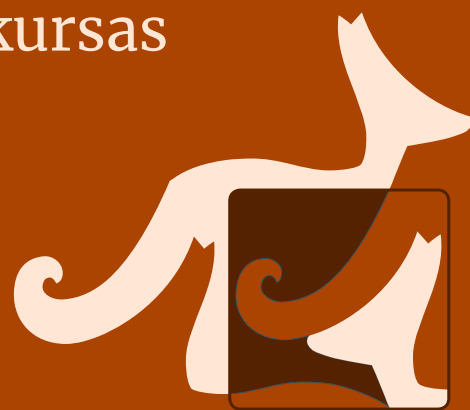


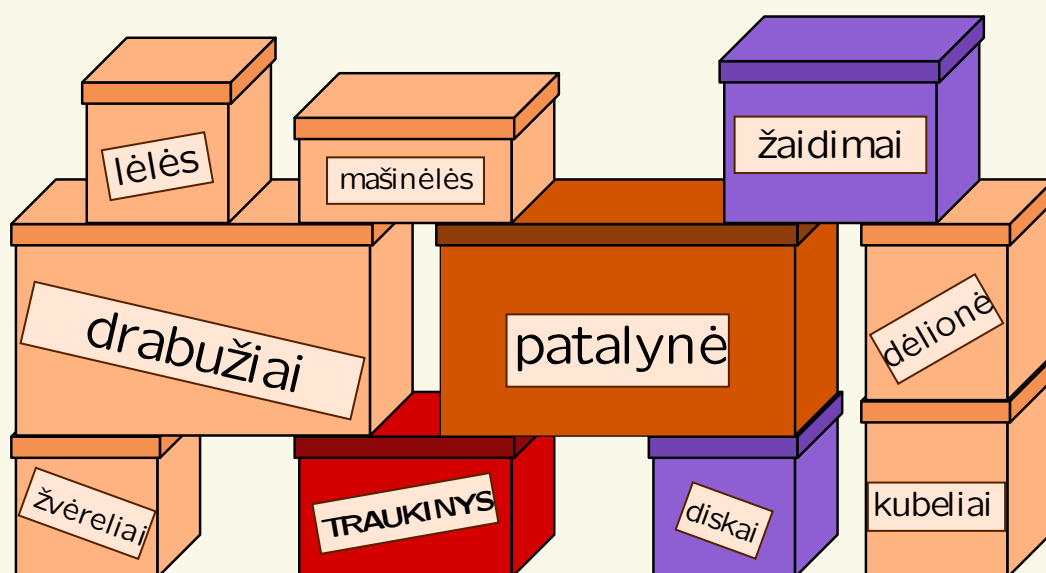
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA



Mažylis

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2022

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA



KENGŪRA 2022. Mažylis

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turiny

Pratarmė	4
Sąlygos	6
Užduočių sprendimai	10

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdienišku) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gdynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos sprendamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 24000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2022 metais. Nors, žinoma, šiais metais viskas dėl tos nelemtos pandemijos atrodė, pakrypo ir klostėsi visiškai kitaip negu iki šiol. Pasitvirtino visiems teoriškai gerai girdėta išmintis, kad karantininis gyvenimas yra pilnas staigmenų ir netikėtumų: konkursas iš trečiojo kovo ketvirtadienio nusikėlė į vėlesnę datą ir vyko nuotoliniu būdu.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamas, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrantančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirka ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo

ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšiuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai atečiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2022 metų kovo 17 dieną keliavo ir gausiai sprendė 3–4 klasių (*Mažylis* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu !), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu ?). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais ??, !!, !!! ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

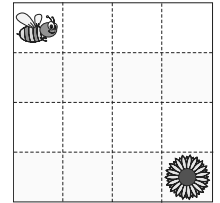
Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

2022 m. *Mažylio* užduočių sąlygos

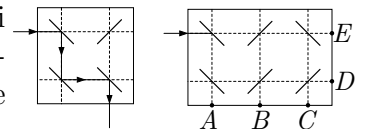
Klausimai po 3 taškus

1. Kai Liepa paspaudžia mygtuką su ženklu $\rightarrow$, bitė pajuda per vieną langelį dešinėn, o kai paspaudžia mygtuką $\downarrow$ – per vieną langelį žemyn. Kurią iš žemiau nurodytų kombinacijų turi suspaudyti Liepa, kad bitė atsidurtų ant gėlytės?



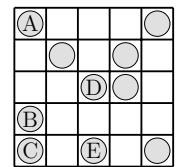
- A) $\rightarrow \downarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \rightarrow$ B) $\downarrow \downarrow \rightarrow \downarrow \downarrow$ C) $\rightarrow \downarrow \rightarrow \downarrow \rightarrow$
D) $\rightarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow$ E) $\downarrow \rightarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow$

2. Paveikslėliuose pasviraisiais brūkšniais pavaizduoti veidrodžiai. Kai lazerio spindulys pasiekia veidrodį, jis atsispindi kaip pavaizduota kairiajame paveikslėlyje. Per kurį tašką eis lazerio spindulys dešiniajame paveikslėlyje?



