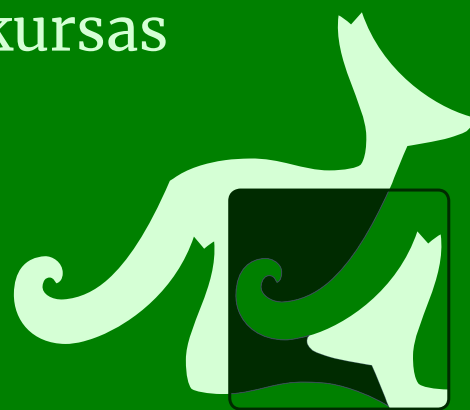
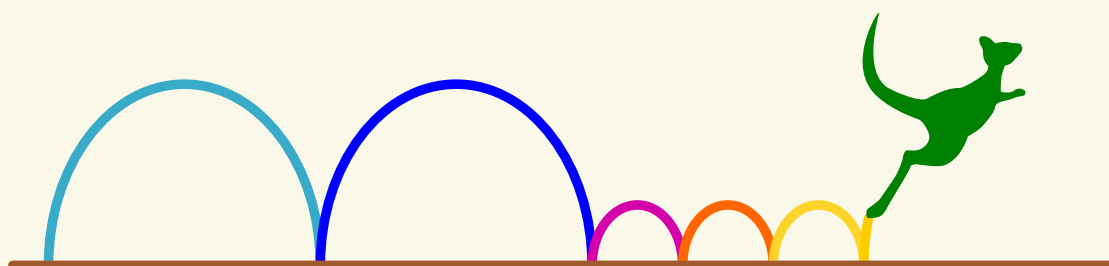


Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA



Kadetas

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2022

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA



KENGŪRA 2022. Kadetas

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Paulius Drungilas

Redaktorius
Juožas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

Turiny

Pratarmė	4
Sąlygos	6
Užduočių sprendimai	10

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdienišku) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gdynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos sprendamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 24000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2022 metais. Nors, žinoma, šiais metais viskas dėl tos nelemtos pandemijos atrodė, pakrypo ir klostėsi visiškai kitaip negu iki šiol. Pasitvirtino visiems teoriškai gerai girdėta išmintis, kad karantininis gyvenimas yra pilnas staigmenų ir netikėtumų: konkursas iš trečiojo kovo ketvirtadienio nusikėlė į vėlesnę datą ir vyko nuotoliniu būdu.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamas, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrantančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo

ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšiuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnanti atečiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2022 metų kovo 17 dieną keliavo ir gausiai sprendė 7–8 klasių (*Kadeto* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu !), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu ?). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais ??, !!, !!! ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

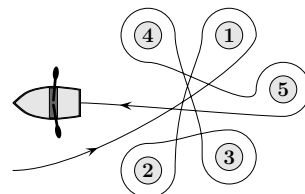
Organizatoriai

2022 m. *Kadeto* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. Sofija valtimi apiplaukė aplink penkis plūdurus, kaip parodyta paveikslėlyje. Kuriuos plūdurus ji apiplaukė pagal laikrodžio rodyklę?

A) 2, 3 ir 4 B) 1, 2 ir 3 C) 1, 3 ir 5 D) 2, 4 ir 5 E) 2, 3 ir 5

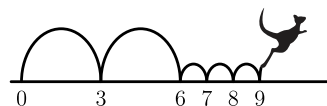


2. Žemiau pavaizduotas penkis korteles su skaičiais Evelina nori sudėlioti vieną po kitos taip, kad gautų mažiausią įmanomą devynženklį skaičių. Kurią kortelę Evelina turi padėti paskutinę dešinėje?

A) 4 B) 8 C) 31 D) 59 E) 107

3. Kengūrėlė šokinėja skaičių tiesę ir pradeda nuo skaičiaus 0. Ji visada padaro du didelius šuolius, tada tris mažus šuolius, kaip parodyta paveikslėlyje, ir taip daro vėl ir vėl. Ant kurio iš žemiau išvardytų skaičių kengūrėlė užšoks?

A) 82 B) 83 C) 84 D) 85 E) 86

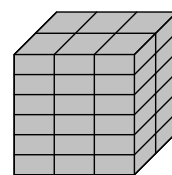


4. Nuo Prano mašinos nukrito valstybinis numeris. Pranas vėl pritaisė numerį, bet per klaidą jį apvertė. Laimei, valstybinis numeris nepasikeitė. Kuris iš žemiau nurodytų numerių galėjo būti Prano mašinos numeris?

A) 04 NSN 40 B) 60 HOH 09 C) 80 BNB 08 D) 03 HNH 30 E) 08 XBX 80

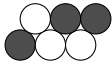
5. Stasio visos plytos vienodos. Plytos trumpiausios briaunos ilgis lygus 4 cm. Iš savo plytų Stasys sudėjo paveikslėlyje pavaizduotą kubą. Kokie yra Stasio plytos matmenys centimetrais?

