka tik atsakymas **E**.

Kad sprendimas taptų išsamus, reikia įsitikinti, kad iš duotų detalių 1×4, 5×2, 5×1 ir **E** detalės 3×4 tikrai galima sudėti kvadratą 6×6. Kaip tai padaryti, matome iš **?** dalies paveikslėlio.

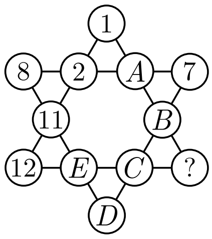
17. (D) 11

! Jeigu Vytui prastai sekasi, tai jam gali iš pirmo stulpelio iškristi 2 juodi rutuliukai ir 1 pilkas, iš antro stulpelio 1 pilkas, iš trečio stulpelio 1 juodas ir 1 pilkas, iš ketvirto stulpelio 3 pilki ir 1 juodas, t. y. $3 + 1 + 2 + 4 = 10$ rutuliukų, ir jis bus sumetęs 10 monetų. O štai jeigu jis sumes 11 monetų, tai būtinai iškris bent vienas baltas rutuliukas.

Teisingas atsakymas **D**.

18. **D** 6

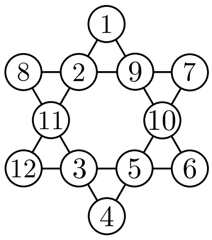
? Kadangi užpildytoje tiesėje skaičių suma yra $12 + 11 + 2 + 1 = 26$, tai skrituliuke A turi būti $26 - 8 - 2 - 7 = 9$.



Skrituliukuose D ir E turi būti 3 ir 4: skaičiai 1 ir 2 jau užimti, o su didesniais suma tiesėje DE bus per didelė, nes $8 + 11 + 3 + 4 = 26$. Lieka neužimti skaičiai 5, 6 ir 10. Į tiesę CE skaičius 10 netinka – suma būtų per didelė. Vadinasi, $B = 10$, o tada klaustukui lieka $? = 26 - 1 - 9 - 10 = 6$.

Renkamės atsakymą **D**.

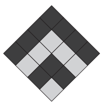
! Labai sveika pasitikrinti, ar tikrai įmanoma užpildyti lentelę reikalaujamu būdu. Tęskime. Skaičius 4 negali būti tiesėje CE, nes tada joje ketvirtas skaičius būtų $26 - 12 - 6 - 4$, t. y. taip pat 4. Vadinasi, $D = 4$. Tada $E = 26 - 8 - 11 - 4 = 3$, o $C = 26 - 12 - 3 - 6 = 5$.



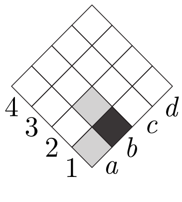
Lentelė užpildyta, kiekvienoje tiesėje skaičių suma lygi 26.

Teisingas atsakymas **D**.

!! Sprendimą galima surašyti dar trumpiau. Aišku, kad $A = 9$. Skaičius 10 negali būti nei tiesėje DE, nei tiesėje CE. Vadinasi, $B = 10$. Taigi $? - 26 - 1 - 9 - 10 = 6$.

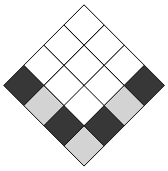
19. **D** 

? Sužymėkime piramidės pagrindo kubelius taip:

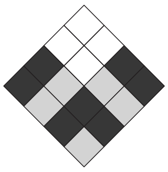


Kubelis $b2$ pilkas, nes jį liečia sąlygoje pavaizduotasis juodasis kubelis. Todėl kubelis $b1$ juodas (jį liečia kubelis $b2$), o kubelis $a1$ pilkas (jį liečia $b1$). Tokius juos matome tik atsakyme **D**, jį ir renkamės.

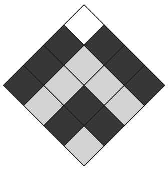
! Galime sakyti, kad piramidė turi 4 pakopas – tik jas iš viršaus ir matome. Kiekvienos pakopos gretimų kvadratėlių spalva keičiasi, todėl pirma pakopa atrodo taip:



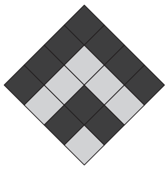
Nuspalvinus antrą pakopą, vaizdas bus toks:



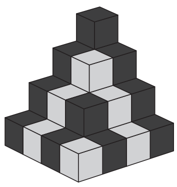
Nuspalvinę trečią pakopą turėsime:



Nuspalvinę ketvirtą pakopą (t. y. viršutinį kubelį), turėsime



Tai ir yra paveikslėlis **D**.
Visa piramidė iš šono atrodys šitaip:



Teisingas atsakymas **D**.

20. (A) Ketvirtadienis

! Tarp užtušuotų dienų yra 12 neužtušuotų. Jeigu pirmas užtušuotas langelis reikštų mėnesio dieną 1, tai antras reikštų 14, o suma būtų 15. Jeigu pirmas reikštų 2, tai antras reikštų 15, ir suma būtų 17. Pastūmus vienetu, suma padidėja 2, o kad pasidarytų 29, ji turi padidėti nuo 15 iki 29, t. y. 14 vienetų. Taip bus pastūmus septyniomis dienomis (t. y. savaite). Vadinasi, pirmas užtušuotas langelis yra 8-oji mėnesio diena (ketvirtadienis), o antras – 21-oji diena. Taigi pirmoji mėnesio diena buvo prieš savaitę, t. y. taip pat ketvirtadienį.

Teisingas atsakymas **A**.

