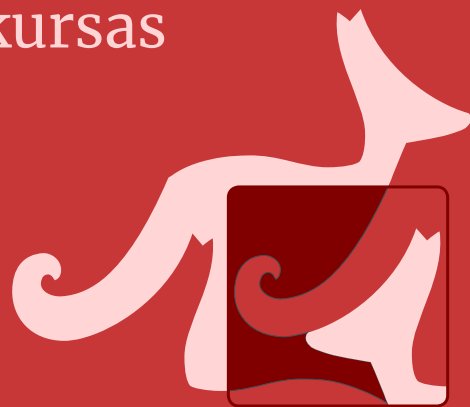


Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA



Nykštukas

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2024

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA



KENGŪRA 2024. Nykštukas

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorė ir sudarytoja
Marytė Skakauskienė

Redaktorius
Juožas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turiny

Pratarmė	4
Sąlygos	6
Užduočių sprendimai	10
Atsakymai	13

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdienišku) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadyneje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spęsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 30300 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2024 metais.

Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamas, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos uždutis sprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto rinktis labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna buvo atvilotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažinę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai atečiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2024 metų kovo 21 dieną keliavo ir gausiai sprendė 1–2 klasių (*Nykštuko* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklų !), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklų ?). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais ??, !!, !!! ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

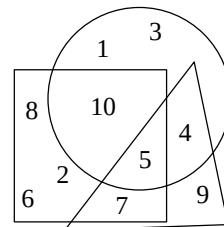
Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

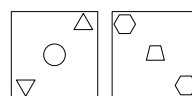
2024 m. *Nykštuko* užduočių sąlygos

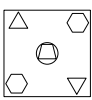
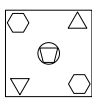
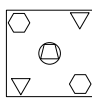
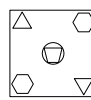
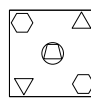
Klausimai po 3 taškus

1. Kuris skaičius yra ir trikampio, ir kvadrato, ir apskritimo viduje?
A) 1 B) 4 C) 5 D) 9 E) 12

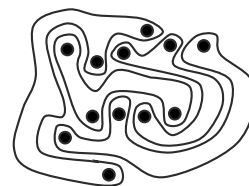


2. Ant dviejų vienodų stiklo plokštelių nupieštos figūros (žr. paveikslėlį). Onutė uždėjo vieną plokštelę ant kitos, jų nesukiodama. Ką pamatė Onutė?

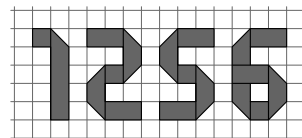


- A)  B)  C)  D)  E) 

3. Paveikslėlyje pavaizduotos keturios keistos figūros. Kelių figūrų viduje yra lygiai trys juodi taškai?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



4. Nora turėjo keturias popierines juosteles. Iš jų sulankstė paveikslėlyje pavaizduotus skaičius. Kuriam skaičiui Nora panaudojo ilgiausią juostelę?
A) 1 B) 2 C) 5 D) 6
E) Visos juostelės yra vienodo ilgio



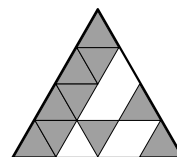
5. Paveikslėlyje pavaizduoti 8 skirtingi veidai.



Kiekvienas veidas pavaizduotas du kartus, išskyrus vieną. Kuris veidas pavaizduotas tik vieną kartą?

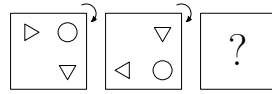
- A)  B)  C)  D)  E) 

6. Benas iš vienodų mažų trikampių kortelių dėlioja didelį trikampį (žr. paveikslėlį). Korteles jis dėlioja taip, kad jos neuždengtų viena kitos. Kiek dar kortelių reikės Benui didžiajam trikampui užbaigti?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



Klausimai po 4 taškus

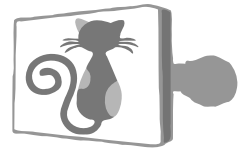
7. Artūras kortelėje nupiešė tris figūras. Jis du kartus pasuko kortelę, po ketvirtį pilno apsisukimo (žr. paveikslėlį).



Kaip atrodė kortelė po antrojo pasukimo (kortelė, pažymėta klaustuku)?