A) $4 \times 6 \times 12$ B) $4 \times 6 \times 16$ C) $4 \times 8 \times 12$ D) $4 \times 8 \times 16$ E) $4 \times 12 \times 16$



6. Juodai baltas vikšras, pavaizduotas paveikslėlyje dešinėje, susirangė miegoti. Kaip dabar gali atrodyti vikšras?



A)  B)  C)  D)  E) 

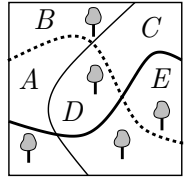
7. Diagramoje pavaizduoti penki tušti langeliai. Ema keturiuose langeliuose nori parašyti sudėties ženklą (+), o likusiame langelyje atimties ženklą (-), kad gautų teisingą lygybę. Kuriame langelyje Ema turi parašyti atimties ženklą (-)?

$$6 \square 9 \square 12 \square 15 \square 18 \square 21 = 45$$

A) Tarp 6 ir 9 B) Tarp 9 ir 12 C) Tarp 12 ir 15 D) Tarp 15 ir 18 E) Tarp 18 ir 21

8. Paveikslėlyje pavaizduotas parkas su trimis takeliais ir penkiais medžiais. Parke reikia taip pasodinti naują medį, kad kiekvieno takelio abiejose pusėse būtų po tiek pat medžių. Kurioje parko dalyje reikia pasodinti šį medį?

A) A B) B C) C D) D E) E



9. Kiek natūraliųjų skaičių nuo 100 iki 300 turi tik nelyginius skaitmenis?

A) 25 B) 50 C) 75 D) 100 E) 150

10. Agota sudėjo dviejų natūraliųjų skaičių kvadratus. Deja, ant popieriaus išsiliejo rašalas, ir kai kurių skaitmenų nebematyti (žr. pav.). Koks yra pirmojo skaičiaus paskutinis skaitmuo?

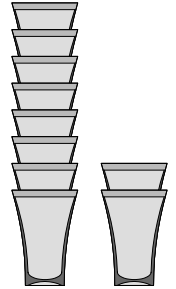
$$(2\text{---})^2 + (1\text{---}2)^2 = 7133029$$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Klausimai po 4 taškus

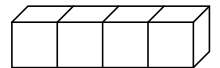
11. Ramintos spintelėje atstumas tarp dviejų lentynų yra 36 cm. Raminta žino, kad bokšto iš 8 vienodų stiklinių, sudėtų viena į kitą, aukštis lygus 42 cm, o bokšto iš 2 tokių stiklinių aukštis lygus 18 cm (žr. pav.). Kiek daugiausiai stiklinių gali būti bokšte, kurį galima pastatyti į Ramintos spintelę?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



12. Standartinio lošimo kauliuko bet kuriose dviejose priešingose sienelėse pažymėtų akučių skaičių suma lygi 7. Iš keturių tokių vienodų kauliukų suklijuota paveikslėlyje pavaizduota figūra. Kiek mažiausiai akučių gali būti jos paviršiuje?

A) 52 B) 54 C) 56 D) 58 E) 60

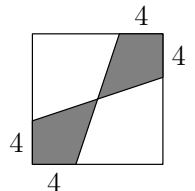


13. Trijų seserų amžiai yra trys skirtingi natūralieji skaičiai, kurių vidurkis lygus 10. Kiekviena iš seserų apskaičiavo kitų dviejų seserų amžių vidurkį. Vienas iš tų vidurkių lygus 11, o kitas – lygus 12. Kiek metų vyriausiajai seseriai?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 14 E) 16

14. Paveikslėlyje pavaizduoto kvadrato kraštinės ilgis lygus 12. Kam lygus užtušotos figūros plotas?

A) 48 B) 46 C) 44 D) 40 E) 36



15. Austėjos kambaryje yra du laikrodžiai. Vienas iš laikrodžių skuba viena minute per valandą, o kitas – vėluoja dviem minutėmis per valandą. Vakar Austėja abiejuose laikrodžiuose nustatė teisingą laiką. Šiandien Austėjos brolis Adomas, pažvelgęs į tuos laikrodžius, pamatė, kad vienas iš jų rodo 11:00, o kitas – 12:00. Kuriuo laiku vakar Austėja nustatė abu laikrodžius?

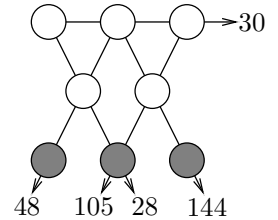
A) 23:00 B) 19:40 C) 15:40 D) 14:00 E) 11:20

16. Elžbieta lentoje užrašė kelis skaičius, mažesnius už 7. Simonas kiekvieną Elžbietos užrašytą skaičių nuvalė ir jo vietoje parašė skaičiaus 7 ir nuvalytojo skaičiaus skirtumą. Elžbietos užrašytų skaičių suma buvo lygi 22, o Simono užrašytų skaičių suma lygi 34. Kiek iš viso skaičių Elžbieta užrašė lentoje?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

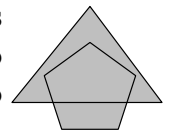
17. Į kiekvieną paveikslėlyje pavaizduotą apskritimą Gerda įrašė po vieną natūralųjį skaičių nuo 1 iki 8. Rodyklė rodo trijų skaičių, esančių tos rodyklės linijoje, sandaugą. Kam lygi trijuose apatiniuose apskritimuose įrašytų skaičių suma?

A) 11 B) 12 C) 15 D) 17 E) 19



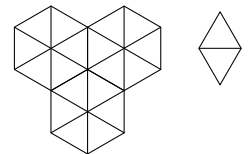
18. Trikampio ir penkiakampio sankirtos plotas sudaro 45% visos užtušotos figūros ploto (žr. pav.). Trikampio dalies, esančios penkiakampio išorėje, plotas sudaro 40% visos užtušotos figūros ploto. Kiek procentų penkiakampio ploto sudaro jo dalis, esanti trikampio išorėje?

A) 20% B) 25% C) 30% D) 35% E) 50%



19. Keliais būdais paveikslėlio kairėje pusėje pavaizduotą figūrą galima sudėti iš tokių keturkampių (sudarytų iš dviejų trikampių), kaip pavaizduotasis paveikslėlio dešinėje?

