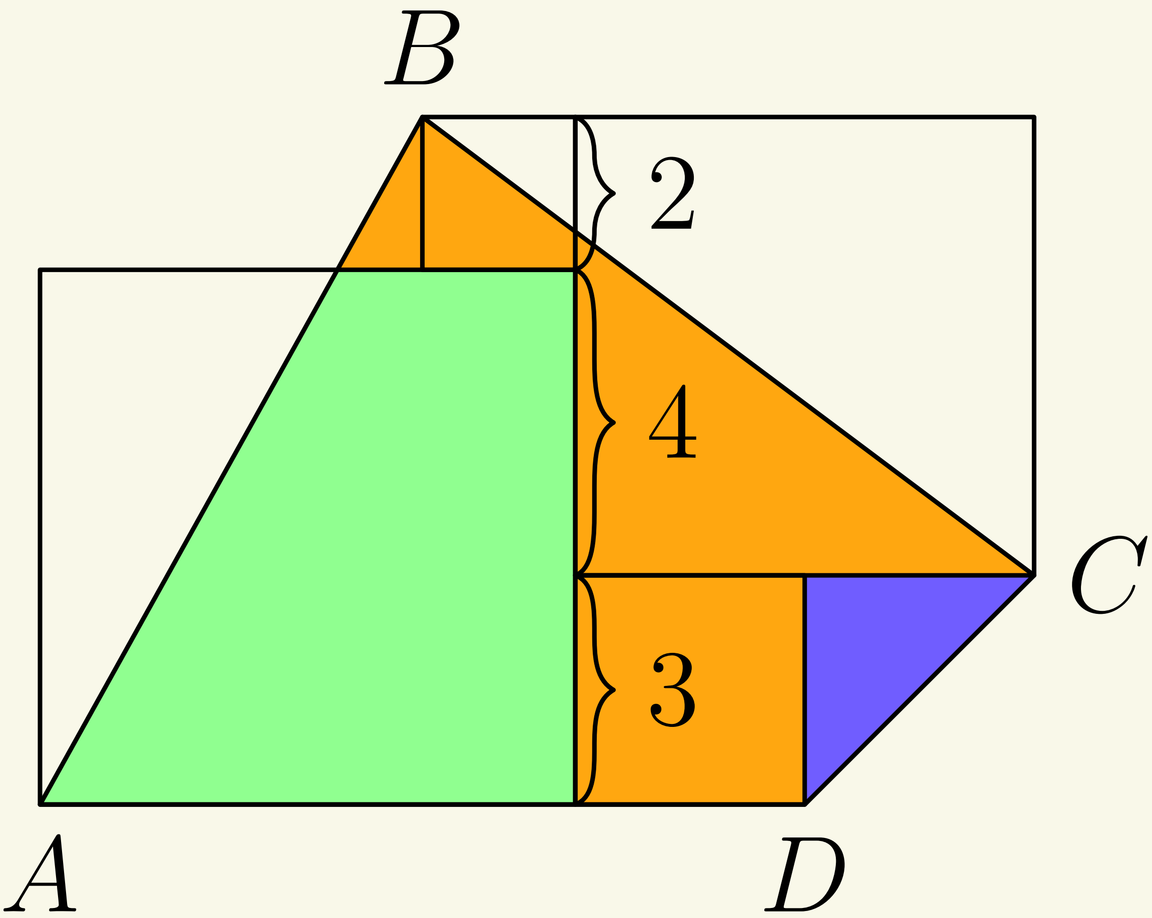
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA

Kadetas

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2025

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2025. Kadetas

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Paulius Drungilas

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turinys

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 31300 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2025 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis sprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto rinktis labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2025 metų kovo 20 dieną keliavo ir gausiai sprendė 7–8 klasių (*Kadeto* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

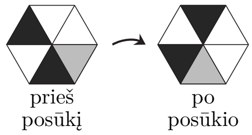
Organizatoriai

2025 m. *Kadeto* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. Didžiausias keturženklis skaičius, kurį galima sudaryti iš keturių skaitmenų 2, 0, 2, 5, yra
A) 2502 **B)** 5202 **C)** 5220 **D)** 5502 **E)** 5520

2. Kotryna kelis kartus pasuko šešiakampį popieriaus lapą tuo pačiu kampu pagal laikrodžio rodyklę ir gavo pradinį vaizdą. Vienas posūkis parodytas paveikslėlyje. Kiek posūkių galėjo atlikti Kotryna?



A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 12

3. Agotai paridenus tris lošimo kauliukus, atvirtusių akučių skaičių suma lygi 8. Visi trys atvirtusių akučių skaičiai yra skirtingi. Kurio skaičiaus negali būti tarp šių trijų skaičių?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

4. Natūralusis skaičius n yra didesnis už 1, yra skaičiaus 30 daliklis, nesidalija iš 3 ir nėra pirminis. Skaičius n lygus
A) 5 **B)** 6 **C)** 10 **D)** 15 **E)** 20

5. Keli 12 minučių laiko tarpai sudaro 12 valandų?
A) 60 **B)** 24 **C)** 12 **D)** 10 **E)** 6

6. Adomui yra 5 metai. Jo brolis Dominykas 6 metais vyresnis. Kiek metų jiems bus kartu sudėjus po 7 metų?
A) 26 **B)** 27 **C)** 28 **D)** 29 **E)** 30

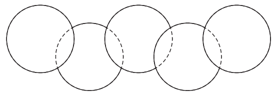
7. Evelina nori skaičius 2, 0, 2 ir 5 po vieną įrašyti keturiuose langeliuose (žr. pav.). Kokį mažiausią rezultatą gali gauti Evelina, atlikusi nurodytus veiksmus?