- A) A B) B C) C D) D E) E

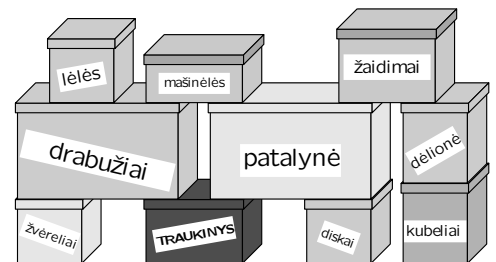
3. Kurį skrituliuką lentoje reikia perstatyti į kitą vietą, kad kiekvienoje lentos eilutėje ir kiekviename stulpelyje būtų lygiai du skrituliukai?



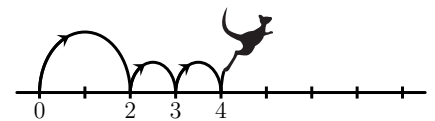
- A) A B) B C) C D) D E) E

4. Į uždengiamąsias dėžutes sudėti žaislai. Kiek mažiausiai dėžučių reikės nuimti Jokūbui, kad atidengtų tamsiąją dėžutę su užrašu TRAUKINYS?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



5. Kengūra padarė dvimetrinį šuolį ir du vieno metro šuolius, o tada dar keletą kartų pakartojo šią trijų šuolių kombinaciją. Kiek iš viso šuolių padarė kengūra, jeigu ji nušoliavo 16 metrų?



- A) 4 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

6. Kurią iš žemiau nurodytų detalių reikia įstatyti į dėlionės vidurį, kad du kvadratai su tuo pačiu skaičiumi neturėtų bendros kraštinės?

3	2	5	4	2	1
1	4	3	1	3	4
2	5		5	2	1
4	1				3
3	2	4	2	5	2
4	1	3	1	3	4

- A)

4
1 2 3

 B)

1
3 4 2

 C)

2
4 1 3

 D)

2
3 1 4

 E)

3
2 1 4

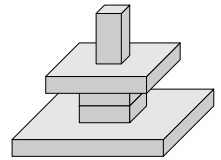
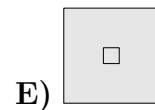
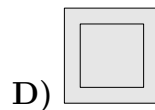
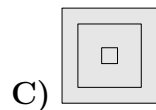
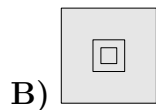
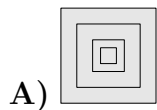
7. Ant kiekvienos dėžės pažymėta, kiek sveria joje esantys vaisiai:

1 kg	2 kg	3 kg	4 kg	5 kg	6 kg	9 kg	13 kg	17 kg
------	------	------	------	------	------	------	-------	-------

Sodininkas suskirstė dėžes į 3 grupes po 3 dėžes taip, kad kiekvienos grupės visi vaisiai svėrėtų tiek pat. Kuri iš žemiau nurodytų dėžių atsidūrė vienoje grupėje su 6 kilogramų dėže?

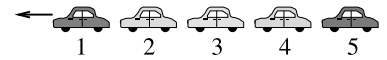
- A) 2 kg B) 3 kg C) 4 kg D) 9 kg E) 13 kg

8. Iš medinių detalių Matas sustatė statinį, pavaizduotą dešinėje. Kaip tas statinys atrodo žiūrint iš viršaus?



Klausimai po 4 taškus

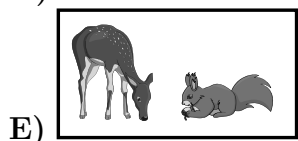
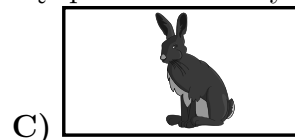
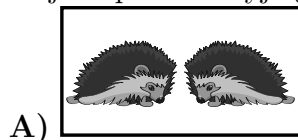
9. Penki sunumeruoti automobiliai važiavo vienas po kito ta pačia kryptimi. Iš pradžių 5-as automobilis aplenkė du automobilius, važiavusius prieš jį. Tada 3-ias automobilis, kuris atsidūrė priešpaskutinėje vietoje, aplenkė du automobilius. Pagaliau 2-as automobilis aplenkė du automobilius. Kokia tvarka automobiliai važiuoja dabar?



A) 1, 2, 3, 5, 4 B) 2, 1, 3, 5, 4 C) 2, 1, 5, 3, 4 D) 3, 1, 4, 2, 5 E) 4, 1, 2, 5, 3

10. Šešių kengūrų amžius yra 2, 4, 5, 6, 8 ir 10 metų. Keturių iš jų bendras amžius yra 22 metai. Koks yra likusių dviejų kengūrų amžius?
- A) 2 ir 8 B) 4 ir 5 C) 5 ir 8 D) 6 ir 8 E) 6 ir 10

11. Vaikai spalvino paveikslėlius. Dominyko paveikslėlyje nėra triušio. Morkaus paveikslėlyje yra sviedinys. Beno paveikslėlyje gyvūnai skirtingi. Emilijos paveikslėlyje tik vienas gyvūnas. Kajaus paveikslėlyje gyvūnų nėra. Kurį paveikslėlį spalvino Dominykas?