- A) B) C) D) E)

8. Elena prispaudė pavaizduotą antspaudą. Kokį paveikslėlį ji gavo?



- A) B) C) D) E)

9. Simonas turi keturis vienodus blokelius: . Kurios figūros jis negali sudaryti iš tų blokelių?

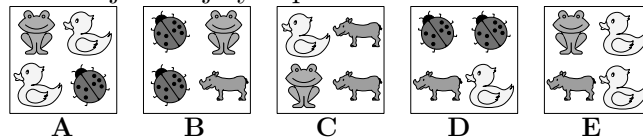
- A) B) C) D) E)

10. Paveikslėlyje po skirtingomis figūromis paslėpti skirtingi skaičiai, o po vienodomis figūromis – vienodi skaičiai. Koks skaičius slepiasi po ☆ ?

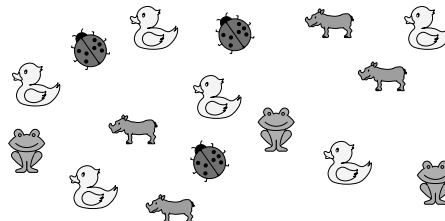
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

		+		
	☺	♥	♥	9
+	☺	☆	♥	10
	10	5	4	

11. Monika turi 5 dėžes, kiekvienoje dėžėje yra po 4 žaislus.



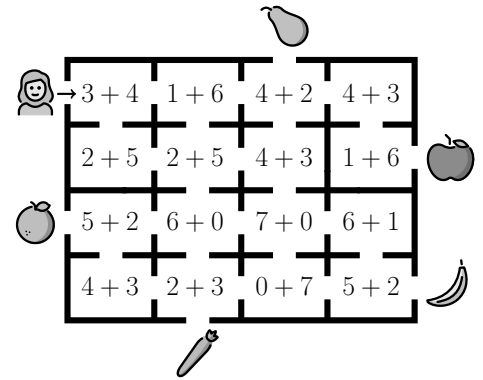
Žaisdama Monika išėmė žaislus iš keturių dėžių ir išdėliojo juos ant grindų (žr. paveikslėlį).



Iš kurios dėžės Monika žaislų neėmė?

- A) A B) B C) C D) D E) E

12. Kotryna eina per labirintą. Ji gali įeiti tik į tuos kambarius, kuriuose esančių skaičių suma yra lygi 7. Kurį skanėstą mergaitė gali pasiekti?



- A) B) C) D) E)

Klausimai po 5 taškus

13. Magdė sudarė 5 antspaudukų eilę . Ji toliau kartojo antspaudukus ta pačia tvarka:



Kuris paveikslėlis šioje eilutėje yra 27-oje vietoje?

- A) B) C) D) E)

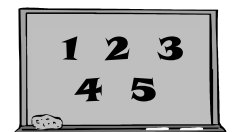
14. Du lentelės langeliai yra gretimi, jei jie turi bendrą kraštinę arba bendrą tašką. Pavyzdžiui, langeliui su skaičiumi 2 gretimi yra langeliai su skaičiais 4, 12, 1, 5 ir 10. Kuris pavaizduotos lentelės skaičius yra lygus skaičių, esančių gretimuose langeliuose, sumai?

3	1	7
12	1	5
4	2	10

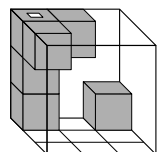
- A) 3 B) 5 C) 7 D) 10 E) 12

15. Jokūbas nori pasirinkti du iš penkių paveikslėlyje užrašytų skaičių ir apskaičiuoti jų sumą. Kiek skirtingų rezultatų jis gali gauti?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10



16. Rusnė turi permatomą kubą, kuriame yra 6 maži kubeliai (žr. paveikslėlį). Ką mato Rusnė, žvelgdama į kubą iš viršaus?



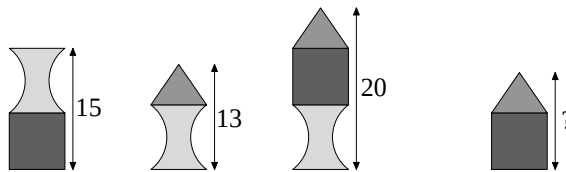
- A) B) C) D) E)

17. Jonė, Laura, Ignas ir Tomas turi po tris skirtingus lipdukus. Kiekvienas vaikas su kiekvienu kitu vaiku turi lygiai po vieną tokį pat lipduką. Jonės, Lauros ir Igno lipdukai pavaizduoti paveikslėlyje. Kokie yra Tomo lipdukai?

