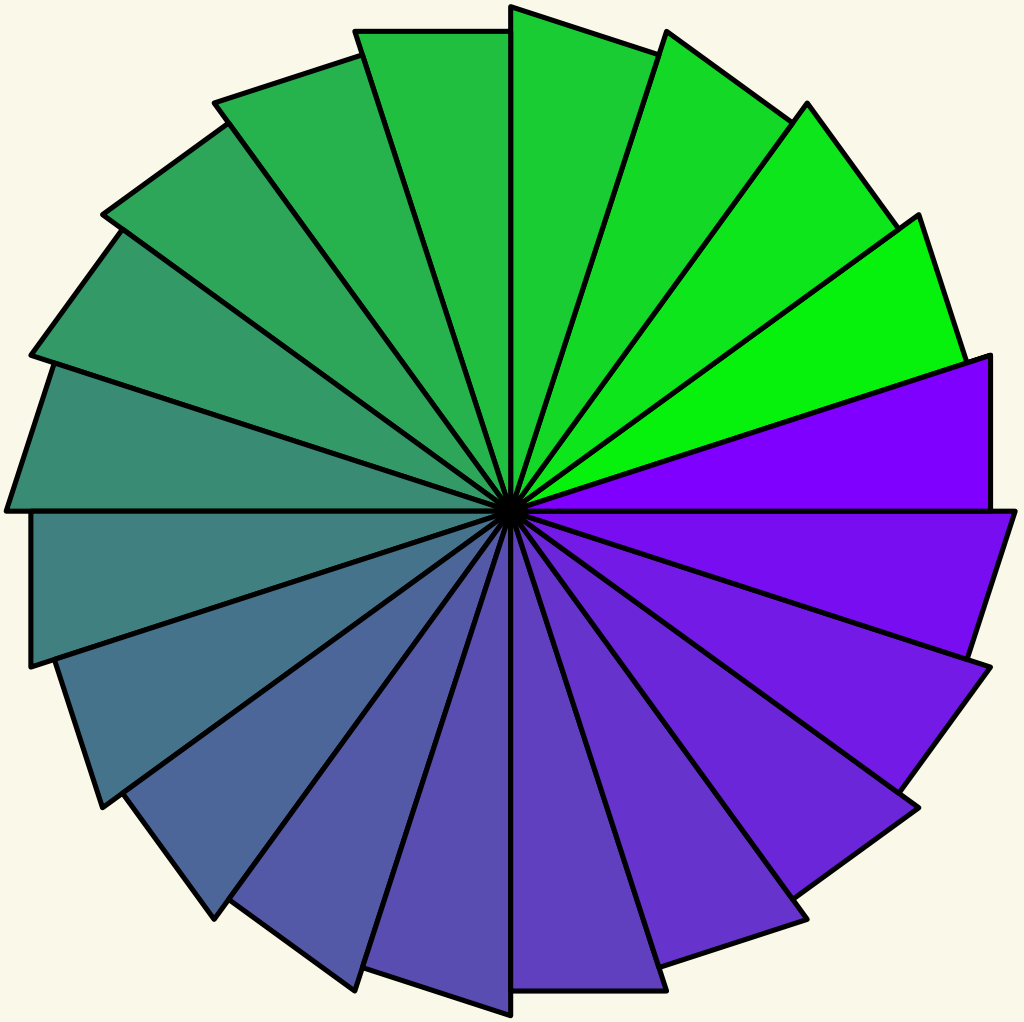
Tarptautinis matematikos konkursas

KENGŪRA Kadetas

UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI



2021

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VILNIAUS UNIVERSITETAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2021. Kadetas

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorė ir sudarytoja
Paulius Drungilas

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavo
Ugnė Gudžinskaitė

© Paulius Drungilas, 2021
© *Kengūros* konkurso organizavimo komitetas, 2021

Turinys

Pratarmė **4**

Sąlygos **6**

Užduočių sprendimai **11**

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 17000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2021 metais. Nors, žinoma, šiais metais viskas dėl tos nelemtos pandemijos atrodė, pakrypo ir klostėsi visiškai kitaip negu iki šiol. Pasitvirtino visiems teoriškai gerai girdėta išmintis, kad karantininis gyvenimas yra pilnas staigmenų ir netikėtumų: konkursas iš trečiojo kovo ketvirtadienio nusikėlė į vėlesnę datą ir vyko nuotoliniu būdu.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo

ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2021 metų kovo 18 dieną keliavo ir gausiai sprendė 7–8 klasių (*Kadeto* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

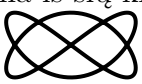
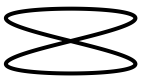
Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

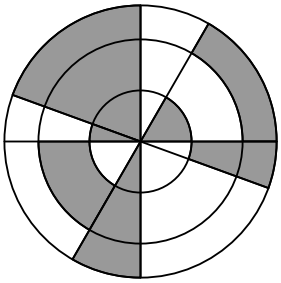
2021 m. *Kadeto* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

1. Viena iš šių kreivių turi tik vieną simetrijos ašį. Kuri?

A)  **B)** **C)** **D)** **E)** 

2. Paveikslėlyje matome tris apskritimus su bendru centru, per kurį eina trys atkarpos. Kokia didžiojo skritulio dalis yra užtušuota?



A) 30% **B)** 35% **C)** 40% **D)** 45% **E)** 50%

3. $\dfrac{20 \cdot 21}{2+0+2+1} =$

A) 42 **B)** 64 **C)** 80 **D)** 84 **E)** 105

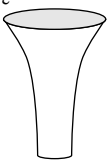
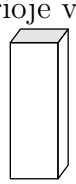
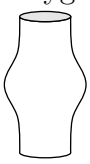
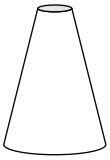
4. Kiek iš viso yra keturženklių skaičių, kurių skaitmenys – iš eilės einantys natūralieji skaičiai, surašyti didėjimo tvarka?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

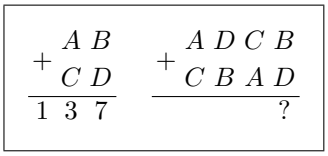
5. Teisingai sujungę penkias dėlionės detales, gausime stačiakampį, kuriame užrašytas aritmetinis veiksmas. Kam lygus šio veiksmo rezultatas?