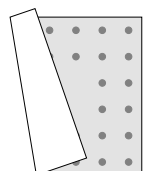
12. Lentelėje kiekvienos eilutės ir kiekvieno stulpelio trijų skaičių suma turėjo būti ta pati, bet vienas skaičius buvo įrašytas neteisingai. Kuris?

A) 1 B) 3 C) Vienas iš ketvirtų D) 5 E) Vienas iš septynetų

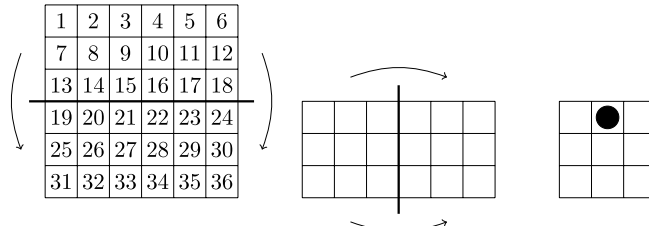
9	1	5
3	7	6
4	7	4

13. Aladino kilimas kvadratinis. Palei kiekvieną kraštinę dviem lygiagrečiomis jai eilėmis išsidėstę po tiek pat skrituliukų. Kilimas užlanko, kaip pavaizduota paveikslėlyje. Kiek skrituliukų yra kilime?

A) 48 B) 44 C) 40 D) 36 E) 32



14. Ant stalo gulėjo kvadratinis popieriaus lapas su skaičiais. Gabija sulenkė jį pusiau per horizontalią liniją, pavaizduotą pirmame paveikslėlyje, ir prispaudė viršutinę dalį prie apatinės. Tada sulenkė lapą pusiau per vertikalią liniją ir prispaudė kairę pusę prie dešinėsios. Nesukiodama taip sulankstyto lapo, ji pramušė skylę per visus popieriaus sluoksnius juodu skrituliuku pažymėtoje vietoje. Langelius su kuriais skaičiais pramušė Gabija?



A) 8, 11, 26, 29
C) 15, 16, 21, 22

D) 14, 16, 21, 23

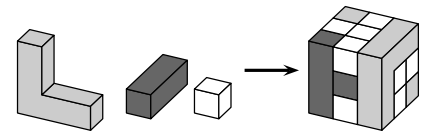
B) 14, 17, 20, 23
E) 15, 17, 20, 22

15. Vaikai išrikiuoti keliomis eilėmis, po tiek pat kiekvienoje eilėje. Kajus mato, kad prieš jį yra dvi eilės vaikų, o už jo – viena eilė. Taip pat jis mato, kad jo eilėje į dešinę nuo jo stovi penki vaikai, o į kairę – trys vaikai. Kiek vaikų išrikiuota?

A) 10 B) 17 C) 18 D) 27 E) 36

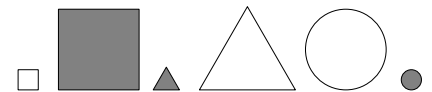
16. Kubas sudėtas iš trijų rūšių medinių detalių (žr. paveikslėlį). Kiek jame yra baltųjų kubelių?

A) 8 B) 11 C) 13 D) 16 E) 19



Klausimai po 5 taškus

17. Iš šalia pavaizduotų figūrų Luknė pasirinko kelias ir pasakė: „Tarp pasirinktųjų figūrų dvi yra užtušiuotos. Tarp pasirinktųjų figūrų dvi yra didelės. Tarp pasirinktųjų figūrų dvi yra apskritos.“ Kiek mažiausiai figūrų galėjo pasirinkti Luknė?



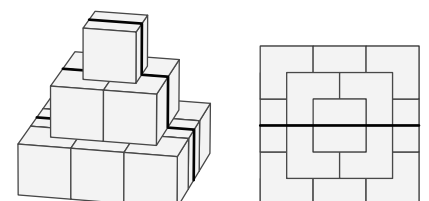
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. Futbolo varžybose dalyvavo trys komandos. Kiekviena komanda su kiekviena kita žaidė vieną kartą. Už laimėtas rungtynes komanda gavo 3 taškus, už pralaimėjimą – 0 taškų, už lygiąsias – 1 tašką. Kurio iš žemiau išvardytų taškų skaičių negalėjo surinkti nė viena komanda?

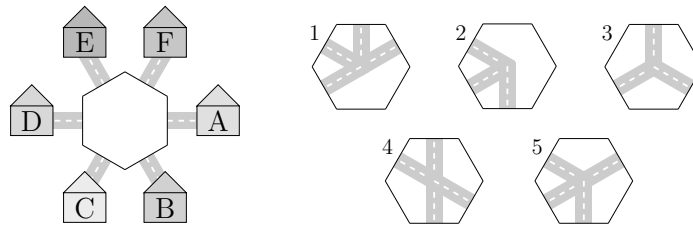
A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

19. Piramidė sudėta iš kubų, kurių briaunos ilgis 10 cm. Skruzdėlė užropojo ant piramidės iš vienos pusės, o nusileido priešingoje pusėje (storoji linija paveikslėliuose – jos trasa; antrame paveikslėlyje – piramidės ir skruzdėlės kelio vaizdas iš viršaus). Kiek centimetrų skruzdėlė nukeliavo piramide?