$\square - \square + \square - \square$

A) -7 **B)** -6 **C)** -5 **D)** -4 **E)** -3

8. Kambaryje yra tik teisuoliai ir melagiai, o teisuolių yra dešimčia daugiau nei melagių. Teisuolis visada sako tiesą, o melagis visada meluoja. Kambaryje kiekvienas žmogus atsakė į klausimą „Ar esi teisuolis?“. Lygiai 20 žmonių atsakė „Taip“. Kiek kambaryje yra melagių?
A) 0 **B)** 5 **C)** 15 **D)** 20 **E)** 25

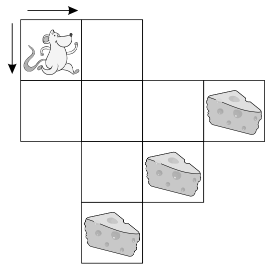
9. Paveikslėlyje pavaizduoti penki persidengiantys skrituliai, kurių kiekvieno plotas lygus 8 cm^2. Bet kurių dviejų persidengiančių skritulių bendros dalies plotas lygus 1 cm^2. Kam lygus paveikslėlyje pavaizduotos figūros plotas?



A) 32 cm^2 **B)** 36 cm^2 **C)** 38 cm^2 **D)** 39 cm^2 **E)** 42 cm^2

10. Sandauga $88 \cdot 88$ patenka tarp skaičių
A) 8 ir 88 **B)** 88 ir 888 **C)** 888 ir 8888 **D)** 8888 ir 88888 **E)** 88888 ir 888888

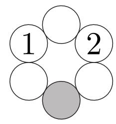
Klausimai po 4 taškus



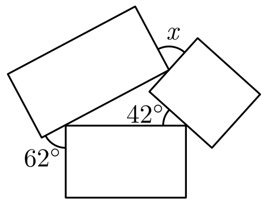
11. Peliukas gali judėti iš vieno langelio į kitą horizontaliai arba vertikaliai kryptimis, nurodytomis paveikslėlyje. Keliais būdais peliukas gali pasiekti sūrio gabalėlį?
A) 3 **B)** 5 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 11

12. Barjerinio bėgimo 60 metrų trasoje yra penkios kliūtys. Pirmoji kliūtis yra po 12 metrų. Atstumas tarp kiekvienų dviejų gretimų kliūčių yra 8 metrai. Kiek metrų iki finišo yra paskutinė kliūtis?
A) 16 m **B)** 14 m **C)** 12 m **D)** 10 m **E)** 8 m

13. Gerda nori į kiekvieną skritulį paveikslėlyje taip įrašyti po vieną skaičių, kad kiekvienas įrašytas skaičius būtų lygus dviejuose gretimuose skrituliuose įrašytų skaičių sumai. Ji jau įrašė du skaičius. Kurį skaičių Gerda turi įrašyti pilkajame skritulyje?
A) 2 **B)** -1 **C)** -2 **D)** -3 **E)** -5



14. Paveikslėlyje pavaizduoti trys stačiakampiai ir nurodyti dviejų kampų didumai. Kokia yra x reikšmė?
A) $64°$ **B)** $70°$ **C)** $72°$ **D)** $76°$ **E)** $80°$



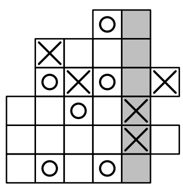
15. Elena treniruočių metu naudoja du chronometrus, rodančius minutes ir sekundes. Pirmasis rodo laiką nuo treniruotės pradžios, o antrasis – laiką iki treniruotės pabaigos. Paveikslėlyje pavaizduoti chronometrai tam tikru Elenos treniruotės momentu. Po kurio laiko abiejų chronometrų rodmenys buvo vienodi. Kokį laiką tuo metu rodė chronometrai?
A) 17:50 **B)** 18:00 **C)** 18:12 **D)** 18:15 **E)** 18:20

14:58	**21:32**

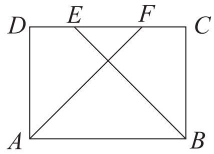
16. Ema turi kiekviename langelyje taip įrašyti po vieną pirminį skaičių, mažesnį už 20, kad visi įrašyti skaičiai būtų skirtingi, o gautos trupmenos reikšmė būtų natūralusis skaičius (žr. pav.). Kokią didžiausią trupmenos reikšmę gali gauti Ema?
A) 20 **B)** 14 **C)** 10 **D)** 8 **E)** 6

$$\frac{\square+\square+\square+\square+\square+\square+\square}{\square}$$

17. Adomas nori paveikslėlyje pavaizduotos languotos figūros kiekviename langelyje įrašyti vieną ženklą – kryželį arba nuliuką. Bet to, nė viename stulpelyje, eilutėje ar įstrižainėje neturi būti keturių iš eilės einančių langelių, kuriuose įrašytas tas pats ženklas. Kai kurie ženklai jau įrašyti (žr. pav.). Kiek kryželių ir kiek nuliukų bus Adomo užpildytos figūros užtušuotame stulpelyje?
A) 3 nuliukai ir 3 kryželiai **B)** 2 nuliukai ir 4 kryželiai **C)** 4 nuliukai ir 2 kryželiai
D) 5 nuliukai ir 1 kryželis **E)** 1 nuliukas ir 5 kryželiai



18. Paveikslėlyje pavaizduoto stačiakampio $ABCD$ kraštinėje DC pažymėti tokie taškai E ir F, kad $\angle EBA = \angle DFA = 45°$ ir $AB + EF = 20$. Kam lygus kraštinės BC ilgis?