A) -100 **B)** -8 **C)** -1 **D)** 199 **E)** 208

6. Visos pavaizduotos vazos yra vienodo aukščio ir 1 litro talpos. Į kiekvieną vazą įpilama po pusę litro vandens. Kurioje vazoje vandens lygis bus aukščiausias?

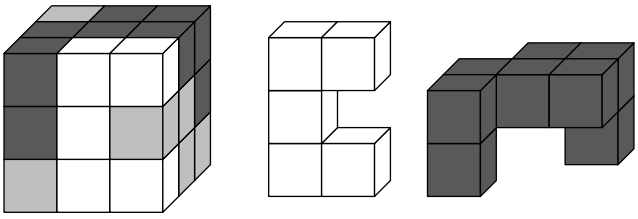
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)**

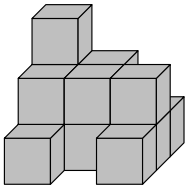
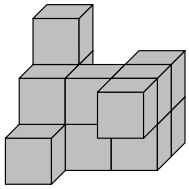
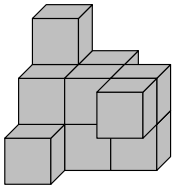
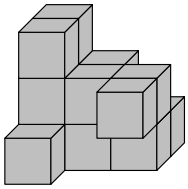
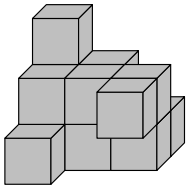
7. Evelina teisingai sudėjo du dviženklius skaičius kairėje lentos pusėje ir gavo 137 (žr. pav.). Kiek ji gaus sudėjusi keturženklius skaičius dešinėje lentos pusėje?



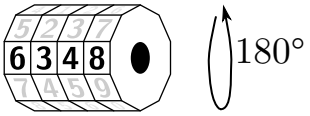
A) 13737 **B)** 13837 **C)** 14747 **D)** 23737 **E)** 137137

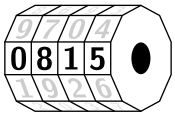
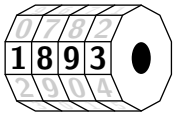
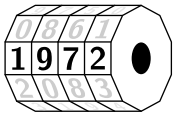
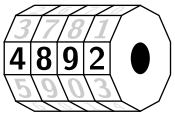
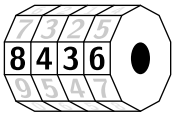
8. $3\times3\times3$ kubas sudėtas iš baltų, pilkų ir juodų $1\times1\times1$ kubelių (žr. pav.). Šalia pavaizduotos balta ir juoda šio kubo dalys. Kuriame paveikslėlyje pavaizduota pilkoji šio kubo dalis?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

9. Dviračio spyna turi keturis ratukus. Ant kiekvieno ratuko iš eilės parašyti skaitmenys nuo 0 iki 9. Turėdami šalia pavaizduotą padėtį ir kiekvieną ratuką pasukę 180°, gausime teisingą kodą. Koks yra teisingas šios spynos kodas?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

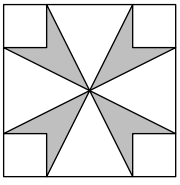
10. Benas yra 5 cm aukštesnis už Adomą, bet 10 cm žemesnis už Celestiną. Dovilė yra 10 cm aukštesnė už Celestiną, bet 5 cm žemesnė už Eleną. Kuris teiginys yra teisingas?
A) Adomas ir Elena yra vienodo ūgio **B)** Adomas yra 10 cm aukštesnis už Eleną
C) Adomas yra 10 cm žemesnis už Eleną **D)** Adomas yra 30 cm aukštesnis už Eleną
E) Adomas yra 30 cm žemesnis už Eleną

Klausimai po 4 taškus

11. Stačiakampė šokolado plytelė sudaryta iš vienodų kvadratėlių. Raminta atsilaužė dvi vienodas juosteles, kuriose iš viso buvo 12 kvadratėlių. Julija nuo likusios plytelės atsilaužė vieną juostelę, kurioje buvo 9 kvadratėliai. Kiek kvadratėlių liko plytelėje?
A) 72 **B)** 63 **C)** 54 **D)** 45 **E)** 36

12. Stiklainis, kai į jį įpilta vandens iki penktadalio, sveria 560 g. Tas pats stiklainis, kai į jį įpilta vandens iki keturių penktadalių, sveria 740 g. Kiek sveria tuščias stiklainis?
A) 60 g **B)** 112 g **C)** 180 g **D)** 300 g **E)** 500 g

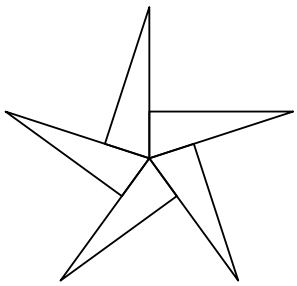
13. Paveikslėlyje pavaizduoto didžiojo kvadrato plotas lygus 16 cm^2, o kiekvieno kampinio kvadratėlio plotas lygus 1 cm^2. Kam lygus užtušuotos gėlės plotas?
A) 3 cm^2 **B)** $\frac{7}{2}$ cm^2 **C)** 4 cm^2 **D)** $\frac{11}{2}$ cm^2 **E)** 6 cm^2



14. Adomas darže pastatė pertvarą iš 25 vienodų 30 cm ilgio lentelių. Bet kurios dvi gretimos lentelės persidengia tuo pačiu ilgiu (žr. pav.). Adomo pastatytos pertvaros ilgis lygus 6,9 m. Kam lygus dviejų gretimų lentelių persidengiančios dalies ilgis?

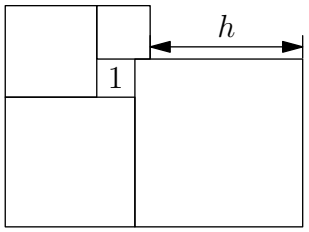
A) 2,4 cm **B)** 2,5 cm **C)** 3 cm **D)** 4,8 cm **E)** 5 cm

15. Iš penkių vienodų stačiųjų trikampių taip sudėta žvaigždė, kad visų šių trikampių didesnieji smailieji kampai paeiliui liečiasi ir visi turi bendrą viršūnę (žr. pav.). Panaudojus daugiau šių trikampių, sudėta antra žvaigždė, kurioje visų trikampių mažesnieji smailieji kampai paeiliui liečiasi ir visi turi bendrą viršūnę. Iš kelių trikampių sudėta antroji žvaigždė?