A) 30 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

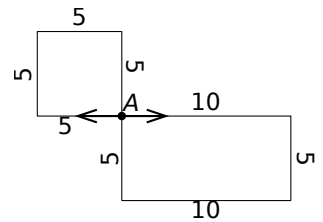


20. Amelija nori į dėlionės vidurį įdėti tokią detalę, kad namas A būtų sujungtas su namais B ir E, bet nebūtų sujungtas su namu D. Kurios dvi detalės tam tinka?



- A) 1 ir 2 B) 2 ir 3 C) 1 ir 4 D) 4 ir 5 E) 1 ir 5

21. Jonas ir Benas išėjo iš taško A vienodu greičiu priešingomis kryptimis, nurodytomis rodyklėmis. Jonas ėjo aplink kvadratinį gėlyną, kurio kraštinės ilgis 5 metrai, o Benas – aplink stačiakampį gėlyną, kurio kraštinių ilgiai yra 5 ir 10 metrų. Kiek kartų Jonas bus apėjęs kvadratinį gėlyną, kai pirmą kartą susitiks su Benu taške A?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

22. Penki vaikai valgė slyvas. Adelė suvalgė dviem slyvomis daugiau, nei Matas. Emilija suvalgė trimis slyvomis mažiau, nei Adelė. Tėja suvalgė vieną slyvą daugiau nei Emilija, bet trimis slyvomis mažiau nei Liepa. Kurie vaikai suvalgė po tiek pat slyvų?

- A) Tėja ir Adelė B) Matas ir Tėja C) Matas ir Liepa D) Liepa ir Emilija
E) Adelė ir Liepa

23. Vikšras Meškutis (žr. pav. šalia) susiruošė miegoti. Jis gali susirangyti bet kaip, bet vikšro gretimi nareliai liečia vienas kitą ir jam susirangius. Kuriame paveikslėlyje pavaizduotas susirangęs Meškutis?



- A) B) C) D) E)

24. Kvadrato langeliuose vienodos figūros slepia vienodus skaičius. Kiekvienos eilutės trijų skaičių suma nurodyta šalia tos eilutės. Kokį skaičių slepia skritulys?

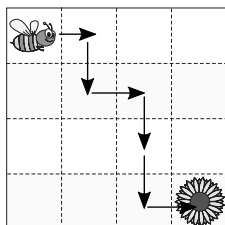
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

			→ 34
			→ 32
			→ 26

Mažylio užduočių sprendimai

1. **(A)** $\rightarrow \downarrow \rightarrow \downarrow \downarrow \rightarrow$

? Galima tiesiog tikrinti atsakymus. Jau atsakymas **A** tinka:



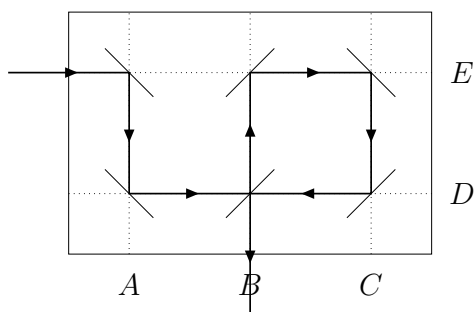
Renkamės atsakymą **A**.

! Galima patikrinti likusius atsakymus ir įsitikinti, kad jie netinka. Suspaudę atsakymą **B** nusileidžiame per žemai; suspaudę **C** atsiduriame greta gėlytės, bet aukščiau jos; suspaudę **D**, atsiduriame šalia gėlytės iš kairės; suspaudę **E**, kaip ir atveju **B**, atsiduriame per žemai.

!! Nesunku uždavinį išspręsti ir nežiūrint į pasirenkamuosius atsakymus. Aišku, kad reikia padaryti 3 žingsnius į dešinę ir 3 žingsnius žemyn, bet kuria tvarka ir bet koks toks maršrutas tinka, o kitoks – netinka. Taigi iš siūlomų atsakymų toks yra vienintelis **A**. O šiaip jau tinkamų maršrutų būtų net 20 (galite juos visus nusipiešti).

2. **(B)** B

! Piešiame lazerio spindulio trajektoriją:

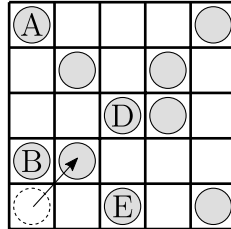


Matome, kad spindulys iš išvardytų taškų eis tik per tašką B . Renkamės atsakymą **B**.

Beje, patogų veidrodžių pažymėti raidėmis, pirma nurodant horizontalią liniją, ant kurios jis yra, o tada vertikalią. Taigi veidrodžiai būtų. EA, EB, EC, DA, DB, DC , o spindulio trajektorija būtų $EA \rightarrow DA \rightarrow DB \rightarrow EB \rightarrow EC \rightarrow DC \rightarrow AB \rightarrow B$. Žinoma, jau iš pirmo paveikslėlio numanome, kad visi veidrodžiai yra abipusiai. Mūsų atveju spindulys atsispindi nuo veidrodžio DB iš pradžių iš vienos pusės, o vėliau – ir iš kitos.