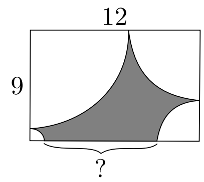


A) 4 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 12

19. Austėja turi du maišus, kuriuose yra rutuliai. Ant kiekvieno rutulio užrašyta po vieną skaičių. Pirmajame maiše yra 7 rutuliai, ant kurių užrašyti skaičiai 1, 2, 6, 7, 10, 11 ir 12. Antrajame maiše yra 5 rutuliai, ant kurių užrašyti skaičiai 3, 4, 5, 8 ir 9. Koks skaičius užrašytas ant rutulio, kurį perkėlus iš pirmojo maišo į antrąjį, kiekviename maiše ant rutulių užrašytų skaičių vidurkis padidėtų?

A) 6 **B)** 7 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

20. Sofija nubrėžė stačiakampį ir keturių apskritimų, kurių centrai yra šio stačiakampio viršūnės, lankus (žr. pav.). Stačiakampio kraštinių ilgiai yra 9 ir 12. Kam lygus klaustuku pažymėtos atkarpos ilgis?



A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

Klausimai po 5 taškus

21. Elžbieta lentoje užrašė šešiaženklį skaičių $\overline{PAPAJA}$. Vienodos raidės žymi vienodus skaitmenis, o skirtingos raidės – skirtingus skaitmenis. Duota, kad $J = P + P = A + A + A$. Kam lygi sandauga $P \cdot A \cdot P \cdot A \cdot J \cdot A$?

A) 432 **B)** 342 **C)** 324 **D)** 243 **E)** 234

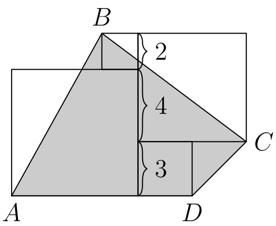
22. Per dvi futbolo treniruotes Dominykas iš viso 17 kartų smūgiavo į vartus. Per pirmąją treniruotę buvo taiklūs 60% jo smūgių, o per antrąją treniruotę 75 %. Kiek Dominyko smūgių buvo taiklūs per antrąją treniruotę?

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 10

23. Simonas iš namų į mokyklą išeina 8:00 ryto. Kelio nuo jo namų iki mokyklos ilgis lygus 1 km. Simonas visada pėsčiomis eina pastoviu 4 km/h greičiu, o dviračiu važiuoja pastoviu 15 km/h greičiu. Eidamas pėsčiomis, Simonas į mokyklą ateina likus 5 min iki pirmojo skambučio. Kiek minučių iki pirmojo skambučio lieka, kai Simonas iš namų į mokyklą atvažiuoja dviračiu?

A) 12 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 16

24. Raminta iš keturių kvadratų sudėjo paveikslėlyje pavaizduotą figūrą. Kam lygus keturkampio $ABCD$ plotas?

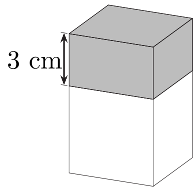


A) 54 **B)** 60 **C)** 66 **D)** 72 **E)** 80

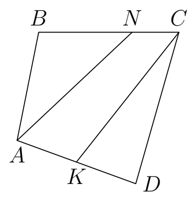
25. Duoti penki iš eilės einantys natūralieji skaičiai. Iš jų pasirinkti du, kurių suma lygi 69. Iš likusių trijų pasirinkti du, kurių suma lygi 72. Kuris skaičius nebuvo pasirinktas?

A) 29 **B)** 31 **C)** 34 **D)** 37 **E)** 39

26. Stačiakampio gretasienio aukštį sumažinus 3 cm, susidarė kubas, o paviršiaus plotas sumažėjo 60 cm^2. Kam lygus pradinio stačiakampio gretasienio tūris?
A) 75 cm^3 **B)** 125 cm^3 **C)** 150 cm^3 **D)** 200 cm^3 **E)** 225 cm^3



27. Keturkampio $ABCD$ kraštinėse BC ir AD atitinkamai pažymėti tokie taškai N ir K, kad $BN = 2NC$ ir $AK = KD$. Trikampio CKD plotas lygus 2, o trikampio ABN plotas lygus 6. Kam lygus keturkampio $ABCD$ plotas?
A) 13 **B)** 14 **C)** 15 **D)** 16 **E)** 17

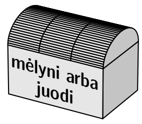


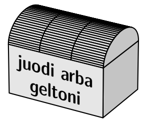
28. Keletas paukščių tupi ant keturių horizontalių laidų. Tarp jų yra paukščiai Kar, Čik, Cypt ir Vypt. Aukščiau nei Kar tupi 10 paukščių, o aukščiau nei Čik – 25, žemiau nei Cypt – 5, o žemiau nei Vypt – 2. Aukščiau nei Vypt tupinčių paukščių skaičius yra lyginis. Kiek iš viso paukščių tupi ant šių keturių laidų?
A) 27 **B)** 30 **C)** 32 **D)** 37 **E)** 40

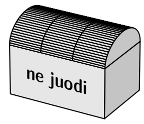
29. Keturi restorano padavėjai kasdien po darbo arbatpinigius pasidalija po lygiai. Kartą po darbo pirmasis padavėjas pasiėmė ketvirtadalį arbatpinigių ir išėjo. Antrasis to nematė, todėl pasiėmė ketvirtadalį likusių pinigų. Po to ketvirtadalį likusių pinigų pasiėmė ir trečiasis padavėjas. Kai pagaliau ketvirtadalį tuo metu likusių pinigų pasiėmė ir ketvirtasis, dar liko 81 euras. Kiek arbatpinigių buvo pradžioje?
A) 108 eurai **B)** 144 eurai **C)** 192 eurai **D)** 256 eurai **E)** 1280 eurų