A) 10 **B)** 12 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 24

16. Paveikslėlyje pavaizduota figūra sudėta iš penkių kvadratų. Mažiausio kvadrato plotas lygus 1. Kam lygus h?

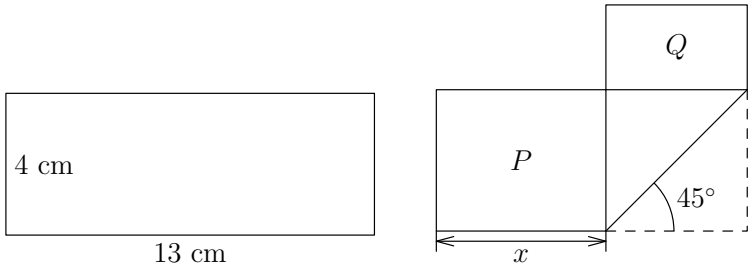


A) 3 **B)** 3,5 **C)** 4 **D)** 4,2 **E)** 4,5

17. Testas susideda iš 20 klausimų. Už kiekvieną teisingą atsakymą skiriami 7 taškai, o už neteisingą atsakymą – atimami 4 taškai. Jei atsakymas į klausimą nenurodomas, tai už jį skiriama 0 taškų. Evelina už šį testą iš viso gavo 100 taškų. Kiek iš viso atsakymų į klausimus šiame teste Evelina nenurodė?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

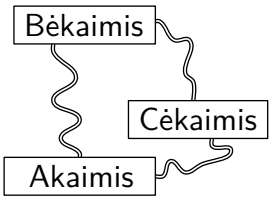
18. Stačiakampio formos popieriaus juosta, kurios kraštinių ilgiai yra 4 cm ir 13 cm, perlenkta kaip parodyta paveikslėlyje. Susidarė du stačiakampiai, kurių plotai P ir Q tenkina sąlygą $P = 2Q$. Kam lygus x?



A) 5 cm **B)** 5,5 cm **C)** 6 cm **D)** 6,5 cm **E)** $4\sqrt{2}$ cm

19. Dėžėje yra tik obuoliai ir kriaušės, o obuolių yra dvigubai daugiau negu kriaušių. Austėja ir Ema taip pasidalijo visus dėžėje esančius vaisius, kad Austėjai teko dvigubai daugiau vaisių negu Emai. Kuris teiginys yra tikrai teisingas?
A) Austėja turi bent vieną kriaušę **B)** Austėja turi dvigubai daugiau obuolių negu kriaušių
C) Austėja turi dvigubai daugiau obuolių negu Ema
D) Austėja obuolių turi tiek pat, kiek Ema turi kriaušių
E) Austėja kriaušių turi tiek pat, kiek Ema turi obuolių

20. Tris kaimus jungia keliai, kaip parodyta paveikslėlyje. Apvažiavimas iš Akaimio į Bėkaimį per Cėkaimį yra 1 km ilgesnis už tiesioginį kelią iš Akaimio į Bėkaimį. Apvažiavimas iš Akaimio į Cėkaimį per Bėkaimį yra 5 km ilgesnis už tiesioginį kelią iš Akaimio į Cėkaimį. Apvažiavimas iš Bėkaimio į Cėkaimį per Akaimį yra 7 km ilgesnis už tiesioginį kelią iš Bėkaimio į Cėkaimį. Kam lygus trumpiausio kelio tarp dviejų kaimų ilgis?



A) 1 km **B)** 2 km **C)** 3 km **D)** 4 km **E)** 5 km

Klausimai po 5 taškus

21. Trupmenos skaitiklis ir vardiklis yra teigiami skaičiai. Šios trupmenos skaitiklis buvo padidintas 40%. Kiek procentų reikia sumažinti naujosios trupmenos vardiklį, kad taip gauta trečioji trupmena būtų dvigubai didesnė už pradinę?
A) 10 **B)** 20 **C)** 30 **D)** 40 **E)** 50

22. Trijų natūraliųjų skaičių suma lygi 2021. Agota iš kiekvieno tų trijų skaičių atėmė tą patį skaičių ir gavo 303, 721 ir 931. Kuris iš žemiau išvardytų skaičių galėjo būti vienas iš trijų pradinių skaičių?
A) 743 **B)** 699 **C)** 369 **D)** 909 **E)** 954

23. Sofija šešiaženklį skaičių $\overline{2ABCDE}$ padaugino iš 3 ir gavo šešiaženklį skaičių $\overline{ABCDE2}$. Kam lygi pradinio šešiaženklio skaičiaus skaitmenų suma?
A) 24 **B)** 27 **C)** 30 **D)** 33 **E)** 36

24. Dėžėje yra tik žali, raudoni, mėlyni arba geltoni akmenukai. Tarp bet kurių 27 iš dėžės paimtų akmenukų visada bus bent vienas žalias; tarp bet kurių 25 akmenukų bus bent vienas raudonas; tarp bet kurių 22 akmenukų bus bent vienas mėlynas; tarp bet kurių 17 akmenukų bus bent vienas geltonas. Kiek daugiausiai akmenukų gali būti dėžėje?
A) 27 **B)** 29 **C)** 51 **D)** 87 **E)** 91

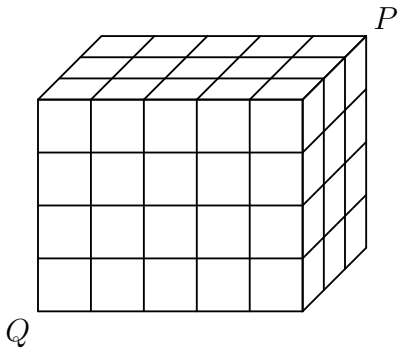
25. Futbolo kamuolys yra sudarytas iš juodų penkiakampių ir baltų šešiakampių, kaip pavaizduota paveikslėlyje. Iš viso yra 12 juodų penkiakampių. Kiek yra baltų šešiakampių?