3. Ⓒ C

! Kadangi pirmame stulpelyje ir apatinėje eilutėje yra po 3 skrituliukus, tai perstatyti būtinai reikia apatinį kairįjį skrituliuką – tai C. Žinoma, pravartu nustatyti, ar tikrai tinkamai perkėlus jį visur bus po 2 skrituliukus. Kadangi dabar antrame stulpelyje ir antroje iš apačios eilutėje yra po vieną skrituliuką, tai perkelti skrituliuką reikia į sandūros langelį – greta skrituliuko B.



Matome, kad dabar kiekviename stulpelyje ir kiekvienoje eilutėje stovės po 2 skrituliukus. Teisingas atsakymas C.

4. Ⓒ 5

! Kad atidengtų traukinio dėžutę, Jokūbas būtinai turės prieš tai nukelti dėžutę su drabužiais ir dėžutę su patalyne. Bet drabužių dėžutei nukelti trukdo lėlės ir mašinėlės – jas teks nukelti dar anksčiau. Be to, patalynei dar trukdys žaidimai – teks iš anksto nukelti ir juos. Dabar atidengti traukinio dėžutę niekas nebetrukdytų, vadinasi, nuimti reikėjo lėles, mašinėles ir žaidimus, tada drabužius ir patalynę – iš viso 5 dėžutes.

Teisingas atsakymas C.

5. Ⓔ 12

! Kengūras šuolių kombinaciją sudaro 2 m, 1 m ir 1 m šuoliai, taigi $2 + 1 + 1 = 4$ m. Kadangi kengūra nušuoliavo 16 m, tai ji atliko 4 kombinacijas. Bet vienoje kombinacijoje yra 3 šuoliai, todėl 4 kombinacijose bus $4 \cdot 3 = 12$ šuolių. Teisingas atsakymas E.

6. Ⓓ

2
3 1 4

? Paprasčiausia tiesiog tikrinti atsakymus. Detalė A netinka, nes įstačius jos vieneto kairėje atsidurtų vienetas. Netinka ir detalė B, nes ją įstačius virš jos dvejeto būtų taip pat dvejetas. Netinka detalė C, nes po ketvertu būtų ketvertas. Detalė D tinka: įstačius ją, nei 2, nei 3, nei 1, nei 4 neturi tokio pat kaimyno.

3	2	5	4	2	1
1	4	3	1	3	4
2	5	2	5	2	1
4	1	3	1	4	3
3	2	4	2	5	2
4	1	3	1	3	4

Renkamės atsakymą D.

! Vis dėlto maga sužinoti (o matematikoje – tai ir būtina), ar tinka detalė **E**. Pasirodo, kad tada virš jos trejeto taip pat bus trejetas, taigi ji netinka. Vadinasi, vienintelė tinkama detalė yra ketvirtoji.

Teisingas atsakymas **D**.

!! Galima samprotauti ir kiek kitaip. Matome, kad įstatytos detalės dešiniojo skaičiaus kaimynai bus 2, 3 ir 5.

3	2	5	4	2	1
1	4	3	1	3	4
2	5		5	2	1
4	1				3
3	2	4	2	5	2
4	1	3	1	3	4

Vadinasi, tikrai netinka įstatyti detales **A**, **B** ir **C**. Viršutinio skaičiaus kaimynai bus 3 ir 5, taigi netinka detalė **E**. Liko vienintelė tinkama detalė **D**.

7. **D** 9 kg

! Žinoma, reikia pabandyti suskirstyti dėžes į 3 grupes po 3 dėžes, o tada pasižiūrėti, kas atsidūrė vienoje grupėje su 6 kg dėže.

Ir vis dėlto geriausia pradėti nuo skaičiavimų. Iš viso obuolių yra

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 9 + 13 + 17 = 60$$

kilogramų. Vadinasi, kiekvienoje iš 3 grupių turi būti po 20 kg. O dabar aišku, kad pradėti reikia nuo dėžės 17 kg (kaip mokant prie kasos – pradedame nuo stambesnių eurų, o baigiamo smulkesniais centais). Prie jos prijungti 2 dėžes, kad būtų 20 kg, galima vieninteliu būdu – prijungti prie jos 1 kg dėžę ir 2 kg dėžę. Dabar prie 13 kg reikia prijungti 2 dėžes, kuriose būtų 7 kg. Aišku, kad tai dėžės 3 kg ir 4 kg (kitais būdais būtų per daug). Vadinasi, trečioje grupėje lieka 5 kg, 6 kg ir 9 kg. Taigi su 6 kg dėže kartu atsiduria 5 kg dėžė ir 9 kg dėžė. Bet 5 kg dėžė atsakymuose neminima, ir reikia rinktis 9 kg.

Teisingas atsakymas **D**.