A) 1 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12



20. Elena važiuoja dviračiu visada tuo pačiu pastoviu greičiu ir eina pėsčiomis visada tuo pačiu pastoviu greičiu. Elenos kelionė iš namų į mokyklą ir atgal dviračiu trunka 20 min, o pėsčiomis – 60 min. Vakar Elena iš namų į mokyklą išvažiavo dviračiu, pakeliui prie Elžbietos namų paliko dviratį ir toliau į mokyklą ėjo pėsčiomis. Grįždama iš mokyklos pėsčiomis, prie Elžbietos namų ji pasiėmė dviratį ir namo grįžo dviračiu. Tokia Elenos kelionė iš namų į mokyklą ir atgal truko 52 min. Kurią kelio dalį Elena nuvažiavo dviračiu?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Klausimai po 5 taškus

21. Dominykas nori į kiekvieną 3×3 lentelės langelį taip įrašyti po vieną skaičių, kad kiekviename 2×2 kvadratėlyje įrašytų skaičių suma būtų ta pati. Paveikslėlyje pavaizduoti trys skaičiai, kuriuos Dominykas jau įrašė. Kokį skaičių Dominykas turi įrašyti langelyje, pažymėtame klausuku?

2		4
?		3

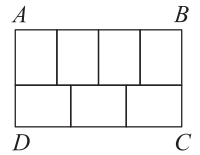
A) 0 B) 1 C) 4 D) 5 E) 6

22. Tiesus kelias eina per kaimus A , B , C ir D (nebūtinai šia tvarka). Atstumas tarp kaimų A ir C lygus 75 km, atstumas tarp kaimų B ir D lygus 45 km, o atstumas tarp kaimų B ir C lygus 20 km. Kuris iš žemiau nurodytų atstumų negali būti atstumu tarp A ir D ?

A) 10 km B) 50 km C) 80 km D) 100 km E) 140 km

23. Stačiakampis $ABCD$ sudėtas iš 7 vienodų mažesnių stačiakampių, kaip pavaizduota paveikslėlyje. Kuris iš žemiau išvardintų santykių galėtų būti lygus $\frac{AB}{BC}$?

A) $\frac{2}{1}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{12}{7}$ E) $\frac{7}{3}$

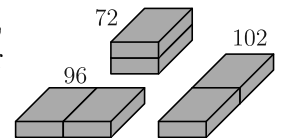


24. Iš natūraliojo skaičiaus n daliklių, mažesnių už patį n , didžiausias yra 2022. Kam lygi skaičiaus n skaitmenų suma?

A) 6 B) 7 C) 10 D) 12 E) 14

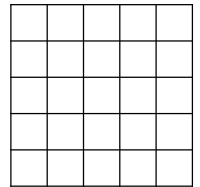
25. Kotryna turi dvi vienodas plytas. Ji suglaudžia jas trimis skirtingais būdais, kaip parodyta paveikslėlyje. Gautų figūrų paviršiaus plotai yra 72, 96 ir 102. Kam lygus Kotrynos plytos paviršiaus plotas?

A) 36 B) 48 C) 52 D) 54 E) 60



26. Kiek mažiausiai langelių reikia užtušuoti 5×5 lentelėje, kad kiekvieno šios lentelės 1×4 ir 4×1 stačiakampio bent vienas langelis būtų užtušuotas?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



27. Mauglis zebrai ir panterai uždavė klausimą: „Kokia savaitės diena buvo vakar?“. Pirmadieniais, antradieniais ir trečiadieniais zebra visada meluoja, o kitomis savaitės dienomis – visada sako tiesą. Ketvirtadieniais, penktadieniais ir šeštadieniais pantera visada meluoja, o kitomis savaitės dienomis – visada sako tiesą. Zebra atsakė: „Vakar buvo viena iš tų savaitės dienų, kai aš meluoju.“ Pantera taip pat atsakė: „Vakar buvo viena iš tų savaitės dienų, kai aš meluoju.“ Kokia savaitės diena šiandien?

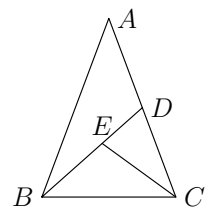
A) Ketvirtadienis B) Penktadienis C) Šeštadienis D) Sekmdienis E) Pirmadienis

28. Raminta tiesėje pažymėjo keletą taškų. Julija tarp kiekvienų dviejų gretimų jau pažymėtų taškų pažymėjo po vieną naują tašką. Julija šį procesą pakartojo dar tris kartus. Tada paaiškėjo, kad tiesėje pažymėti lygiai 225 taškai. Kiek taškų Raminta pažymėjo tiesėje?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 25

29. Lygiašonis trikampis ABC , kur $AB = AC$, padalytas į mažesnius lygiašonius trikampius taip, kad $AD = DB$, $CE = CD$ ir $BE = EC$ (žr. pav.). Kam lygus kampas $\angle BAC$?

A) 24° B) 28° C) 30° D) 35° E) 36°



30. Septyniuose parkuose gyvena 2022 kengūros ir tam tikras skaičius koalų. Kiekviename parke gyvenančių kengūrų skaičius lygus likusiuose parkuose gyvenančių koalų skaičiui. Kiek iš viso koalų gyvena šiuose septyniuose parkuose?

A) 288 B) 337 C) 576 D) 674 E) 2022

Kadeto užduočių sprendimai

1. **(E)** 2, 3 ir 5

! Uždavinio paveikslėlyje matyti, kad Sofija 2, 3 ir 5 plūdurus apiplaukė pagal laikrodžio rodyklę, o 1 ir 4 plūdurus – prieš laikrodžio rodyklę.