A) 12 **B)** 15 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 24

26. Simonas turi lygiai 2021 spalvotą medinę kengūrėlę. Visas šias kengūrėles jis išrikiavo į eilę ir nuo pirmos iki paskutinės paeiliui sunumeravo skaičiais nuo 1 iki 2021. Kiekviena kengūrėlė yra nudažyta arba raudonai, arba pilkai, arba mėlynai. Bet kurios trys iš eilės einančios kengūrėlės yra skirtingų spalvų. Simonas spėjo penkių kengūrėlių spalvas: kengūrėlė nr. 2 yra pilka, kengūrėlė nr. 20 yra mėlyna, kengūrėlė nr. 202 yra raudona, kengūrėlė nr. 1002 yra mėlyna, kengūrėlė nr. 2021 yra pilka. Paaiškėjo, kad Simonas neatspėjo tik vienos kengūrėlės spalvos. Koks numeris kengūrėlės, kurios spalvos Simonas neatspėjo?

A) 2 **B)** 20 **C)** 202 **D)** 1002 **E)** 2021

27. $3 \times 4 \times 5$ stačiakampis gretasienis yra sudėtas iš 60 vienodų medinių kubelių, kaip parodyta paveikslėlyje. Termitas pragraužė kelią išilgai šio stačiakampio gretasienio įstrižainės PQ (žr. pav.). Šis kelias nekerta jokio kubelio briaunos. Per kiek kubelių eina šis termito kelias?



A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

28. Viename mieste gyvena 21 riteris, iš kurių kiekvienas visada sako tiesą, ir 2000 melagių, kurie visada meluoja. Iš tų gyventojų 2020 buvo suskirstyti į 1010 porų. Kiekvienos poros kiekvienas narys pavadino kitą tos poros narį riteriu arba melagiu. Paaiškėjo, kad 2000 gyventojų buvo pavadinti riteriais ir 20 gyventojų – melagiais. Kiek iš viso buvo porų, kuriose abu gyventojai buvo melagiai?

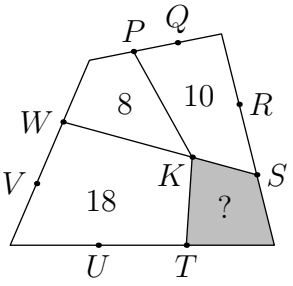
A) 980 **B)** 985 **C)** 990 **D)** 995 **E)** 1000

29. Varžybose dalyvavo šešios komandos. Kiekviena komanda sužaidė lygiai vienas rungtynes su kiekviena kita komanda. Kiekviename varžybų rate vienu metu buvo žaidžiamos trejos rungtynės. Televizijos kanalas paskelbė, kurias rungtynes rodys kiekviename rate (žr. pav.). Kuriame rate komanda D žaidė prieš komandą F?

1	2	3	4	5
A – B	C – D	A – E	E – F	A – C

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

30. Paveikslėlyje pavaizduotas keturkampis, kuris padalytas į keturis mažesnius keturkampius, turinčius bendrą viršūnę K. Kiti pažymėti taškai kiekvieną didžiojo keturkampio kraštinę dalija į tris vienodo ilgio atkarpas. Pažymėti skaičiai yra trijų atitinkamų mažesnių keturkampių plotai. Kam lygus užtušuoto keturkampio plotas?



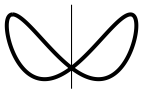
A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 6,5 **E)** 7

Kadeto užduočių sprendimai

1. Ⓓ

! Atsakymų **A**, **B**, **C** ir **E** kreivės turi po dvi simetrijos ašis, kaip pavaizduota paveikslėlyje.

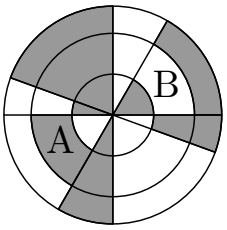
Akivaizdu, kad atsakyme **D** pavaizduota kreivė turi lygiai vieną simetrijos ašį (žr. pav.).



Teisingas atsakymas **D**.

2. Ⓔ 50%

! Kiekvienai užtušuotai daliai didžiojo skritulio centro atžvilgiu simetriška dalis nėra užtušuota (pavyzdžiui, paveikslėlyje pavaizduota A dalis yra užtušuota, o jai simetriška B dalis nėra užtušuota).



Ir atvirkščiai – kiekvienai neužtušuotai daliai didžiojo skritulio centro atžvilgiu simetriška dalis yra užtušuota. Todėl lygiai pusė didžiojo skritulio yra užtušuota.

Teisingas atsakymas **E**.

3. Ⓓ 84

! Suskaičiuokime:

$$\frac{20 \cdot 21}{2+0+2+1} = \frac{20 \cdot 21}{5} = \frac{4 \cdot 21}{1} = 84.$$

Teisingas atsakymas **D**.

4. Ⓑ 6

! Pirmasis keturženklio skaičiaus skaitmuo negali būti 0. Jei pirmasis keturženklio skaičiaus skaitmuo yra 1, tai tas skaičius lygus 1234. Panašiai gauname keturženklius skaičius 2345, 3456, 4567, 5678 ir 6789. Jei pirmasis keturženklio skaičiaus skaitmuo būtų didesnis už 6, tai ketvirtasis skaitmuo turėtų būti didesnis už 9. Tačiau 9 yra didžiausias įmanomas skaitmuo. Taigi, radome visus keturženklius skaičius, tenkinančius uždavinio sąlygą.

Teisingas atsakymas **B**.

5. (A) -100

! Akivaizdu, kad teisingai sujungtos dėlionės pirmoji dalis yra $\boxed{2}$, o paskutinioji dalis yra $\boxed{2}$. Tuomet antroji teisingos dėlionės dalis yra $\boxed{-}$, trečioji yra $\boxed{1}$, o ketvirtoji yra $\boxed{0}$. Taigi, gauname aritmetinį veiksmą $2-102$, kurio rezultatas yra skaičius -100.

Teisingas atsakymas **A**.