8. **C** 

! Kai žiūrime iš viršaus, tikrai matysime viršutinę figūrą, o atrodo ji kaip kvadratas. Matysime ir antrą figūrą, nes ji platesnė už viršutinę, ir viršutinė jos visos neuždengs (matysime jos viršutinę sieną, kvadratą, kurio vidurį dengia kvadratas). Trečios ir ketvirtos figūrų nematysime, nes jos siauresnės už antrąją. Pagaliau, matysime apatinės, didžiausios figūros viršutinę sieną – kvadratą, kurio vidurį dengia pirmas ir antras kvadratai. Taigi matysime tris kvadratus – taip yra atsakymuose **B** ir **C**. Bet antros figūros viršutinė siena platesnė už trečios ir ketvirtos figūros viršutinę sieną (tai matome ir paveikslėlyje **A**), todėl renkames didesnį kvadratą.

Teisingas atsakymas **C**.

9. **(B)** 2, 1, 3, 5, 4

! Iš pradžių automobiliai važiavo tokia tvarka: 1 2 3 4 5. Kai 5-as aplenkė du automobilius, tvarka pasidarė 1 2 5 3 4. Tada 3-ias automobilis aplenkė du kitus, ir tvarka buvo 1 3 2 5 4. Dabar du automobilius aplenkė 2-as automobilis, ir tvarka tapo 2 1 3 5 4.

Teisingas atsakymas **B**.

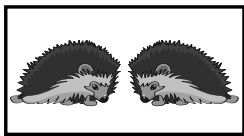
10. **(C)** 5 ir 8

! Pabandykime paspėlioti, kurios keturios kengūros kartu turi 22 metus. Į tokį ketvertuką būtinai įeina 10-metė kengūra – priešingu atveju keturios vyriausios turėtų $8 + 6 + 5 + 4 = 23$ metus (per daug), o antras vyriausias ketvertukas būtų $8 + 6 + 5 + 2 = 21$ metų (per mažai). Su dešimtmete jauniausias ketvertukas būtų $10 + 2 + 4 + 5 = 21$ metų (per mažai), o antras jauniausias būtų $10 + 2 + 4 + 6 = 22$ (kaip tik; kiti ketvertukai turi jau per daug metų). Taigi ne ketvertuke lieka 5 metų ir 8 metų kengūros.

Teisingas atsakymas **C**.

!! Ir vėl – geriausia pradėti nuo skaičiavimų.

Visų šešių kengūrų bendras skaičius yra $2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 = 35$ metai. Keturių iš jų bendras amžius yra 22 metai. Atmetę jį iš 35, gausime likusių dviejų kengūrų bendrą amžių: $35 - 22 = 13$. Tokį bendrą amžių turi tik 5 metų ir 8 metų kengūrų pora (tai akivaizdu).



11. **(A)**

! Peržiūrėkime sakinius. Dominyko paveikslėlyje nėra triušio – kol kas sužinojome nedaug. Morkaus paveikslėlyje yra sviedinys – bet tokie du paveikslėliai: **B** ir **D**. Beno paveikslėlyje gyvūnai skirtingi – vadinasi, taip paveikslėlis **E**. Emilijos paveikslėlyje tik vienas gyvūnas – vadinasi, tai paveikslėlis **C**. Kajaus paveikslėlyje gyvūnų nėra – vadinasi, tai **B**. Liko du paveikslėliai – **A** ir **D**. Morkaus paveikslėlyje yra sviedinys – bet iš jų toks tik **D**.

Vadinasi, Dominykui lieka paveikslėlis **A**. Teisingas atsakymas **A**.

12. **(B)** 3

? Pirmos eilutės skaičiaus suma $9 + 1 + 5 = 15$, antros eilutės – $3 + 7 + 6 = 16$, trečios – $4 + 7 + 4 = 15$. Vadinasi, neteisingas skaičius yra 2 eilutėje.

Pirmo stulpelio skaičių suma $9 + 3 + 4 = 16$, antro stulpelio – $1 + 7 + 7 = 15$, trečio – $5 + 6 + 4 = 15$. Vadinasi, neteisingai įrašytas skaičius yra pirmame stulpelyje. Bet jis ir antroje eilutėje, todėl tai skaičius 3.

Renkamės atsakymą **B**.

! O ar tikrai tik vienas skaičius įrašytas neteisingai? Pasitikrinkime, ar jį pakeitę gausime „taisyklingą“ lentelę, kurioje eilučių sumos lygios ir stulpelių sumos lygios. Kadangi „neteisingos“ eilutės (o ir „neteisingo“ stulpelio) suma vienetu per didelė, tai vietoj 3 įrašome 2. Gautos lentelės

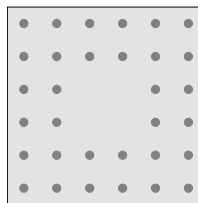
9	1	5
2	7	6
4	7	4

kiekvienos eilutės ir kiekvieno stulpelio suma lygi 15.

Teisingas atsakymas **B**.

13. **(E)** 32

! Galima nupiešti neužlenktą kilimą:



Ketrios jo eilutės pilnos, jose $4 \cdot 6 = 24$ skrituliukai. Dvi eilutės nepilnos – jose $2 \cdot 4 = 8$ skrituliukai. Vadinasi, iš viso kilime $24 + 8 = 32$ skrituliukai.

Teisingas atsakymas **E**.