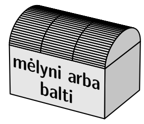
30. Gerda turi geltonų, raudonų, juodų, mėlynų ir baltų rutuliukų, kuriuos laiko penkiose skrynelėse. Kiekvienoje skrynelėje visi rutuliukai yra vienos spalvos. Paveikslėlyje matome ant kiekvienos skrynelės užrašytą teisingą teiginį apie joje esančius rutuliukus. Gerdos sesuo Elena nori sužinoti, kurioje skrynelėje yra geltoni rutuliukai. Ji gali atidaryti lygiai vieną skrynelę ir sužinoti, kokios spalvos rutuliukai yra jos viduje. Kurią skrynelę Elena turi atidaryti, kad garantuotai žinotų, kurioje skrynelėje yra geltoni rutuliukai?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Kadeto užduočių sprendimai

1. (C) 5220

! Norėdami gauti didžiausią keturženklį skaičių, tūkstančių skaitmenį turime pasirinkti patį didžiausią – skaitmenį 5. Šimtų skaitmenį pasirenkame didžiausią iš likusių skaitmenų 2, 2 ir 0. Tada dešimčių skaitmenį imame 2, o vienetų – 0. Taip gauname keturženklį skaičių 5220.

Teisingas atsakymas **C**.

2. (E) 12

! Kadangi po Kotrynos atliktų posūkių buvo gautas pradinis vaizdas, tai jos atliktų posūkių skaičius dalijasi iš 6. Tarp atsakymuose nurodytų skaičių, vienintelis skaičius 12 dalijasi iš 6.

Teisingas atsakymas **E**.

3. (E) 6

! Jei vienas iš atvirtusių akučių skaičių būtų lygus 6, tai likusių dviejų suma būtų ne mažesnė negu $1 + 2 = 3$, nes visi trys šie skaičiai yra skirtingi. Bet tada šių skaičių suma būtų ne mažesnė negu $6 + 1 + 2 = 9$. Vadinasi, tarp atvirtusių akučių skaičių negali būti skaičiaus 6. Nesunku įsitikinti, kad kiekvienas atsakymuose **A**–**D** nurodytas skaičius gali būti lygus atvirtusių akučių skaičiui. Pavyzdžiui, atvirtusių akučių skaičiai gali būti 1, 2, 5 arba 1, 3, 4.

Teisingas atsakymas **E**.

4. (C) 10

! Skaičiaus 30 dalikliai yra 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Kadangi skaičius n yra didesnis už 1 ir nesidalija iš 3, tai $n = 2$, 5 arba 10. Be to, skaičius n nėra pirminis. Todėl $n = 10$.

Teisingas atsakymas **C**.

5. (A) 60

! Kadangi 12 valandų lygu $12 \cdot 60$ minučių, tai 12 valandų sudaro $\frac{12 \cdot 60}{12} = 60$ laiko tarpų po 12 minučių.

Teisingas atsakymas **A**.

6. (E) 30

! Dominykui yra $5 + 6 = 11$ metų. Po 7 metų Adomui ir Dominykui bus atitinkamai $5 + 7 = 12$ ir $11 + 7 = 18$ metų, o kartu – $12 + 18 = 30$ metų.

Teisingas atsakymas **E**.

7. (C) -5

! Norėdama gauti mažiausią rezultatą, Evelina į antrą ir ketvirtą langelius turi įrašyti didžiausius skaičius. Taip gaunamas rezultatas $2 - 5 + 0 - 2 = -5$.

Teisingas atsakymas **C**.

8. (B) 5

! Į klausimą „Ar esi teisuolis?“ tiek teisuolis, tiek ir melagis atsako „Taip“. Vadinasi, kambaryje yra lygiai 20 žmonių. Kadangi kambaryje teisuolių yra dešimčia daugiau negu melagių, tai melagių iš viso yra $\frac{20-10}{2} = 5$.

Teisingas atsakymas **B**.

9. (B) 36 cm^2

! Paveikslėlyje pavaizduotoje figūroje iš viso yra 4 persidengiančios dalys, kiekvienos iš kurių plotas lygus 1 cm^2. Kadangi kiekvieno skritulio plotas lygus 8 cm^2, tai figūros plotas lygus $5 \cdot 8 - 4 \cdot 1 = 36$ cm^2.

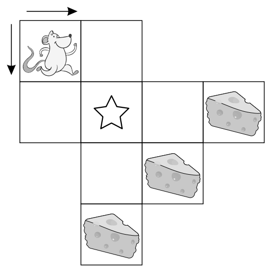
Teisingas atsakymas **B**.

10. (C) 888 ir 8888

! Kadangi $88 \cdot 88 = 7744$, tai sandauga $88 \cdot 88$ patenka tarp skaičių 888 ir 8888.

Teisingas atsakymas **C**.

11. (C) 8



! Kad ir kaip peliukas judėtų iki sūrio, jis būtinai pateks į langelį, pažymėtą žvaigždute (žr. pav. dešinėje). Į šį langelį peliukas gali patekti 2 būdais. Be to, iš šio langelio peliukas gali pasiekti sūrį lygiai 4 būdais. Taigi, peliukas sūrį gali pasiekti lygiai $2 \cdot 4 = 8$ būdais.

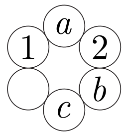
Teisingas atsakymas **C**.

12. (A) 16 m

! Antroji, trečioji, ketvirtoji ir penktoji kliūtys yra atitinkamai po $12 + 8 = 20$, $20 + 8 = 28$, $28 + 8 = 36$ ir $36 + 8 = 44$ metrų. Vadinasi, paskutinė kliūtis yra $60 - 44 = 16$ metrų iki finišo.

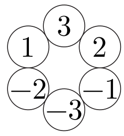
Teisingas atsakymas **A**.