6. (A)

! Dėl simetrijos akivaizdu, kad atsakymų **B**, **C** ir **E** vazose vandens lygis sutaps su puse vazos aukščio. Kadangi atsakymo **D** vazos pagrindas yra platesnis už jos viršų, tai šioje vazoje vandens lygis bus žemesnis už pusę vazos aukščio. Panašiai gauname, kad atsakymo **A** vazoje vandens lygis yra didesnis už pusę tos vazos aukščio. Taigi, vandens lygis aukščiausias atsakymo **A** vazoje.

Teisingas atsakymas **A**.

7. (B) 138137

! Evelinos atliktą sudėties veiksmą galime užrašyti taip: $\overline{AB}+\overline{CD}=137$. Čia A, B, C ir D žymi skaitmenis. Suskaičiuokime:

$$\begin{aligned}\overline{ADCB}+\overline{CBAD} &= 10^2\left(\overline{AD}+\overline{CB}\right)+\left(\overline{CB}+\overline{AD}\right)= \\ &= 10^2\left(\overline{AB}+\overline{CD}\right)+\left(\overline{AB}+\overline{CD}\right)= \\ &= 10^2\cdot 137+137=13837.\end{aligned}$$

Teisingas atsakymas **B**.

8. (E)

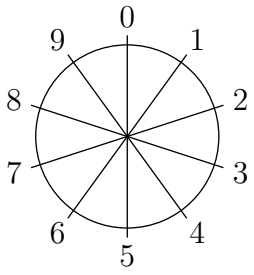
? $3\times3\times3$ kubo dešinėje sienoje yra lygiai 4 pilki kubeliai, todėl netinka atsakymai **B** ir **C**. Viršutinėje sienoje yra lygiai vienas pilkas kubelis, todėl netinka atsakymas **D**. Priekinėje sienoje esantys du pilki kubeliai abu kartu priklauso tik vienai $3\times3\times3$ kubo sienai. Taigi, netinka ir atsakymas **A**. Lieka vienintelis variantas – atsakymas **E**. Pagal Kengūros konkurso taisykles, lygiai vienas atsakymas yra teisingas. Vadinasi, teisingas atsakymas **E**.

9. (B) 1893

! Pasukę spynos ratuką 180° kampu, gausime skaitmenį, esantį kitoje ratuko pusėje (žr. pav.).

Taigi, teisingas šios spynos kodas yra 1893.

Teisingas atsakymas **B**.



10. Ⓔ

! Elena yra 5 cm aukštesnė už Dovilę, kuri yra 10 cm aukštesnė už Celestiną. Vadinasi, Elena yra 15 cm aukštesnė už Celestiną. Kita vertus, Celestina yra 10 cm aukštesnė už Beną, kuris yra 5 cm aukštesnis už Adomą. Taigi, Celestina yra 15 cm aukštesnė už Adomą. Vadinasi, Elena yra $15 + 15 = 30$ cm aukštesnė už Adomą.

Teisingas atsakymas **E**.

11. Ⓓ 45

! Pirmoji Ramintos atlaužta juostelė turi $12 : 2 = 6$ kvadratėlius. Vadinasi, pradinės šokolado plytelės vienoje kraštinėje juostelėje yra lygiai 6 kvadratėliai. Kadangi Julija atsilaužė juostelę, kurioje buvo 9 kvadratėliai, tai Raminta pirmąją ir antrąją juostelę atsilaužė išilgai to paties šokolado plytelės krašto. Taigi, po to, kai Raminta atsilaužė dvi juosteles, bet Julija dar neatsilaužė savosios, šokolado plytelėje buvo $6 \times 9 = 54$ kvadratėliai. Vadinasi, Julijai atsilaužus savo juostelę, plytelėje liko $54 - 9 = 45$ kvadratėliai.

Teisingas atsakymas **D**.

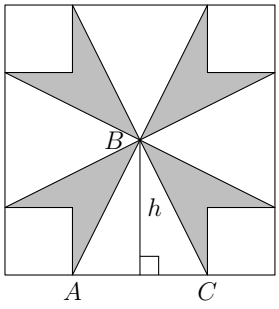
12. Ⓔ 500 g

! Svorių 740 g ir 560 g skirtumas – 180 g – lygus trijų penktadalių stiklainio vandens svoriui. Todėl penktadalio stiklainio vandens svoris lygus $180 : 3 = 60$ g. Taigi, tuščias stiklainis sveria $560 - 60 = 500$ g.

Teisingas atsakymas **E**.

13. Ⓒ 4 cm^2

! Kadangi didžiojo kvadrato plotas lygus 16 cm^2, tai jo kraštinės ilgis lygus 4 cm. Kampinio kvadratėlio plotas lygus 1 cm^2, todėl jo kraštinės ilgis lygus 1 cm. Vadinasi, trikampio ABC pagrindo AC ilgis lygus $4 - 1 - 1 = 2$ cm (žr pav.).



Aukštinė $h = 4 : 2 = 2$ cm. Taigi, trikampio ABC plotas lygus $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ cm^2. Dabar galime suskaičiuoti užtušuotos gėlės plotą (iš didžiojo kvadrato ploto atimame keturių kampinių kvadratėlių ir keturių trikampių plotą): $16 - 4 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = 4$ cm^2.

Teisingas atsakymas **C**.

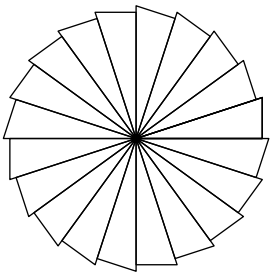
14. Ⓑ 2,5 cm

! Jei pertvara būtų pastatyta be persidengimų (ir be tarpų tarp gretimų lentelių), tai jos ilgis būtų 25×30 cm $= 7{,}5$ m. Skirtumas $7,5 - 6,9 = 0,6$ m $= 60$ cm lygus visų persidengiančių dalių ilgių sumai. Kadangi Adomo pastatytoje pertvaroje yra lygiai $25 - 1 = 24$ persidengiančios dalys, tai vienos tokios dalies ilgis lygus $60 : 24 = 2,5$ cm.

Teisingas atsakymas **B**.