Jonė	△	○	□
Laura	♥	□	☆
Ignas	☆	△	◇

A) □ ♥ ◇ B) ♥ ○ △ C) ☆ ◇ ○ D) ◇ ○ ♥ E) □ ☆ △

18. Mykolas iš trijų rūšių figūrų sukrovė keturis bokštus. Paveikslėlyje pateikti trijų bokštų aukščiai.



Koks yra ketvirtojo bokšto aukštis?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 17

Nykštuko užduočių sprendimai

1. **(C)** 5

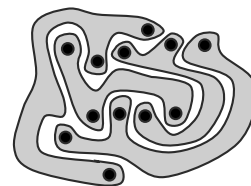
! Pažvelgus į paveikslėlį matyti, kad vienintelis skaičius 5 yra ir trikampio, ir kvadrato, ir apskritimo viduje. Teisingas atsakymas **C**.

2. **(E)** 

! Uždėjus vieną stiklo plokštelę ant kitos, šešiakampiai turėjo matytis viršutiniame kairiajame ir apatiniame dešiniajame kampuose, o trikampiai viršutiniame dešiniajame ir apatiniame kairiajame kampuose. Todėl netinka **A** ir **D** variantai. Toliau galime atmesti **B** variantą, nes centre esanti figūra yra apversta. Atmetame ir **C** variantą, nes trikampis viršutiniame dešiniajame kampe yra apverstas. Lieka teisingas **E** variantas.

3. **(E)** 4

! Nuspalvinus figūras, jas lengviau atpažinti. Matome, kad visų 4 figūrų viduje yra lygiai trys juodi taškai.



4. **(D)** 6

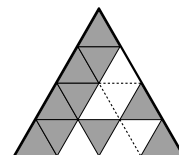
! Skaičiaus 1 juostelė yra trumpiausia. Skaičiai 2 ir 5 yra vienas kito veidrodiniai atvaizdai, todėl jų juostelės yra vienodo ilgio. Matome, kad skaičius 6 turi vienu kvadratėliu daugiau nei skaičius 5. Nora ilgiausią juostelę panaudojo skaičiui 6.

5. **(C)** 

! Kiekvienam veidui ieškome vienodo su juo ir suradę porą nuspalviname. Nenuspalvintas lieka vienintelis veidas **C**.

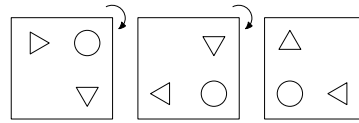
6. **(D)** 6

! Didžiajam trikampiui užbaigti Benui reikės dar šešių vienodų kortelių.



7. **(C)** 

!



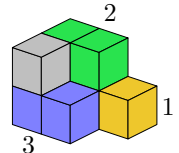
8. **(E)** 

! Prispaudus antspaudą, kairė ir dešinė pusės vaizde susikeičia. Todėl **A** ir **B** vaizdai netinka. **C** vaizde katytė turi vienodų spalvų ausis, o **D** vaizde turi tamsesnę ausį toje pačioje pusėje kaip ir uodega. Vadinasi, netinka **C** ir **D** vaizdai. Teisingas atsakymas yra **E**.

9. **(D)** 

? Akivaizdu, kaip galima sudėti figūras **A**, **B**, **C** ir **E**. Kaip sudėti figūrą **D** – nematyti. Renkamės atsakymą **D**.

! Iš keturių vienodų blokelių neįmanoma sudaryti **D** paveikslėlyje pavaizduotos figūros. Iš tikrųjų – jei ją galima sudėti, tai ją galima ir išardyti. Ištraukime iš figūros **D** vieną po kito blokelių 1, 2 ir 3. Turėjo būti ketvirtas blokelis, o liko du atskiri kubeliai. Teisingas atsakymas **D**.



10. **(B)** 3

! Kadangi dvi širdutės slepia 4, tai po viena širdute slepiasi skaičius 2. O širdutės ir žvaigždutės suma 5, todėl po žvaigždute slepiasi skaičius, lygus skirtumui $5 - 2 = 3$.

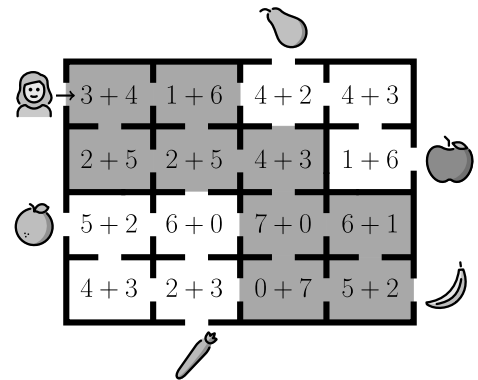
11. **(B)** B

! Tarp ant grindų išdėliotų žaislų yra 6 antys. O penkiose žaislų dėžėse irgi buvo 6 antys. Vadinasi, Monika išėmė žaislus iš visų dėžių su antimis, pasiliko vienintelę dėžę, kurioje nebuvo ančių. Teisingas atsakymas **B**.