13. (D) -3



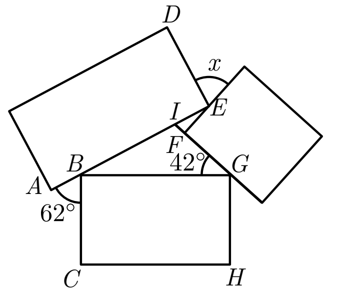
! Į tris skritulius Gerdos įrašytus skaičius pažymėkime a b ir c (žr. pirmą pav.).

Kadangi kiekvienas įrašytas skaičius lygus dviejuose gretimuose skrituliuose įrašytų skaičių sumai, tai $a = 1 + 2 = 3$. Be to, $a + b = 2$ ir $2 + c = b$. Iš čia randame $b = -1$ ir $c = -3$. Į visus skritulius Gerdos įrašyti skaičiai pavaizduoti paveikslėlyje žemiau.



Teisingas atsakymas **D**.

14. (B) 70°



! Keletą stačiakampių viršūnių pažymėkime raidėmis A, B, C, D, E, F, G ir H, o atkarpą FG pratęskime iki susikirtimo taško I su atkarpa AE (žr. pav.). Tada

$$\begin{aligned}\angle IBG &= 180° - \angle ABC - \angle CBG \\ &= 180° - 62° - 90° = 28°.\end{aligned}$$

Trikampio IBG kampų suma lygi 180°, todėl

$$\angle BIG = 180° - \angle IBG - \angle IGB = = 180° - 28° - 42° = 110°.$$

Taigi, $\angle EIF = 180° - \angle BIG = 180° - 110° = 70°$.

Teisingas atsakymas **B**.

15. (D) 18:15

! Paveikslėlyje pavaizduotas chronometras rodo, kad nuo Elenos treniruotės pradžios praėjo 14 minučių ir 58 sekundės, o iki treniruotės pabaigos liko 21 minutė ir 32 sekundės. Taigi, Elenos treniruotė trunka $14 + 21 = 35$ minutes ir $58 + 32 = 90$ sekundžių, o tai yra 36 minutės ir 30 sekundžių. Abu chronometrai rodys tą patį laiką treniruotės viduryje. Tuo metu abu chronometrai rodys $\frac{36}{2} = 18$ minučių ir $\frac{30}{2} = 15$ sekundžių.

Teisingas atsakymas **D**.

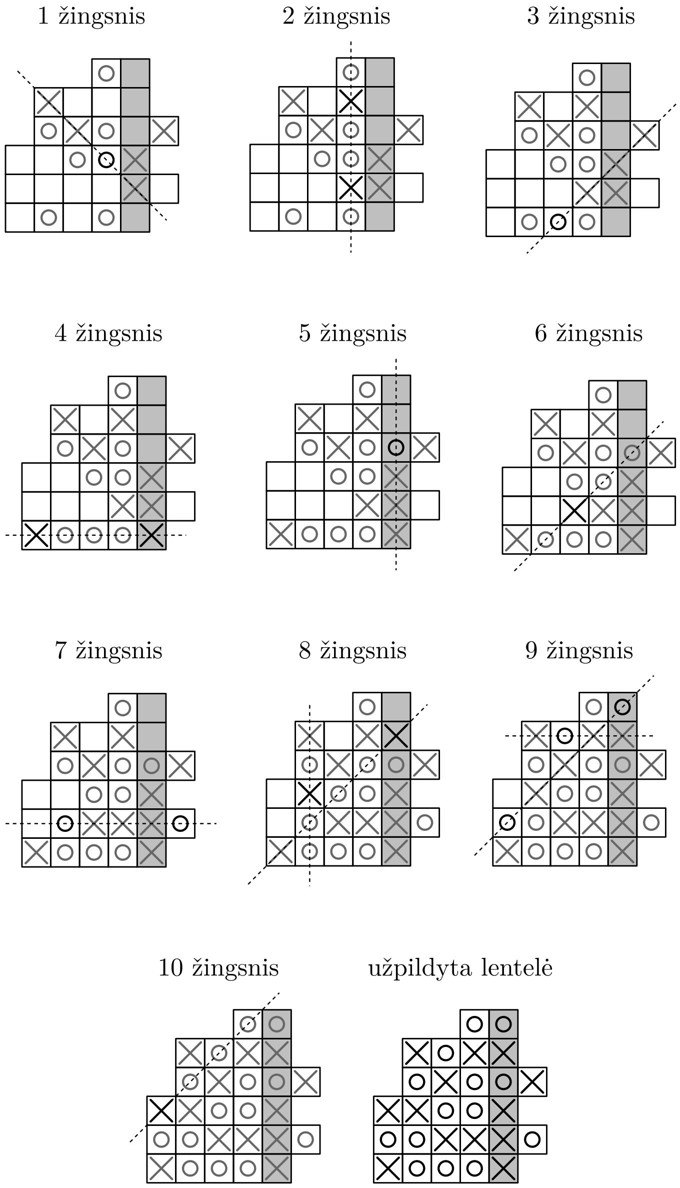
16. (C) 10

! Yra lygiai 8 pirminiai skaičiai, mažesni už 20: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 ir 19. Visų jų suma lygi 77. Paveikslėlyje yra lygiai 8 langeliai. Vadinasi, Ema į šiuos langelius turi įrašyti visus šiuos pirminius skaičius. Tarkime, kad Ema į trupmenos vardiklio langelį įrašė pirminį skaičių p. Tuomet į trupmenos skaitiklio langelius ji turės įrašyti visus pirminius skaičius nuo 2 iki 19, išskyrus skaičių p. Vadinasi, tos trupmenos skaitiklis lygus $77 - p$, o pati trupmena lygi $\frac{77-p}{p} = \frac{77}{p} - 1$. Pagal uždavinio sąlygą, ši trupmena yra natūralusis skaičius. Todėl pirminis skaičius p yra skaičiaus $77 = 7 \cdot 11$ pirminis daliklis. Taigi, $p = 7$ arba $p = 11$. Norėdama gauti didžiausią trupmenos reikšmę, Ema vardiklyje turi įrašyti mažiausią galimą pirminį skaičių. Vadinasi, $p = 7$ ir trupmena lygi $\frac{77}{7} - 1 = 11 - 1 = 10$.