Teisingas atsakymas **E**.

2. **(B)** 8

! Evelina paskutinę dešinėje turi padėti kortelę, kurios numerio pirmasis skaitmuo yra pats didžiausias, t. y. kortelę su numeriu 8. Iš tikrųjų, jei Evelina paskutinę dešinėje padėtų kitą kortelę, tai sukeitę vietomis šią kortelę ir kortelę su numeriu 8 gautume mažesnę devynženklį skaičių.

Teisingas atsakymas **B**.

3. **(C)** 84

! Kengūrėlė, pradėjusi nuo skaičiaus 9 ir atlikusi du didelius šuolius, o tada tris mažus, užšoks ant skaičių $9 + 3 = 12$, $9 + 6 = 15$, $9 + 7 = 16$, $9 + 8 = 17$ ir $9 + 9 = 18$. Pradėdama nuo skaičiaus 18 ir atlikusi du didelius šuolius, o tada tris mažus, Kengūrėlė užšoks ant skaičių $18 + 3 = 21$, $18 + 6 = 24$, $18 + 7 = 25$, $18 + 8 = 26$ ir $18 + 9 = 27$. Taigi Kengūrėlė užšoks ant kiekvieno skaičiaus, kurio dalybos iš 9 liekana lygi 0, 3, 6, 7 ir 8 ir neužšoks nė ant vieno skaičiaus, kurio dalybos iš 9 liekana lygi 1, 2, 4 ir 5. Kadangi skaičių 82, 83, 84, 85 ir 86 dalybos iš 9 liekanos atitinkamai lygios 1, 2, 3, 4 ir 5, tai Kengūrėlė užšoks ant skaičiaus 84, bet neužšoks ant skaičių 82, 83, 85 ir 86.

Teisingas atsakymas **C**.

4. **(B)** 60 HOH 09

! Lentelės pirmame stulpelyje surašyti numeriai, o antrame – atitinkami apversti numeriai.

Numeris	Apverstas numeris
04 NSN 40	04 NSN 40
60 HOH 09	60 HOH 09
80 BNB 08	80 BNB 08
03 HNH 30	03 HNH 30
08 XBX 80	08 XBX 80

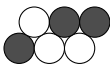
Matyti, kad tik numeris 60 HOH 09 nepasikeis jį apvertus.

Teisingas atsakymas **B**.

5. **(C)** $4 \times 8 \times 12$

! Uždavinio paveikslėlyje matyti, kad kubo briaunos ilgis lygus $6 \cdot 4 = 24$ cm. Taip pat paveikslėlyje matyti, kad viena kubo briauna sudėta iš trijų tokio pat ilgio plytos briaunų, o kita kubo briauna – iš dviejų to paties ilgio plytos briaunų. Taigi plytos matmenys yra 4 cm, $\frac{24}{3} = 8$ cm ir $\frac{24}{2} = 12$ cm.

Teisingas atsakymas **C**.

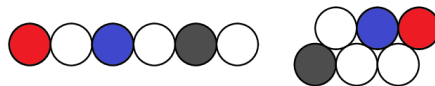
6. **(A)** 

! Lygiai vienas uždavinio paveikslėlyje pavaizduoto vikšro baltas narelis liečiasi tik su vienu juodu nareliu, o kiekvienas iš likusių baltų narelių liečiasi su dviem juodais nareliais. Vadinasi, ne daugiau negu vienas susirangiusio vikšro baltas narelis liečiasi su lygiai vienu juodu nareliu. Todėl atsakymai **B** ir **C** netinka.

Be to, netinka ir atsakymas **D**, kuriame vienas baltas narelis nesiliečia nė su vienu juodu nareliu.

Panašiai gauname, kad ne daugiau negu vienas susirangiusio vikšro narelis liečiasi su lygiai vienu baltu nareliu. Todėl netinka ir atsakymas **E**.

Kita vertus, vikšras gali susirangyti miegoti taip, kaip pavaizduota atsakyme **A** (žr. pav.).



Teisingas atsakymas **A**.

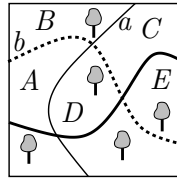
7. **(D)** Tarp 15 ir 18.

! Tarkime, kad atimties ženklą reikia parašyti tarp skaičių a ir b (t. y. bus $a - b$). Jei atimties ženklą pakeisime sumos ženklu, tai gausime visų skaičių sumą $6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 = 81$, kuri yra $2b$ didesnė už 45. Taigi $2b = 81 - 45 = 36$, $b = 18$. Vadinasi, Ema atimties ženklą turi parašyti langelyje tarp 15 ir 18.

Teisingas atsakymas **D**.

8. **(B)** B

! Pažymėkime du takelius raidėmis a ir b kaip parodyta paveikslėlyje:



Vienoje takelio a pusėje auga 3 medžiai, o kitoje – tik 2. Todėl naują medį reikia pasodinti toje takelio a pusėje, kurioje yra A ir B . Panašiai, vienoje takelio b pusėje auga 3 medžiai, o kitoje – tik 2. Todėl naują medį reikia pasodinti toje takelio b pusėje, kurioje yra B , C ir E . Vadinasi, naują medį reikia pasodinti parko dalyje B .

Teisingas atsakymas **B**.

9. **(A)** 25

! Iš viso yra 5 nelyginiai skaitmenys: 1, 3, 5, 7 ir 9. Šimtų skaitmuo gali būti tik 1, o dešimčių ir vienetų skaitmuo – bet kuris nelyginis skaitmuo. Taigi nuo 100 iki 300 yra lygiai $1 \cdot 5 \cdot 5 = 25$ natūralieji skaičiai, kurie turi tik nelyginius skaitmenis.