15. Ⓓ 20

! Stačiojo trikampio didesnysis smailusis kampas lygus $360 : 5 = 72°$, o mažesnysis smailusis kampas lygus $90° - 72° = 18°$. Todėl antrai žvaigždei sudėti iš viso prireiks $360 : 18 = 20$ tokių trikampių (žr. pav.).



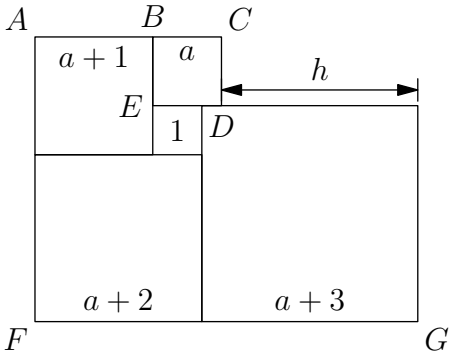
Teisingas atsakymas **D**.

16. Ⓒ 4

! Kvadrato $BCDE$ kraštinės ilgį pažymėkime a (žr. pav.).

Tuomet likusių kvadratų kraštinių ilgiai yra $a+1$, $a+2$ ir $a+3$ (žr. pav.). Paveikslėlyje matyti, kad h lygus atkarpų FG ir AC ilgių skirtumui. Kadangi $FG = (a+2)+(a+3) = 2a+5$ ir $AC = (a+1)+a = 2a+1$, tai $h = FG - AC = (2a+5) - (2a+1) = 4$.

Teisingas atsakymas **C**.



17. Ⓑ 1

! Pažymėkime raide N Evelinos neteisingų atsakymų skaičių, o raide X – kiek yra testo klausimų į kuriuos atsakymo Evelina nenurodė. Tuomet lygiai $20 - N - X$ klausimų Evelina atsakė teisingai. Taigi pagal uždavinio sąlygą $7(20 - N - X) - 4N = 100$. Iš čia gauname lygybę $11N + 7X = 40$. Matome, kad skaičius N yra ne didesnis už 3, t. y. $N = 0, 1, 2$ arba 3. Kita vertus, $7X = 40 - 11N$. Todėl skaičius $40 - 11N$ turi dalintis iš 7. Patikrinę visas galimas N reikšmes, gauname, kad tinka tik $N = 3$. Tuomet $X = (40 - 11 \cdot 3) : 7 = 1$.

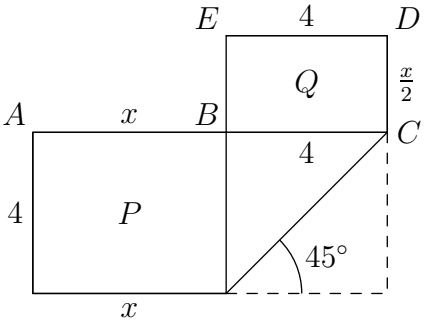
Teisingas atsakymas **B**.

18. Ⓒ 6

! Perlenktoje juostoje $ED = 4$ (žr. pav.).

Taigi, paveikslėlyje pavaizduoti stačiakampiai turi po vieną kraštinę, kurios ilgis lygus 4. Be to, $P = 2Q$, todėl $CD = \frac{x}{2}$. Atkarpų AB, BC ir CD ilgių suma lygi pradinės juostos ilgesniosios kraštinės ilgiui. Taigi, $AB+BC+CD = 13$. Kadangi $BC = ED = 4$, tai $x + 4 + \frac{x}{2} = 13$. Išsprendę šią lygtį, gauname, kad $x = 6$.

Teisingas atsakymas **C**.



19. Ⓔ

! Atsakymai **A**, **B**, **C** ir **D** neteisingi, nes Austėja ir Ema vaisius galėjo pasidalinti taip, kad Austėjai tektų visi obuoliai, o Emai – visos kriaušės. Lieka įrodyti, kad atsakymo **E** teiginys tikrai teisingas.

Austėjai atitekusių obuolių ir kriaušių skaičius pažymėkime atitinkamai a ir b. Emai atitekusių obuolių ir kriaušių skaičius pažymėkime atitinkamai c ir d. Kadangi obuolių yra dvigubai daugiau negu kriaušių, tai $a+c=2(b+d)$. Be to, Austėjai atiteko dvigubai daugiau vaisių negu Emai, todėl $a+b=2(c+d)$. Taigi, turime dvi lygtis:

$$a+c=2(b+d),$$
$$a+b=2(c+d).$$

Iš pirmosios lygties atėmę antrąją, gauname

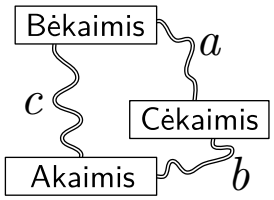
$$(a+c)-(a+b)=2(b+d)-2(c+d).$$

Atlikę veiksmus, gauname lygybę $b=c$. Vadinasi, Austėja kriaušių turi tiek pat, kiek Ema turi obuolių.

Teisingas atsakymas **E**.

20. Ⓒ 3 km

! Kelių tarp kaimų ilgius pažymėkime a, b ir c, kaip pavaizduota paveikslėlyje.



Pagal uždavinio sąlygą, gauname lygtis

$$a+b=c+1,$$
$$a+c=b+5,$$
$$b+c=a+7.$$

Sudėję visas lygybes, gauname $a+b+c=13$. Į pirmą lygtį vietoje $a+b$ įstatę $a+b=13-c$, gauname lygtį $13-c=c+1$. Iš čia randame $c=6$. Panašiai randame a ir b: $a=3$, $b=4$. Vadinasi, trumpiausio kelio tarp dviejų kaimų ilgis lygus 3 km.

Teisingas atsakymas **C**.

21. Ⓒ 30

! Pradinę trupmeną pažymėkime $\frac{a}{b}$, kur a ir b yra teigiami skaičiai. Šios trupmenos skaitiklį padidinę 40%, gauname trupmeną $\frac{1{,}4a}{b}$. Tegul x yra toks teigiamas skaičius, kad $\frac{1{,}4a}{x}=2\cdot\frac{a}{b}$. Iš čia gauname, kad $x=0{,}7b$. Vadinasi, trupmenos $\frac{1{,}4a}{b}$ vardiklį reikia sumažinti 30%, kad taip gautoji trupmena būtų dvigubai didesnė už pradinę trupmeną $\frac{a}{b}$.