Teisingas atsakymas **C**.

17. (B) 2 nuliukai ir 4 kryželiai

! Ženklus rašome pažingsniui:



Taigi, Adomo užpildytos figūros užtušuotame stulpelyje yra 2 nuliukai ir 4 kryželiai. Teisingas atsakymas **B**.

18. (D) 10

! Stačiakampio $ABCD$ kraštinių AB ir BC ilgius pažymėkime atitinkamai a ir b. Kadangi $\angle EBA = \angle DFA = 45°$, tai trikampiai ADF ir BCE yra statieji lygiašoniai trikampiai, todėl $DF = DA = b$ ir $EC = BC = b$. Tada $CD = EC + DF - EF = 2b - EF$. Kita vertus, $20 = AB + EF = CD + EF = 2b$. Taigi, $BC = b = \frac{20}{2} = 10$.

Teisingas atsakymas **D**.

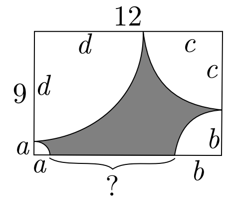
19. (A) 6

! Ieškomą skaičių pažymėkime x. Pirmajame maiše ant rutulių užrašytų skaičių vidurkis lygus $\frac{1+2+6+7+10+11+12}{7} = 7$, todėl $x < 7$. Antrajame maiše ant rutulių užrašytų skaičių vidurkis lygus $\frac{3+4+5+8+9}{5} = 5{,}8$. Todėl $x > 5{,}8$. Vadinasi, $x = 6$.

Teisingas atsakymas **A**.

20. (B) 6

! Apskritimų spindulius pažymėkime a, b, c ir d (žr. pav.). Ieškomos atkarpos ilgis lygus $d+c-(a+b) = 12-(a+b)$. Stačiakampio dviejų trumpesniųjų kraštinių ilgių suma lygi $a+d+b+c = a+b+(d+c) = a+b+12$. Kita vertus, šių kraštinių ilgių suma lygi $2 \cdot 9 = 18$. Todėl $a+b+12 = 18$ ir iš čia randame $a+b = 18-12 = 6$. Taigi, ieškomos atkarpos ilgis lygus $12-(a+b) = 12-6 = 6$.



Teisingas atsakymas **B**.

21. (A) 432

! Skaitmuo J dalijasi iš 2 ir iš 3, todėl dalijasi ir iš 6. Taigi, $J = 0$ arba $J = 6$. Jei $J = 0$, tai visi skaitmenys lygūs 0, o taip būti negali. Vadinasi, $J = 6$ ir atitinkamai $P = 3$ ir $A = 2$. Tada $P \cdot A \cdot P \cdot A \cdot J \cdot A = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2 = 432$.

Teisingas atsakymas **A**.

22. (D) 9

! Tarkime, kad Dominykas per pirmąją treniruotę į vartus smūgiavo x kartų. Tada per antrąją treniruotę jis smūgiavo $17-x$ kartų. Per pirmąją treniruotę buvo taiklūs $\frac{60}{100}x = \frac{3x}{5}$ smūgiai, o per antrąją treniruotę $\frac{75}{100}(17-x) = \frac{3(17-x)}{4} = 12 + \frac{3(1-x)}{4}$ smūgiai. Taigi, skaičius x dalijasi iš 5, o skaičius $1-x$ dalijasi iš 4. Vadinasi, $x = 5$. Todėl per antrąją treniruotę lygiai $\frac{3(17-5)}{4} = 9$ smūgiai buvo taiklūs.

Teisingas atsakymas **D**.

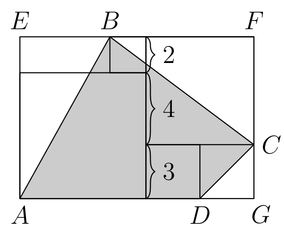
23. E 16

! Simonas iš namų į mokyklą pėsčiomis eina $\frac{1}{4}$ valandos, o tai yra 15 minučių, ir į mokyklą ateina 8:15 ryto. Vadinasi, pirmasis skambutis suskamba 8:20 ryto. Simono kelionė iš namų į mokyklą dviračiu trunka $\frac{1}{15}$ valandos. Todėl į mokyklą dviračiu jis atvažiuoja 8:04 ryto, ir iki pirmojo skambučio lieka $20 - 4 = 16$ minučių.

Teisingas atsakymas **E**.

24. C 66

! Pratęskime kelias kvadratų kraštines, kad gautume stačiakampį $AEFG$ (žr. pav.).



Keturkampio $ABCD$ plotą gausime iš stačiakampio $AEFG$ ploto atėmę stačiųjų trikampių AEB, BFC ir CGD plotus. Brėžinyje matyti, kad stačiakampio $AEFG$ kraštinė $AE = 3 + 4 + 2 = 9$, o kraštinė $EF = (3 + 4) + (4 + 2) = 13$. Taigi, stačiakampio $AEFG$ plotas lygus $9 \cdot 13 = 117$. Kita vertus, $EB = 3 + 4 - 2 = 5$, $BF = EF - EB = 13 - 5 = 8$, $FC = 2 + 4 = 6$, $CG = FG - FC = 9 - 6 = 3$ ir $DG = AG - AD = 13 - 7 - 3 = 3$. Todėl

$$S_{\triangle AEB} = \frac{AE \cdot EB}{2} = \frac{9 \cdot 5}{2} = \frac{45}{2},$$

$$S_{\triangle BFC} = \frac{BF \cdot FC}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24,$$

$$S_{\triangle CGD} = \frac{CG \cdot GD}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2}.$$

Vadinasi, keturkampio $ABCD$ plotas lygus

$$S_{AEFG} - S_{\triangle AEB} - S_{\triangle BFC} - S_{\triangle CGD} = 117 - \frac{45}{2} - 24 - \frac{9}{2} = 66.$$

Teisingas atsakymas **C**.