Teisingas atsakymas **A**.

10. **(C)** 5

! Antrojo skaičiaus kvadratas baigiasi skaitmeniu 4. Kadangi popieriuje parašytų skaičių kvadratų suma baigiasi skaitmeniu 9, tai pirmojo skaičiaus kvadrato paskutinis skaitmuo yra 5. Todėl ir pirmojo skaičiaus paskutinis skaitmuo yra 5.

Teisingas atsakymas **C**.

11. **(D)** 6

! Į stiklinių bokštą įdėjus vieną papildomą stiklinę, šio bokšto aukštis padidėja $\frac{42-18}{8-2} = 4$ cm. Bokšto iš 7 stiklinių aukštis lygus $42 - 4 = 38$ cm, o bokšto iš 6 stiklinių aukštis lygus $38 - 4 = 34$ cm. Taigi bokšte, kurį galima pastatyti į Ramintos spintelę, daugiausiai gali būti 6 stiklinės.

Teisingas atsakymas **D**.

12. **(D)** 58

! Suklijuotos figūros kairiojoje ir dešiniojoje vertikaliosiose sienelėse pažymėta ne mažiau nei po vieną akutę. Be to, lošimo kauliuko bet kuriose dviejose priešingose sienelėse pažymėtų akučių skaičių suma lygi 7. Vadinasi, suklijuotos figūros paviršiuje yra mažiausiai $1 + 1 + 8 \cdot 7 = 58$ akutės. Kita vertus, nesunku taip suklijuoti keturis lošimo kauliukus, kad gautos figūros paviršiuje būtų lygiai 58 akutės – pirmą ir paskutinį figūros kauliuką klijuojame sienoje, kurioje yra 6 akutės, o visa kita – nesvarbu.

Teisingas atsakymas **D**.

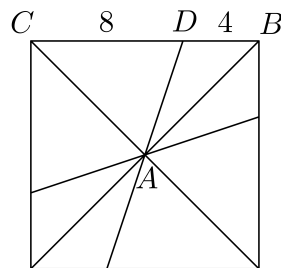
13. **(E)** 16

! Kadangi trijų seserų amžių vidurkis lygus 10, tai jų amžių suma lygi $3 \cdot 10 = 30$. Dviejų seserų amžių vidurkis lygus 11, todėl jų amžių suma lygi $2 \cdot 11 = 22$. Todėl vienos iš seserų amžius lygus $30 - 22 = 8$. Panašiai, dar dviejų seserų amžių suma lygi $2 \cdot 12 = 24$, nes atitinkamas vidurkis lygus 12. Todėl vienos iš seserų amžius lygus $30 - 24 = 6$. Vadinasi, trečiosios sesers amžius lygus $30 - 8 - 6 = 16$.

Teisingas atsakymas **E**.

14. **(A)** 48

! Uždavinio sąlygoje pavaizduotos užtušiuotos figūros plotas yra 4 kartus didesnis už trikampio ABD plotą (žr. pav.).



Trikampio ABC plotas lygus ketvirtadaliui kvadrato ploto, t. y. lygus $\frac{1}{4} \cdot 12 \cdot 12 = 36$. Trikampiai ABD ir ABC turi bendrą aukštinę, todėl jų plotų santykis lygus atitinkamai $\frac{DB}{CB} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. Taigi trikampio ABD plotas lygus $\frac{1}{3} \cdot 36 = 12$. Vadinasi, užtušiuotos figūros plotas lygus $4 \cdot 12 = 48$.

Teisingas atsakymas **A**.

15. **(C)** 15:40

! Vėluojantis laikrodis nuo skubančio laikrodžio atsilieka 3 minutėmis per valandą. Tuo momentu, kai Adomas pažvelgė į laikrodžius, jų rodomi laikai skyrėsi 60 minučių. Vadinasi, Austėja laikrodžius nustatė lygiai prieš $\frac{60}{3} = 20$ valandų. Nuo to momento po 20 valandų skubantis laikrodis parodys 20 minučių daugiau negu teisingas laikas. Todėl kai Adomas pažvelgė į laikrodžius, teisingas laikas buvo 11:40. Vadinasi, vakar Austėja laikrodžius nustatė 15:40.

Teisingas atsakymas **C**.

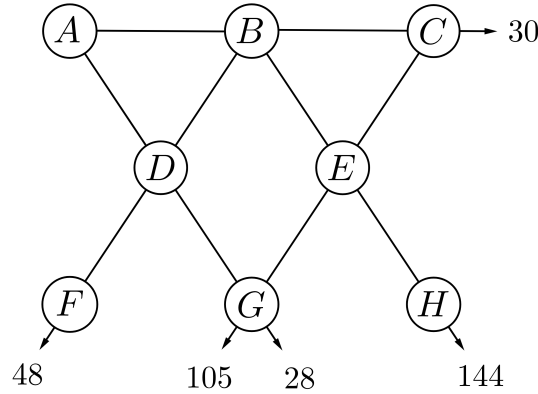
16. **(B)** 8

! Kiekvieno Elžbietos užrašyto skaičiaus x ir Adomo atitinkamo užrašyto skaičiaus $7 - x$ suma lygi $x + (7 - x) = 7$. Todėl Elžbietos ir Adomo užrašytų skaičių suma $22 + 34 = 56$ yra 7 kartus didesnė už Elžbietos užrašytų skaičių kiekį. Taigi Elžbieta lentoje iš viso užrašė $\frac{56}{7} = 8$ skaičius.