Teisingas atsakymas **C**.

22. (A) 743

! Tegul x – skaičius, kurį Agota atėmė iš trijų pradinių skaičių. Tuomet pradiniai trys skaičiai buvo $303+x$, $721+x$, $931+x$. Pagal uždavinio sąlygą, šių skaičių suma lygi 2021: $(303+x)+$ $+(721+x)+(931+x)=2021$. Iš čia gauname, kad $x=22$. Vadinasi, pradiniai trys skaičiai buvo $303+22=325$, $721+22=743$ ir $931+22=953$.

Teisingas atsakymas **A**.

23. (B) 27

! Penkiaženklį skaičių $\overline{ABCDE}$ pažymėkime x. Tuomet

$$\overline{2ABCDE} = 200000 + \overline{ABCDE} = 2\cdot 10^5 + x,$$
$$\overline{ABCDE2} = \overline{ABCDE0} + 2 = 10\cdot \overline{ABCDE} + 2 = 10x + 2.$$

Pagal uždavinio sąlygą, skaičius $\overline{ABCDE2}$ yra tris kartus didesnis už skaičių $\overline{2ABCDE}$. Taigi, $3\,(2\cdot 10^5 + x) = 10x + 2$. Iš čia gauname, kad $x = 85714$. Vadinasi, pradinis šešiaženklis skaičius yra $\overline{2ABCDE} = 285714$, o jo skaitmenų suma lygi $2+8+5+7+1+4=27$.

Teisingas atsakymas **B**.

24. (B) 29

! Geltonų, mėlynų, raudonų ir žalių akmenukų skaičių pažymėkime atitinkamai g, m, r ir z. Kadangi tarp bet kurių 27 iš dėžės paimtų akmenukų visada bus bent vienas žalias, tai ne žalių akmenukų dėžėje yra ne daugiau negu 26. Taip gauname nelygybę $g+m+r \leqslant 26$. Panašiai gauname dar tris nelygybes:

$$g+m+z \leqslant 24,$$
$$g+r+z \leqslant 21,$$
$$m+r+z \leqslant 16.$$

Sudėję visas keturias nelygybes, gauname nelygybę $3(g+m+r+z) \leqslant 87$. Abi jos puses padaliję iš 3, gauname nelygybę $g+m+r+z \leqslant 29$. Taigi, dėžėje yra ne daugiau negu 29 akmenukai. Kita vertus, dėžėje gali būti 29 akmenukai: 3 žali, 5 raudoni, 8 mėlyni ir 13 geltonų. Nesunku įsitikinti, kad toks akmenukų rinkinys tenkina uždavinio sąlygą.

Teisingas atsakymas **B**.

25. (D) 20

! Kiekvienas iš 12-os juodų penkiakampių turi bendrą kraštinę su penkiais baltais šešiakampiais. Taigi, gauname $12\cdot 5 = 60$ šešiakampių. Tačiau taip skaičiuodami kiekvieną šešiakampį įskaičiavome po tris kartus, nes kiekvienas baltas šešiakampis turi bendrą kraštinę su trimis juodais penkiakampiais. Taigi yra lygiai $\frac{60}{3} = 20$ baltų šešiakampių.

Teisingas atsakymas **D**.

26. Ⓑ 20

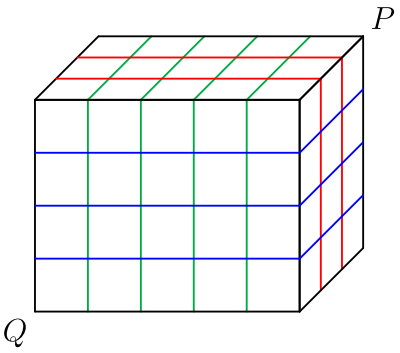
! Pirmoji, antroji ir trečioji kengūrėlės yra nudažytos skirtingomis spalvomis. Pirmosios kengūrėlės spalvą pažymėkime A, antrosios – B, o trečiosios – C. Kadangi antroji, trečioji ir ketvirtoji kengūrėlės yra nudažytos skirtingomis spalvomis, tai ketvirtosios kengūrėlės spalva yra A. Panašiai gauname, kad penktosios kengūrėlės spalva yra B, šeštosios – C ir t. t. Matome, kad kengūrėlių spalvos periodiškai kartojasi kas trys. Vadinasi, visos kengūrėlės, kurių eilės numerio dalybos iš 3 liekana lygi 1, yra nudažytos ta pačia spalva A; visos kengūrėlės, kurių eilės numerio dalybos iš 3 liekana lygi 2, yra nudažytos ta pačia spalva B, o visos kengūrėlės, kurių eilės numeris dalijasi iš 3, yra nudažytos ta pačia spalva C.

Simonas spėjo, kad kengūrėlė nr. 2 yra pilka, o kengūrėlė nr. 20 yra mėlyna. Kadangi skaičių 2 ir 20 dalybos iš 3 liekanos sutampa, tai šios kengūrėlės iš tikrųjų yra tos pačios spalvos. Vadinasi, Simonas neatspėjo kengūrėlės nr. 2 arba kengūrėlės nr. 20 spalvos. Todėl kengūrėlių nr. 202, 1002 ir 2021 spalvas Simonas atspėjo. Kadangi skaičiaus 2021 dalybos iš 3 liekana lygi 2 ir sutampa su skaičių 2 ir 20 dalybos iš 3 liekana, tai visos kengūrėlės, kurių eilės numerių dalybos iš 3 liekana lygi 2, yra pilkos. Taigi, Simonas neatspėjo kengūrėlės nr. 20 spalvos.

Teisingas atsakymas **B**.

27. Ⓒ 10

! Termito kelias nekerta jokio kubelio briaunos (aišku, išskyrus viršūnes P ir Q), todėl šis kelias eina per kubelių sienas. Termitas, pragraužd amas kubelio sieną, patenka iš vieno kubelio į kitą. Kubelių, per kuriuos eina termito kelias, skaičius yra vienetu didesnis už pragraužtų sienų skaičių. Kita vertus, termito kelias kiekvieną paveikslėlyje raudonai pavaizduotą sieną kerta po vieną kartą.