25. (C) 34

? Nesunku atsakymą atspėti. Kadangi visų penkių skaičių suma lygi penkiagubam viduriniajam, tai ji dalijasi iš 5. Pasirinktų 4 skaičių suma $69 + 72$ baigiasi vienetu, tad atkrenta atsakymai **B** ir **D**. Atmetame atsakymą **A**: jei penkete būtų 29, tai visi penketo skaičiai būtų ne didesni už $29 + 4 = 33$, o net $32 + 33$ yra mažiau už 72. Panašiai atmetame ir atsakymą **E**: jei penkete būtų 38, tai visi penketo skaičiai būtų ne mažesni už $39 - 4 = 35$, o net $35 + 36$ yra daugiau už 69.

! Sumą 72 gali duoti tik porų variantai: $35 + 37$ ir $34 + 38$, nes bet kurių dviejų penketo skaičių skirtumas neviršija 4. Panašiai, sumą 69 gali duoti tik poros $34 + 35$ ir $33 + 36$. Bet pora $34 + 35$ netinka, nes vienas iš jos skaičių jau panaudotas tiek poroje $35 + 37$, tiek ir poroje $34 + 38$. Vadinasi, antrąją porą sudaro skaičiai 33 ir 36. Todėl penkete nėra skaičiaus 38, ir lieka pirmas variantas 35 ir 37. Taigi, penketas yra 33, 34, 35, 36, 37, o nepasirinktasis skaičius – 34.

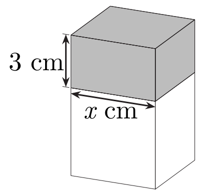
!! Kadangi $69 = 34 + 35$, tai penkete yra skaičius, kuris yra ne didesnis už 34. Kadangi $72 = 35 + 37$, tai penkete yra skaičius, kuris yra ne mažesnis už 37. Vadinasi, penkete yra skaičiai 34, 35, 36, 37, o penktasis skaičius galėtų būti 38 arba 33. Bet jei penketas yra 34, 35, 36, 37, 38, tai sumą 69 sudaro $34 + 35$, o likusieji skaičiai per dideli sudaryti sumai 72. Taigi, penketas yra 33, 34, 35, 36, 37, sumą 72 sudaro tik $35 + 37$, tada iš likusių skaičių 33, 34, 36 sumą 69 sudaro tik $33 + 36$, ir lieka nepasirinktas 34.

!!! Duotus penkis iš eilės einančius natūraliuosius skaičius pažymėkime $n - 2$, $n - 1$, n, $n + 1$ ir $n + 2$. Kadangi dviejų pasirinktų skaičių suma lygi 69, tai mažiausių dviejų skaičių $n - 2$ ir $n - 1$ suma $2n - 3$ neviršija 69. Kita vertus, kadangi iš likusių trijų skaičių dviejų suma lygi 72, tai dviejų didžiausių skaičių $n + 1$ ir $n + 2$ suma $2n + 3$ yra ne mažesnė už 72. Iš nelygybių $2n - 3 \leqslant 69$ ir $2n + 3 \geqslant 72$ gauname $34{,}5 \leqslant n \leqslant 36$. Vadinasi, $n = 35$ arba $n = 36$. Jei $n = 36$, tai penki duotieji skaičiai yra 34, 35, 36, 37 ir 38. Dviejų mažiausių skaičių 34 ir 35 suma lygi 69, todėl du skaičiai, kurių suma lygi 72, turi būti tarp likusių trijų skaičių 36, 37 ir 38. Tačiau $36 + 37 = 73 > 72$. Vadinasi, šis penkių skaičių rinkinys netinka. Taigi, $n = 35$ ir penki duotieji skaičiai yra 33, 34, 35, 36 ir 37. Pasirinkti du skaičius, kurių suma lygi 69, galime dviem būdais: $34 + 35 = 69$ ir $33 + 36 = 69$. Pirmasis pasirinkimas netinka, nes tokiu atveju tarp likusių trijų skaičių 33, 36 ir 37 neįmanoma pasirinkti dviejų, kurių suma būtų lygi 72. Vadinasi, pasirinkti skaičiai 33 ir 36, kurių suma lygi 69 ir skaičiai 35 ir 37, kurių suma lygi 72. Todėl nebuvo pasirinktas skaičius 34.

Teisingas atsakymas **C**.

26. D 200 cm^3

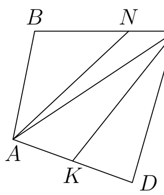
! Gauto kubo briaunos ilgį centimetrais pažymėkime x. Tuomet pradinio stačiakampio gretasienio briaunų ilgiai centimetrais buvo x, x ir $x+3$, o tūris $x \cdot x \cdot (x+3) = x^2(x+3)$ cm^3. Stačiakampio gretasienio briaunos ilgį sumažinus 3 cm, jo paviršiaus plotas sumažėjo $4 \cdot 3x$ cm^2, kur $3x$ cm^2 yra vieno stačiakampio, kurio kraštinių ilgiai yra 3 cm ir x cm, plotas (žr. pav.). Todėl $12x = 60$ ir $x = 5$. Vadinasi, pradinio stačiakampio gretasienio tūris lygus $x^2(x+3) = 5^2 \cdot 8 = 200$ cm^3.