Teisingas atsakymas **B**.

17. **D** 17

! Į apskritimus įrašytus skaičius pažymėkime A, B, C, D, E, F, G ir H (žr. pav.).



Lygiai vienas iš skaičių nuo 1 iki 8 dalijasi iš 5 ir lygiai vienas iš jų dalijasi iš 7. Kadangi $ABC = 30 = 5 \cdot 6$ ir $CEG = 105 = 5 \cdot 21$, tai $C = 5$. Panašiai, iš lygybių $CEG = 105 = 7 \cdot 15$ ir $ADG = 28 = 7 \cdot 4$ gauname $G = 7$. Tada

$$E = \frac{CEG}{CG} = \frac{105}{5 \cdot 7} = 3.$$

Be to,

$$AB = \frac{ABC}{C} = \frac{30}{5} = 6.$$

Skaičių 6 dviejų natūraliųjų skaičių sandauga galima išreikšti lygiai dviem būdais: $6 = 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$ ir $6 = 1 \cdot 6 = 6 \cdot 1$. Kadangi $E = 3$, tai $A \neq 3$ ir $B \neq 3$. Todėl $A = 1$ ir $B = 6$ arba $A = 6$ ir $B = 1$. Tačiau sandauga $ADG = 28$ nesidalija iš 6, vadinasi $A = 1$ ir $B = 6$. Tuomet

$$H = \frac{BEH}{BE} = \frac{144}{6 \cdot 3} = 8, \quad D = \frac{ADG}{AG} = \frac{28}{1 \cdot 7} = 4, \quad F = \frac{BDF}{BD} = \frac{48}{6 \cdot 4} = 2.$$

Taigi trijuose apatiniuose apskritimuose įrašytų skaičių suma lygi $F + G + H = 2 + 7 + 8 = 17$.

Teisingas atsakymas **D**.

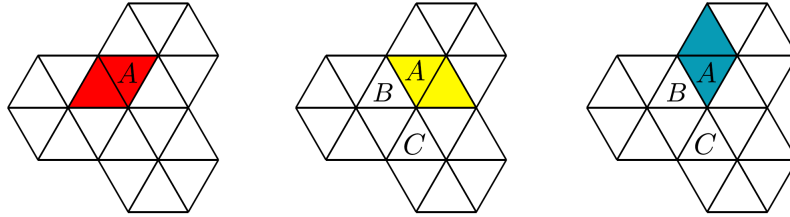
18. **B** 25%

! Kadangi trikampio dalies, esančios penkiakampio išorėje, plotas sudaro 40% visos užtušotos figūros ploto, tai penkiakampio plotas sudaro $100\% - 40\% = 60\%$ užtušotos figūros ploto. Be to, trikampio plotas sudaro $45\% + 40\% = 85\%$ užtušotos figūros ploto. Todėl penkiakampio dalies, esančios trikampio išorėje, plotas sudaro $100\% - 85\% = 15\%$ užtušotos figūros ploto. Vadinasi, trikampio išorėje esančios penkiakampio dalies plotas lygus ketvirtadaliui penkiakampio ploto.

Teisingas atsakymas **B**.

19. (D) 9

! Raide A pažymėtą trikampį keturkampiu galima uždengti trimis būdais (žr. pav.).



Pirmuoju atveju figūra padengiama keturkampiais vieninteliu būdu. Nesunku įsitikinti, kad antruoju ir trečiuoju atveju figūrą keturkampiais galima padengti lygiai keturiais būdais (priklausomai nuo to, kaip uždengiami B ir C trikampiai). Taigi figūrą galima padengti keturkampiais lygiai $1 + 4 + 4 = 9$ būdais.

Teisingas atsakymas **D**.

20. (B) $\frac{1}{5}$

! Elenos greitį pėsčiomis pažymėkime v . Kadangi Elenos kelionė dviračiu iš namų į mokyklą ir atgal trunka tris kartus trumpiau negu pėsčiomis, tai jos greitis dviračiu lygus $3v$. Kelio nuo Elenos namų iki mokyklos ilgis lygus $\frac{60}{2}v = 30v$. Kelio nuo Elžbietos namų iki mokyklos ilgis pažymėkime x . Tuomet kelio nuo Elenos namų iki Elžbietos namų ilgis lygus $30v - x$. Taigi, kelionėje iš namų į mokyklą Elena $\frac{30v-x}{v}$ min ėjo pėsčiomis ir $\frac{x}{3v}$ min važiojo dviračiu. Kadangi Elenos kelionė iš namų į mokyklą truko $\frac{52}{2} = 26$ min, tai

$$\frac{30v - x}{v} + \frac{x}{3v} = 26.$$

Iš čia randame $x = 6v$. Vadinasi, Elena $\frac{6v}{30v} = \frac{1}{5}$ kelio dalį važiojo dviračiu.

Teisingas atsakymas **B**.

21. (B) 1

! Viršutiniame kairiajame 2×2 kvadratėlyje įrašytų skaičių ir apatiniame dešiniajame 2×2 kvadratėlyje įrašytų skaičių suma turi būti lygi viršutiniame dešiniajame 2×2 kvadratėlyje įrašytų skaičių ir apatiniame kairiajame 2×2 kvadratėlyje įrašytų skaičių sumai. Iš čia gauname, kad 3×3 lentelės kiekvienos įstrižainės galuose esančiuose langeliuose įrašytų skaičių sumos yra lygios. Kadangi vienos įstrižainės galuose esančiuose langeliuose įrašyti skaičiai 2 ir 3, tai klausuku pažymėtame langelyje Dominykas turi įrašyti skaičių $2 + 3 - 4 = 1$. Paveikslėlyje pavaizduota, kaip Dominykas galėtų gauti lentelę, tenkinančią uždavinio sąlygą.