12. (A) 

! Einame per labirintą ir po vieną nuspalviname kambarius, kuriuose Kotryna gali apsilankyti (žr. pav. dešinėje). Matome, kad pasiekti galima tik bananą  (net keliais maršrutais), o kitų skanėstų – ne.

Teisingas atsakymas A.



!! Jeigu yra kelias nuo pradžios iki skanėsto, tai yra ir kelias nuo skanėsto iki pradžios. Bet nuo morkos  (ar kriaušės ) iš karto patenkame į draudžiamą kambarį, nuo apelsino  ar obuolio  – po dviejų žingsnių. O štai banano  atgal maršrutų kiek tik nori.

13. (B) 

! Paveikslukai kartojasi kas 5. 25-asis paveikslėlis yra liepsnelė , 26-asis – saulė , o 27-asis – vaiduoklis . Teisingas atsakymas B.

14. (C) 7

! Imkime skaičių 3, jam gretimuose langeliuose esantys skaičiai yra 12, 1 ir 1. Jų suma $12 + 1 + 1 = 14$. Langelis netinka, nes 14 yra daugiau už 3. Patikrinkime visus skaičius, pamatysime, kad 7 yra vienintelis skaičius, kuris lygus gretimuose langeliuose esančių skaičių sumai: $7 = 1 + 1 + 5$ (žr. paveikslėlį).

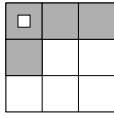
3	1	7
12	1	5
4	2	10

15. (C) 7

! Užrašykime galimas sumas eilės tvarka: $1 + 2 = 3$; $1 + 3 = 4$; $1 + 4 = 5$; $1 + 5 = 6$; $2 + 3 = 5$; $2 + 4 = 6$; $2 + 5 = 7$; $3 + 4 = 7$; $3 + 5 = 8$; $4 + 5 = 9$. Iš viso gauname 10 sumų, tačiau tik 7 iš jų skirtingos.

!! Mažiausia galima suma, kurią Jokūbas gali gauti, yra $1 + 2 = 3$, o didžiausia – $4 + 5 = 9$. Visos kitos sumos, kurias jis gali gauti, yra tarp šių dviejų. Kitaip tariant, visi galimi skaičiai, kuriuos jis gali gauti, yra: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Tuo įsitikiname skaičiuodami: $1 + 2 = 3$; $1 + 3 = 4$; $1 + 4 = 5$; $2 + 4 = 6$; $3 + 4 = 7$; $3 + 5 = 8$; $4 + 5 = 9$. Matome, kad jis gali gauti 7 skirtingus rezultatus.

16. (E)



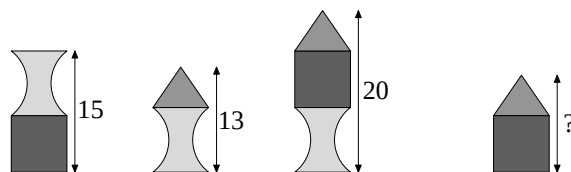
! Rusnė žvelgdama į objektą iš viršaus, viršutiniame kairiajame kampe mato tris kubus. Apatiniame dešiniajame kampe yra kubas, kurį ji irgi mato pro skaidrų stiklą. Teisingas atsakymas **E**.

17. (D) ♦ ○ ♥

! Jonė ir Laura turi po kvadratą. Laura ir Ignas turi po žvaigždę. Jonė ir Ignas turi po trikampi. Taigi, Tomas turi turėti apskritimą kaip Jonė, širdį kaip Laura ir rombą kaip Ignas. Teisingas atsakymas **D**.

18. (A) 12

! Palyginę pirmąjį ir trečiąjį bokštus, matome, kad trikampio aukštis yra 5, nes $20 - 15 = 5$. Palyginę antrąjį ir trečiąjį bokštus, nustatome, kad stačiakampio aukštis yra $20 - 13 = 7$. Todėl iš stačiakampio ir trikampio sudaryto bokšto aukštis yra $7 + 5 = 12$.



Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	C
2	E
3	E
4	D
5	C
6	D
7	C
8	E
9	D
10	B
11	B
12	A
13	B
14	C
15	C
16	E
17	D
18	A