Teisingas atsakymas **D**.

27. A 13

! Nubrėžkime keturkampio $ABCD$ įstrižainę AC:



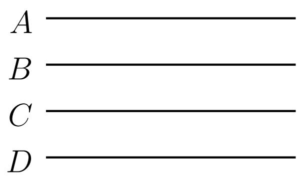
Trikampiai BAN ir NAC turi bendrą aukštinę, nuleistą iš viršūnės A. Todėl jų plotų santykis lygus pagrindų BN ir NC santykiui. Kadangi $BN = 2NC$ ir trikampio BAN plotas lygus 6, tai trikampio NAC plotas lygus $\frac{1}{2} \cdot 6 = 3$. Panašiai gauname, kad trikampių KCD ir ACK plotai yra lygūs, nes jie turi bendrą aukštinę, nuleistą iš viršūnės C ir $AK = KD$. Kadangi trikampio KCD plotas lygus 2, tai ir trikampio ACK plotas lygus 2. Vadinasi,

$$S_{ABCD} = S_{\triangle BAN} + S_{\triangle NAC} + S_{\triangle KCD} + S_{\triangle ACK} = 6 + 3 + 2 + 2 = 13.$$

Teisingas atsakymas **A**.

28. **A** 27

! Laidus pagal jų aukštį pažymėkime A, B, C ir D, kur A laidas yra aukščiausiai, o D – žemiausiai:



Kadangi aukščiau negu Kar tupi 10 paukščių, tai Kar tupi ant B laido arba žemiau. Aukščiau Čik tupi 25 paukščiai, todėl Čik tupi ant C laido arba ant D laido. Žemiau nei Vypt tupi 2 paukščiai, todėl Vypt tupi ant C laido arba aukščiau. Taigi, Vypt tupi ne žemiau nei Čik. Be to, Vypt ir Čik negali tupėti ant to paties laido, nes aukščiau nei Vypt tupinčių paukščių skaičius yra lyginis. Vadinasi, Vypt tupi aukščiau nei Čik. Kadangi žemiau nei Cypt tupi 5 paukščiai, tai Cypt tupi aukščiau nei Vypt.

Tarkime, kad Cypt tupi ant A laido. Kadangi aukščiau nei Čik tupi 25 paukščiai, o aukščiau nei Kar tupi 10 paukščių, tai žemiau nei Cypt tupi ne mažiau negu $25 - 10 = 15$ paukščių. Prieštara. Vadinasi, Cypt negali tupėti ant A laido.

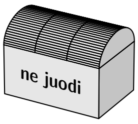
Taigi, gavome, kad Vypt tupi aukščiau nei Čik, Cypt tupi aukščiau nei Vypt ir Cypt tupi ant B laido arba žemiau. Kadangi iš viso yra 4 laidai, tai Čik tupi ant D laido, Vypt tupi ant C laido, o Cypt ir Kar tupi ant B laido. Aukščiau nei Čik tupi 25 paukščiai, o žemiau nei Vypt tupi 2 paukščiai. Vadinasi, iš viso ant keturių laidų tupi $25 + 2 = 27$ paukščiai.

Teisingas atsakymas **A**.

29. **D** 256 eurai

! Pradžioje buvusių arbatpinigių sumą eurais pažymėkime x. Pirmajam padavėjui pasiėmus ketvirtadalį arbatpinigių, jų liko $\frac{3}{4} \cdot x$. Antrajam, trečiajam ir ketvirtajam padavėjui pasiėmus ketvirtadalį tuo metu buvusių arbatpinigių, jų atitinkamai liko $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot x$, $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot x$ ir $\left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot x$. Taigi, $\left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot x = 81$ ir iš čia randame $x = 4^4 = 256$.

Teisingas atsakymas **D**.

30. (D) 

! Tarkime, kad Elena atidarė D skrynelę. Jei D skrynelėje yra geltoni rutuliukai, tai Elena iš karto juos ras. Jei D skrynelėje yra raudoni rutuliukai, tai geltoni rutuliukai yra A skrynelėje. Jei D skrynelėje yra mėlyni rutuliukai, tai B skrynelėje yra juodi rutuliukai, o C skrynelėje – geltoni. Jei D skrynelėje yra balti rutuliukai, tai E skrynelėje yra mėlyni, B skrynelėje yra juodi, o C skrynelėje – geltoni. Vadinasi, Elena, atidariusi D skrynelę, garantuotai žinos, kurioje skrynelėje yra geltoni rutuliukai.

Lieka įsitikinti, kad atidariusi bet kurią kitą skrynelę, Elena nežinos, kurioje skrynelėje garantuotai yra geltoni rutuliukai. Iš tikrųjų, nagrinėkime tris variantus sudėti rutuliukus į skryneles:

Variantai\skrynelės	A)	B)	C)	D)	E)
I	raudoni	mėlyni	juodi	geltoni	balti
II	geltoni	mėlyni	juodi	raudoni	balti
III	raudoni	juodi	geltoni	mėlyni	balti

Atidariusi A skrynelę ir joje radusi raudonus rutuliukus, Elena nežinos, kurioje skrynelėje garantuotai yra geltoni rutuliukai (žr. I ir III variantus lentelėje). Panašiai galima įsitikinti, kad atidariusi B, C arba E skrynelę, Elena nežinos, kurioje skrynelėje garantuotai yra geltoni rutuliukai (žr. I ir II variantus lentelėje).

Teisingas atsakymas **D**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	C
2	E
3	E
4	C
5	A
6	E
7	C
8	B
9	B
10	C
11	C
12	A
13	D
14	B
15	D
16	C
17	B
18	D
19	A
20	B
21	A
22	D
23	E
24	C
25	C
26	D
27	A
28	A
29	D
30	D