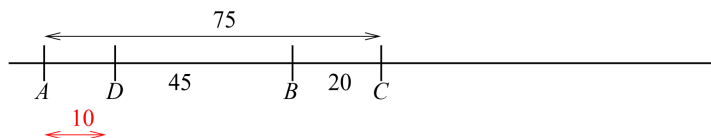
2	0	4
2	0	0
1	1	3

Teisingas atsakymas **B**.

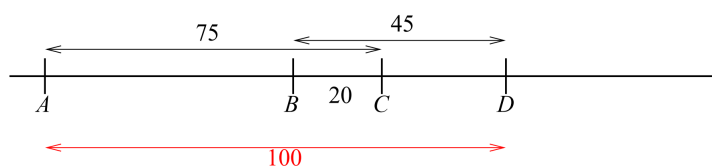
22. © 80 km

! Nagrinėkime du galimus atvejus: 1) kaimas B yra tarp kaimų A ir C ; 2) kaimas C yra tarp kaimų A ir B .

1) Kaimas B yra tarp kaimų A ir C . Kadangi atstumas tarp kaimų B ir C lygus 20 km, tai atstumas tarp kaimų A ir B lygus $75 - 20 = 55$ km. Kadangi atstumas tarp kaimų B ir D lygus 45 km, tai yra dvi galimybės, pavaizduotos paveikslėliuose.



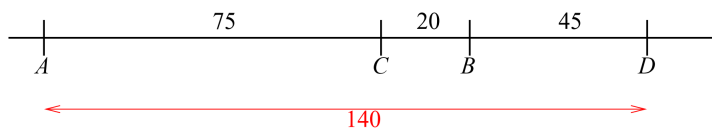
1 pav.



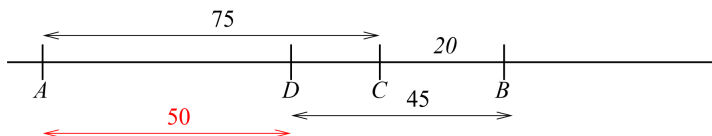
2 pav.

Pirmame paveikslėlyje atstumas tarp kaimų A ir D lygus 10 km, o antrame paveikslėlyje šis atstumas lygus 100 km.

2) Kaimas C yra tarp kaimų A ir B . Kadangi atstumas tarp kaimų B ir C lygus 20 km, tai atstumas tarp kaimų A ir B lygus $75 + 20 = 95$ km. Kadangi atstumas tarp kaimų B ir D lygus 45 km, tai yra dvi galimybės, pavaizduotos paveikslėliuose.



3 pav.



4 pav.

Trečiame paveikslėlyje atstumas tarp kaimų A ir D lygus 140 km, o ketvirtame paveikslėlyje šis atstumas lygus 50 km.

Išnagrinėjome visas galimybes. Atstumas tarp kaimų A ir D gali būti lygus 10 km, 50 km, 100 km ir 140 km, bet negali būti lygus 80 km.

Teisingas atsakymas **C**.

23. **(D)** $\frac{12}{7}$

! Mažesniojo stačiakampio trumpesnės kraštinės ilgį pažymėkime a , o ilgesnės kraštinės ilgį pažymėkime b . Uždavinio paveikslėlyje matyti, kad $AB = 4a$, $CD = 3b$ ir $BC = a + b$. Kadangi $AB = CD$, tai $4a = 3b$. Taigi $b = \frac{4}{3}a$, ir

$$\frac{AB}{BC} = \frac{4a}{a+b} = \frac{4a}{a+\frac{4}{3}a} = \frac{4}{1+\frac{4}{3}} = \frac{12}{7}.$$

Teisingas atsakymas **D**.

24. **(D)** 12

! Kadangi 2022 yra lyginis skaičius, tai 2 yra skaičiaus n daliklis. Tuomet $\frac{n}{2}$ yra didžiausias n daliklis, mažesnis už patį n . Taigi $\frac{n}{2} = 2022$, ir $n = 4044$. Vadinasi, skaičiaus n skaitmenų suma lygi $4 + 0 + 4 + 4 = 12$.

Teisingas atsakymas **D**.

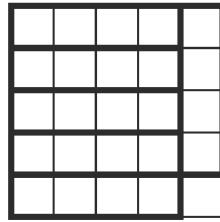
25. **(D)** 54

! Kotrynos plytos paviršiaus plotą pažymėkime s , o jos trijų skirtingų šoninių sienų, turinčių bendrą viršūnę, plotus pažymėkime a , b ir c . Neprarasdami bendrumo galime laikyti, kad $a > b > c$. Tuomet $s = 2(a + b + c)$. Uždavinio paveikslėlyje matyti, kad $2s - 2a = 72$, $2s - 2b = 96$ ir $2s - 2c = 102$. Sudėję šias lygybes, gauname $2s - 2a + 2s - 2b + 2s - 2c = 72 + 96 + 102 = 270$. Taigi $6s - 2(a + b + c) = 270$. Kadangi $s = 2(a + b + c)$, tai $5s = 270$. Iš čia randame $s = 54$.

Teisingas atsakymas **D**.

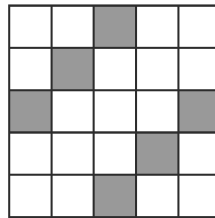
26. **B** 6

! Pastebėkime, kad 5×5 lentelėje galima pažymėti penkis 4×1 stačiakampius ir vieną 1×4 stačiakampį (žr. 1 pav.).