!! Ir neatlenkus kilimo, aišku, kad jo kraštinė 6 (kitai sakant, prie jo kraštinės telpa 6 skrituliukai). Vadinasi, kilime tilptų $6 \cdot 6 = 36$ skrituliukai. Bet kilimo vidurys tuščias, ir tuščiojo kvadrato kraštinė lygi $6 - 2 - 2 = 2$. Jame tilptų $2 \cdot 4 = 4$ skrituliukai todėl kilime yra $36 - 4 = 32$ skrituliukai.

14. **(B)** 14, 17, 20, 23

! Lankstant lapą, nejudėjo apatinė dešinioji lapo dalis, taigi Gabija pramušė skaičių 23. Lenkiant lapą per horizontalią liniją, virš 23 atsiduria skaičius 17. Lenkiant lapą per vertikalią liniją, virš 23 atsiduria skaičius 20 (ir jau esantis virš jo 14). Taigi Gabija pramuš skaičius 14, 17, 20, 23.

Teisingas atsakymas **B**.

15. **(E)** 36

! Kadangi kiekvienoje eilutėje tiek pat vaikų, tai vaikai išrikiuoti stačiakampiu. Eilių yra $2 + 1 + 1 = 4$, eilėje vaikų $5 + 1 + 3 = 9$. Vadinasi, išrikiuoti $4 \cdot 9 = 36$ vaikai.

Teisingas atsakymas **E**.

16. **(B)** 11

! Matome kad pilkosios detalės tūris – 5 baltieji kubeliai, juodosios – 3 kubeliai, o didžiojo kubo tūris – $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ kubeliai. Kube įžiūrime 2 pilkąsias, 2 juodąsias ir 8 baltąsias detales. Jų tūris $2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 8 \cdot 1 = 24$ kubeliai. Vadinasi, lieka $27 - 24 = 3$ kubelių tūris. Bet tai ne dar viena juodoji detalė – jos dalį matytume arba viršutinėje, arba priekinėje, arba dešiniojoje sienoje. Vadinasi, tai dar 3 baltosios detalės, kurių nematome. Iš viso kube yra $8 + 3 = 11$ baltųjų detalių.

Teisingas atsakymas **B**.

17. **(B)** 3

! Patogu pradėti nuo apskritųjų figūrų. Jų buvo dvi, ir abi jas Luknė pasirinko: didelį skritulį ir mažą užtušuotą skritulį. Kadangi dabar Luknei trūko didelės figūros ir užtušuotas figūros, jai geriausia buvo imti didelę užtušuotą figūrą. Tokia figūra – tai didysis užtušuotasis kvadratas.

Taigi dabar Luknė turi tris figūras: abu skritulius ir didįjį kvadratą, ir visos 3 sąlygos išpildytos.

Teisingas atsakymas **B**.

18. **(D)** 5

! Kiekviena komanda sužaidė po dvejas rungtynes. Jei abejas rungtynes komanda laimėjo, tai gavo $3+3 = 6$ taškus. Jei vienerias laimėjo ir vienerias sužaidė lygiosiomis, tai surinko $3+1 = 4$ taškus. Jei vienerias laimėjo ir vienerias pralaimėjo, tai surinko $3+0 = 3$ taškus. Jei abejas sužaidė lygiosiomis, tai surinko $1+1 = 2$ taškus. Jeigu vienerias sužaidė lygiosiomis ir vienerias pralaimėjo, tai surinko $1+0 = 1$ tašką. Pagaliau jeigu abi jas pralaimėjo, tai surinko $0+0 = 0$ taškų.

Matome, jog kad ir kaip baigtųsi varžybos, nė viena komanda nebus surinkusi 5 taškų.

Teisingas atsakymas **D**.

!! Beje, komanda gali surinkti: 6, 4, 3, 2, 1 ar 0 taškų, bet tai priklauso nuo varžybų rezultatų. Pavyzdžiui, jei visi trys susitikimai baigtųsi lygiosiomis, tai visos trys komandos turės po 2 taškus, o jei visos trejos rungtynės rezultatyvios (t. y. nebuvo nei vienerių lygiųjų), tai galutiniai rezultatai gali būti 6, 3, 0 arba 3, 3, 3. Siūlome išsiaiškinti, kokie iš viso gali būti varžybų rezultatų trejetai.

19. **(E)** 90

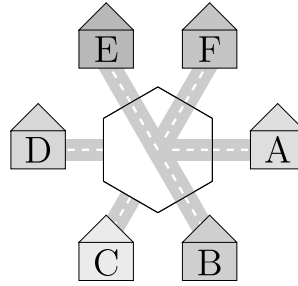
! Matome, kad skruzdėlė kildama ir leisdamasi įveikia šešias 10 cm atkarpas, o eidama horizontaliai – 4 atkarpas po 5 cm ir vieną – 10 cm. Jos visas kelias yra

$$10 + 5 + 10 + 5 + 10 + 10 + 10 + 5 + 10 + 5 + 10 = 7 \cdot 10 + 4 \cdot 5 = 90 \text{ cm}$$

Teisingas atsakymas **E**.