21. (B) 10 cm $\times$ 40 cm

? Atmetę viršutinius ir apatinius stačiakampius. matome, kad stačiakampio ilgis lygus keturgubam pločiui, o taip yra tik atveju **B**.

Renkamės atsakymą **B**.

! Matome, kad šeši stačiakampio pločiai sudaro konstrukcijos aukštį 60 cm. Vadinasi, plotis lygus $60 : 6 = 10$ cm. Atmetę viršutinius ir apatinius stačiakampius, matome, kad stačiakampio ilgis lygus keturiems pločiams, t. y. $4 \cdot 10 = 40$ cm. Teisingas atsakymas **B**.

!! Galima būtų patikrinti, ar įmanoma pavaizduotoji konstrukcija. Tada tarpas tarp apatinių stačiakampių būtų $100 - 2 \cdot 40 = 20$ cm, – tikrai labai panašu į dvigubą mūsų stačiakampių plotį. Visi tarpai galėtų būti maždaug tokie: viršuje 10, antrame nuo viršaus „sluoksnyje“ 3, 4 ir 10; trečiame 3, 4 ir 7, ketvirtame 3, 10 ir 4; penktame vėl 3, 7 ir 7. Po juo apatinis dešinysis stačiakampis būtų išlindęs į dešinę

$$100 - 10 - 3 - 10 - 7 - 40 - 7 - 10 = 13, –$$

labai panašu į vaizdą paveikslėlyje.

22. (C) 3

! Stiklinėje 3 vandens yra mažiau nei 1 ar 2 stiklinėje, nes pastarosiose rutuliukų yra mažiau. Panašiai stiklinėje 5 vandens yra mažiau nei stiklinėje 4. Liko palyginti vandens kiekį stiklinėse 3 ir 5. Jeigu paimtume dvi stiklines 3 ir supiltume į vieną, tai gautume tą patį vaizdą, kaip ir stiklinėje 5. Vadinasi, stiklinėje 5 yra ne tik dvigubai rutuliukų nei stiklinėje 3, bet ir dvigubai daugiau vandens. Taigi mažiausiai vandens yra stiklinėje 3.

Teisingas atsakymas **C**.

23. (A) 13

! Kadangi vienetų skaitmenys sutampa tik slyvų ir obuolių, tai slyvų ir obuolių yra tiek pat – po 30. Vadinasi, mangų, kriaušių ir bananų yra $106 - 2 \cdot 30 = 46$.

Kadangi vieno vaisiaus yra dvigubai daugiau, tai jo kiekis – lyginis skaičius. Bet jo vienetų skaičius ne 0 (obuolių ir slyvų skaičiai lygūs), taigi tai mangų kiekis yra dvigubas kriaušių kiekis. Kadangi bananų yra ne mažiau nei 13, tai mangų ir kriaušių yra ne daugiau kaip $46 - 13 = 33$. Bet jeigu kriaušių būtų daugiau kaip 11, tai mangų būtų daugiau nei $2 \cdot 11 = 22$, o kriaušių ir mangų kartu būtų daugiau nei 33. Vadinasi, kriaušių yra 11, mangų yra $2 \cdot 11 = 22$, o bananų $46 - 11 - 22 = 13$.

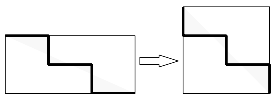
Teisingas atsakymas **A**.

!! Sprendimą galima surašyti trumpiau. Slyvų ir obuolių yra po 30. Iš likusių vaisių vieno yra dvigubai daugiau, o kadangi tas dvigubas skaičius lyginis, tai mangų yra dvigubai daugiau nei kriaušių. Iš karto aišku, kad kriaušių yra 11: jeigu jų būtų bent 21, tai mangų būtų bent $2 \cdot 21 = 42$, o jau minėtų ketverių vaisių būtų bent $30 + 30 + 21 + 42 = 123$, – per daug.

Todėl mangų yra $2 \cdot 11 = 22$, o bananų $106 - 30 - 30 - 11 - 22$.

24. (C) 12

! Stačiakampį į dvi vienodas dalis dalija „laiptai“ – jie paryškinti.



Kadangi dešiniąją stačiakampio dalį užkėlę ant kairiosios gauname kvadratą, tai apatinis horizontalusis „laiptelis“ sutampa su viduriniu, taigi jų ilgiai lygūs. Apatinio laiptelio ilgis lygus viršutiniojo laiptelio ilgiui, nes kairioji ir dešinioji dalys vienodos (simetriškos stačiakampio centro atžvilgiu). Vadinasi, ilgesniąją stačiakampio kraštinę sudaro trys lygūs laipteliai, taigi laiptelio ilgis yra $27 : 3 = 9$ cm. Kadangi kvadrato kraštinės ilgis lygus dvigubam laiptelio ilgiui (žr. dešinįjį paveikslėlį), tai kvadrato kraštinės ilgis yra $2 \cdot 9 = 18$ cm. Bet kvadrato kraštinę sudaro trys vienodi laiptelių aukščiai, taigi laiptelio aukštis yra $18 : 3 = 6$ cm. Kadangi trumpesniąją pradinio stačiakampio kraštinę sudaro du laiptelio aukščiai, tai jos ilgis yra $2 \cdot 6 = 12$ cm.

Teisingas atsakymas **C**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	A
2	E
3	B
4	E
5	A
6	E
7	E
8	E
9	B
10	C
11	D
12	B
13	B
14	D
15	C
16	E
17	D
18	D
19	D
20	A
21	B
22	C
23	A
24	C