1 pav.

Vadinasi, 5×5 lentelėje reikia užtušuoti mažiausiai 6 langelius. Kita vertus, 5×5 lentelėje galima taip užtušuoti 6 langelius, kad kiekvieno šios lentelės 1×4 ir 4×1 stačiakampio bent vienas langelis būtų užtušuotas. Toks užtušavimas pavaizduotas 2 paveikslėlyje. Matome, kad kiekvienas 1×4 ir 4×1 stačiakampis turės lygiai vieną iš 6 užtušėtų langelių.



2 pav.

Teisingas atsakymas **B**.

27. **A** Ketvirtadienis

! Jei šiandien zebras sako tiesą, tai vakar jis būtų melavęs. Vienintelė savaitės diena, kai zebras sako tiesą, o dieną prieš meluoja, yra ketvirtadienis. Taigi jei šiandien zebras sako tiesą, tai šiandien yra ketvirtadienis.

Jei šiandien zebras meluoja, tai vakar jis būtų sakęs tiesą. Vienintelė savaitės diena, kai zebras meluoja, o dieną prieš sako tiesą, yra pirmadienis. Taigi jei šiandien zebras meluoja, tai šiandien yra pirmadienis.

Vadinasi, iš zebro atsakymo sužinome, kad šiandien yra pirmadienis arba ketvirtadienis. Panašiai iš panteros atsakymo sužinome, kad šiandien yra ketvirtadienis arba sekmadienis. Taigi iš zebro ir panteros atsakymų išplaukia, kad šiandien yra ketvirtadienis.

Teisingas atsakymas **A**.

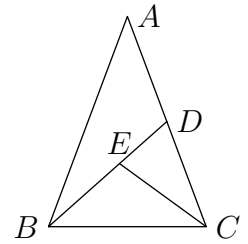
28. **C** 15

! Tarkime, kad Raminta tiesėje pažymėjo n taškų. Julijai tarp kiekvienų dviejų gretimų jau pažymėtų taškų pažymėjus po vieną naują tašką, tiesėje buvo pažymėta $n + (n - 1) = 2n - 1$ taškas. Šią procedūrą Julija pakartojo dar tris kartus, ir po kiekvieno karto tiesėje buvo pažymėta atitinkamai $2(2n - 1) - 1 = 4n - 3$, $2(4n - 3) - 1 = 8n - 7$ ir $2(8n - 7) - 1 = 16n - 15$ taškų. Taigi $16n - 15 = 225$, ir iš čia randame $n = 15$.

Teisingas atsakymas **C**.

29. **E** 36°

! Pažymėkime $\angle BAC = \alpha$. Kadangi $AD = DB$, tai trikampis ABD yra lygiašonis, ir $\angle DBA = \angle BAD = \alpha$. Tada $\angle ADB = 180^\circ - \angle DBA - \angle BAD = 180^\circ - 2\alpha$. Todėl $\angle EDC = 180^\circ - \angle ADB = 2\alpha$. Kadangi $CE = CD$, tai trikampis ECD yra lygiašonis. Taigi $\angle CED = \angle EDC = 2\alpha$. Be to, $\angle BEC = 180^\circ - \angle CED = 180^\circ - 2\alpha$. Trikampis BEC taip pat yra lygiašonis, nes $BE = EC$. Todėl



$$\angle EBC = \angle ECB = \frac{180^\circ - \angle BEC}{2} = \frac{180^\circ - (180^\circ - 2\alpha)}{2} = \alpha.$$

Tada $\angle ABC = \angle DBA + \angle EBC = 2\alpha$. Be to, $\angle ACB = \angle ECB = 2\alpha$, nes trikampis BEC yra lygiašonis. Trikampio ABC kampų suma lygi 180° . Taigi

$$180^\circ = \alpha + 2\alpha + 2\alpha = 5\alpha.$$

Iš čia $\alpha = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$.

Teisingas atsakymas **E**.

30. **B** 337

! Pirmame, antrame, trečiame, ketvirtame, penktame, šeštame ir septintame parke gyvenančių kengūrų skaičių pažymėkime atitinkamai a, b, c, d, e, f ir g , o koalų skaičių pažymėkime atitinkamai A, B, C, D, E, F ir G . Septyniuose parkuose gyvenančių koalų skaičių pažymėkime S . Tada $S = A + B + C + D + E + F + G$. Pirmame parke gyvenančių kengūrų skaičius a lygus likusiuose parkuose gyvenančių koalų skaičiui $B + C + D + E + F + G = S - A$. Taigi $a = S - A$. Panašiai gauname lygybes $b = S - B, c = S - C, d = S - D, e = S - E, f = S - F$ ir $g = S - G$. Sudėję šias lygybes, gauname

$$\begin{aligned} a + b + c + d + e + f + g &= \\ &= (S - A) + (S - B) + (S - C) + (S - D) + (S - E) + (S - F) + (S - G) = \\ &= 7S - (A + B + C + D + E + F + G) = 7S - S = 6S. \end{aligned}$$

Suma $a + b + c + d + e + f + g$ lygi septyniuose parkuose gyvenančių kengūrų skaičiui, kuris pagal uždavinio sąlygą lygus 2022. Taigi $6S = 2022$, ir iš čia $S = 337$.

Teisingas atsakymas **B**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	E
2	B
3	C
4	B
5	C
6	A
7	D
8	B
9	A
10	C
11	D
12	D
13	E
14	A
15	C
16	B
17	D
18	B
19	D
20	B
21	B
22	C
23	D
24	D
25	D
26	B
27	A
28	C
29	E
30	B