Panašiai gauname, kad termito kelias kiekvieną mėlynai pavaizduotą sieną kerta po vieną kartą ir kiekvieną žaliai pavaizduotą sieną kerta po vieną kartą. Kadangi nuspalvintų sienų iš viso yra $2+3+4 = 9$, tai termito kelias eina per $9+1 = 10$ kubelių.

Teisingas atsakymas **C**.

28. Ⓓ 995

! Jei poroje abu gyventojai buvo riteriai arba abu gyventojai buvo melagiai, tai jie vienas kitą pavadino riteriais. Jei vienas poros narys buvo riteris, o kitas – melagis, tai abu vienas kitą pavadino melagiais. Kadangi lygiai 20 gyventojų buvo pavadinti melagiais, tai iš viso buvo lygiai 10 porų, kuriose vienas narys buvo riteris, o kitas – melagis. Kiekvienoje iš likusių $1010 - 10 = 1000$ porų arba abu nariai buvo riteriai arba abu nariai buvo melagiai. Taip gauname, kad iš viso į poroas buvo suskirstytas lyginis skaičius riterių. Vadinasi, vienas gyventojas, kuris nepateko į jokią porą, buvo riteris. Taigi, buvo lygiai 5 poros, kuriose abu nariai buvo riteriai. Todėl kiekvienoje iš likusių $1000 - 5 = 995$ porų kiekvienas narys buvo melagis.

Teisingas atsakymas **D**.

29. (A) 1

! Iš pradžių išsiaiškinkime, kuriame rate buvo žaidžiamos rungtynės E-B. Uždavinio sąlygos lentelėje matyti, kad rungtynės E-A ir E-F buvo žaidžiamos atitinkamai trečiame ir ketvirtame rate. Be to, rungtynės B-A buvo žaidžiamos pirmame rate. Todėl rungtynės E-B buvo žaidžiamos antrame arba penktame rate. Tarkime, kad šios rungtynės buvo žaidžiamos penktame rate (žr. lentelę).

1	2	3	4	5
A-B	C-D	A-E	E-F	A-C
				E-B

Tuomet antrame rate komanda E žaidė prieš C arba prieš D komandą. Tačiau taip būti negalėjo, nes antrame rate buvo žaidžiamos rungtynės C-D. Vadinasi, rungtynės E-B buvo žaidžiamos antrame rate (žr. lentelę).

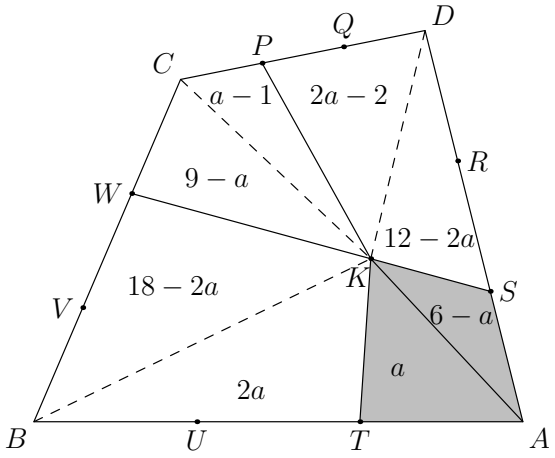
1	2	3	4	5
A-B	C-D	A-E	E-F	A-C
	E-B			

Kadangi rungtynės E-B, E-A ir E-F buvo žaidžiamos atitinkamai antrame, trečiame ir ketvirtame rate, tai rungtynės E-C buvo žaidžiamos arba pirmame arba penktame rate. Tačiau penktame rate komanda C žaidė prieš komandą A. Todėl rungtynės E-C buvo žaidžiamos pirmame rate. Taigi, pirmame rate buvo žaidžiamos rungtynės A-B ir E-C, todėl likusios dvi komandos rungtynes D-F žaidė pirmame rate.

Teisingas atsakymas **A**.

30. Ⓒ 6

! Trikampio ATK plotą pažymėkime a (žr. pav.).



Trikampiai ATK ir TBK turi tą pačią aukštinę, išvestą iš viršūnės K, o pagrindas BT yra dvigubai ilgesnis už pagrindą TA. Todėl trikampio TBK plotas yra dvigubai didesnis už trikampio ATK plotą ir yra lygus $2a$.

Keturkampio $TBWK$ plotas lygus 18, todėl trikampio BWK plotas lygus $18 - 2a$.

Trikampiai CKW ir WKB turi tą pačią aukštinę, išvestą iš viršūnės K, o pagrindas BW yra dvigubai ilgesnis už pagrindą WC. Todėl trikampio CKW plotas yra dvigubai mažesnis už trikampio WKB plotą ir yra lygus $\frac{1}{2}(18 - 2a) = 9 - a$.

Keturkampio $CPKW$ plotas lygus 8, todėl trikampio PKC plotas lygus $a - 1$.

Trikampiai DKP ir PKC turi tą pačią aukštinę, išvestą iš viršūnės K, o pagrindas DP yra dvigubai ilgesnis už pagrindą PC. Todėl trikampio DKP plotas yra dvigubai didesnis už trikampio PKC plotą ir yra lygus $2(a - 1) = 2a - 2$.

Keturkampio $SKPD$ plotas lygus 10, todėl trikampio SKD plotas lygus $10 - (2a - 2) = 12 - 2a$.

Trikampiai AKS ir SKD turi tą pačią aukštinę, išvestą iš viršūnės K, o pagrindas SD yra dvigubai ilgesnis už pagrindą AS. Todėl trikampio AKS plotas yra dvigubai mažesnis už trikampio SKD plotą ir yra lygus $\frac{1}{2}(12 - 2a) = 6 - a$.

Dabar jau galime suskaičiuoti keturkampio $ATKS$ plotą – jis lygus trikampių ATK ir AKS plotų sumai, t. y. lygus $a + (6 - a) = 6$.

Teisingas atsakymas **C**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	D
2	E
3	D
4	B
5	A
6	A
7	B
8	E
9	B
10	E
11	D
12	E
13	C
14	B
15	D
16	C
17	B
18	C
19	E
20	C
21	C
22	A
23	B
24	B
25	D
26	B
27	C
28	D
29	A
30	C