20. **(E)** 1 ir 5

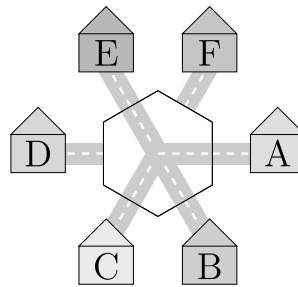
! Peržiūrėkime visas detales. Imame pirmą detalę. Kadangi namai B ir E turi būti sujungti tiesia linija, tai 1 detalę pasukame, kad tiesioji linija jungtų B ir E, o atšakos eitų į F ir A. Į namą D neina jokia atšaka, taigi pirmą detalę tinka.



Kadangi namai B ir E turi būti sujungti tiesia linija, tai 2-a ir 3-a detalės iš karto atkrenta.

Atkrenta ir 4 detalė: ji turi jungti B su E, bet negali jungti A su D. Vadinasi, ji jungs C su F. Bet tada iš viso nebus atkarpos į A.

Lieka 5 detalė. Įsitikinkime, kad ji tinka. Pasukime ją taip, kad jos tiesioji linija jungtų B su E, o atšakos eitų į C ir A. Dabar A sujungtas su B ir E, o į D neina jokia atšaka.



Taigi tinka 1 ir 5 detalės. Teisingas atsakymas **E**.

21. **C** 3

! Kai Benas apsuks vieną ratą apie stačiakampį gėlyną, jis bus nuėjęs $2 \cdot 5 + 2 \cdot 10 = 30$ metrų. Jono ratas yra $4 \cdot 5 = 20$ metrų, taigi jis bus prašokęs tašką A. Kai Benas apsuks antrą ratą, jis bus nuėjęs 60 m. Jonas bus nuėjęs $60 : 20 = 3$ ratus, ir taip pat bus taške A. Teisingas atsakymas **C**.

22. **B** Matas ir Tėja

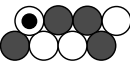
? Tarkime, kad Adelė suvalgė 10 slyvų. Tada Matas suvalgė 8 slyvas, Emilija – 7 slyvas. Todėl Tėja suvalgė $7 + 1 = 8$ slyvas, o Liepa suvalgė 11 slyvų.

Vadinasi, šiuo atveju vienodai slyvų suvalgė Matas ir Tėja. Bet *Kengūros* konkurse atsakymas visuomet vienintelis.

Drąsiai renkamės atsakymą **B**.

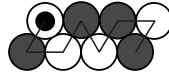
! Sakykime, kad Adelė suvalgė a slyvų. Tada Matas suvalgė $a - 2$ slyvas, Emilija suvalgė $a - 3$ slyvas. Todėl Tėja suvalgė $a - 2$ slyvas, Liepa suvalgė $a - 2 + 3$, t. y. $a + 1$ slyvą.

Matome, kad tik Matas ir Tėja suvalgė vienodai slyvų. Teisingas atsakymas **B**.

23. (A) 

? Kadangi vikšro gretimi nareliai liečia vienas kitą ir jam susirangius, tai galime rasti kelią nuo galvos į juodą narelį, tada į baltą narelį ir t. t., apeinant visus narelius.

Pradėkime nuo atsakymo A. Nuo galvos einame žemyn į juodą, dešinėn į baltą, aukštyn į juodą, žemyn į baltą, aukštyn į juodą, dešinėn į baltą ir žemyn į juodą:

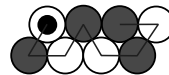
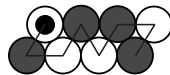


Kelias rastas, drąsiai renkamės atsakymą A.

! Pravartu įsitikinti, kad kiti atsakymai netinka. Imkime paveikslėlį B. Nuo galvos priverstinai einame kairėn į juodą. Dabar jei eisime žemyn dešinėn į baltą, tai mūsų kelias pasibaigė. O jeigu eisime žemyn kairėn į baltą, tai jau niekada neaplangysime apatinio dešinio narelio.

Panašiai įsitikiname kad netinka ir atsakymai C, D, E.

Beje, apeiti visus narelius paveikslėlyje A galima dviem (ir tik dviem) būdais:



24. (D) 12

? „Sudėję“ pirmą ir trečią eilutę matome, kad trys trikampiai ir trys žvaigždės slepia $34 + 26 = 60$. Vadinasi, vienas trikampis ir viena žvaigždė slepia $60 : 3 = 20$. Tada iš antros eilutės matome, kad skritulys slepia $32 - 20 = 12$.

Renkamės atsakymą D.

! Pravartu įsitikinti, kad tokia lentelė įmanoma. Jeigu skritulys slepia 12, tai iš antros eilutės trikampis ir žvaigždė slepia $32 - 12 = 20$. Tada iš pirmos eilutės matome, kad žvaigždė slepia $34 - 20 = 14$, o iš trečios eilutės – kad trikampis slepia $26 - 20 = 6$. Užpildome lentelę:

6	14	14
6	14	12
14	6	6

Matome, kad eilutėse skaičių sumos tikrai yra 34, 32 ir 26.

Atsakymas D tikrai teisingas.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	A
2	B
3	C
4	C
5	E
6	D
7	D
8	C
9	B
10	C
11	A
12	B
13	E
14	B
15	E
16	B
17	B
18	D
19	E
20	E
21	C
22	B
23	A
24	D