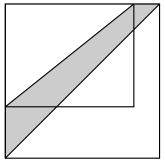
23. Po zwiększeniu boków prostokątnego ogrodu odpowiednio o 20% i 50% ogród przyjął kształt kwadratu (patrz rysunek). Ile wynosiło pole ogrodu przed powiększeniem, jeśli pole zacieniowanego obszaru między przekątnymi jest równe $30\,\mathrm{m}^2$?



A) $60\,\mathrm{m}^2$ **B)** $65\,\mathrm{m}^2$ **C)** $70\,\mathrm{m}^2$ **D)** $75\,\mathrm{m}^2$ **E)** $80\,\mathrm{m}^2$

24. Ciąg $L_1, L_2, L_3, \ldots$ zadany jest warunkami $L_1 = 1$, $L_2 = 3$ oraz $L_{n+2} = L_n + L_{n+1}$ dla $n \geq 1$. Ile jest liczb parzystych wśród 2020 początkowych wyrazów tego ciągu?

A) 673 **B)** 674 **C)** 1010 **D)** 1011 **E)** 1347

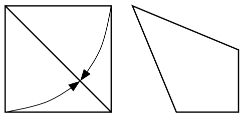
25. Góra lodowa ma kształt sześcianu. Pod wodą znajduje się 90% objętości góry. Nad powierzchnię wody wystaje tylko jeden wierzchołek sześcianu i fragmenty trzech sąsiednich krawędzi długości odpowiednio 24 m, 25 m i 27 m. Jaka jest długość krawędzi tego sześcianu?

A) 30 m **B)** 33 m **C)** 34 m **D)** 35 m **E)** 39 m

26. Z rana, gdy Anna wybierała dwa smaki lodów, lodziarnia oferowała lody w 16 smakach. Po południu, gdy Beata wybierała trzy smaki lodów, część smaków była już wyprzedana. Okazało się, że Anna i Beata mogły wybierać z tej samej liczby kombinacji. Ile smaków zostało wyprzedanych?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

27. Wojtek wziął kwadratową kartkę papieru o boku 1 dm i zagiął ją tak, że dwa boki kwadratu spotkały się na przekątnej (patrz rysunek). Ile decymetrów kwadratowych ma czworokąt, który w ten sposób otrzymał?

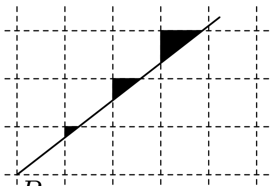


A) $2 - \sqrt{2}$ **B)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C)** $\sqrt{2} - 1$ **D)** $\frac{7}{10}$ **E)** $\frac{3}{5}$

28. Pewna liczba naturalna N dzieli się przez wszystkie liczby naturalne od 2 do 11 z wyjątkiem dwóch. Która z poniższych par liczb może być tym wyjątkiem?

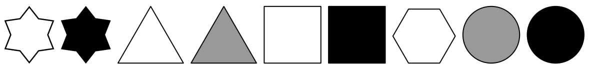
A) 2 i 3 **B)** 4 i 5 **C)** 6 i 7 **D)** 7 i 8 **E)** 10 i 11

29. Na kartce w kratkę wykreślono fragment linii prostej i zamalowano trzy trójkąty jak na rysunku. Jaki jest stosunek pól zamalowanych trójkątów?

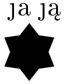
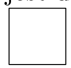
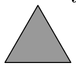
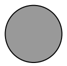


A) $1:2:3$ **B)** $1:2:4$ **C)** $1:3:9$ **D)** $1:4:8$
E) Inna odpowiedź

30. Adam i Bartek usiłują odkryć, która z poniższych figur jest ulubioną figurą Celiny.



Adam wie, że Celina ujawniła Bartkowi jej kształt, a Bartek wie, że Adam poznał jej kolor. W pewnej chwili Adam powiedział: „Nie wiem, jaka jest ulubiona figura Celiny i wiem, że Bartek także tego nie wie". Na to Bartek odrzekł: „Na początku nie znałem ulubionej figury Celiny, ale teraz już ją znam". Usłyszawszy to, Adam stwierdził: „Teraz to i ja ją znam". Jaka jest ulubiona figura Celiny?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Lietuvos Respublikos švietimo, mokslo ir sporto ministerija *Vilniaus universitetas*
Kengūros konkurso organizavimo komitetas *Lietuvos matematikų draugija*

KANGUR 2020

S

PL

Czas trwania konkursu: 75 min
Używać kalkulatorów nie wolno!

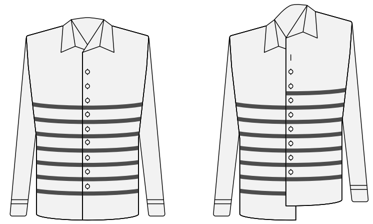
Student
Klasy 11–12

Pytania po 3 punkty

1. Suma dwóch ostatnich cyfr iloczynu $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ jest równa

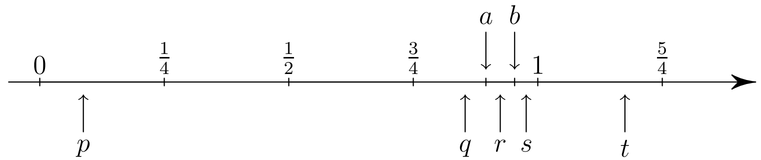
A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 16

2. Jeżeli Kosma zapnie swoją nową koszulę poprawnie, to poziome pasy utworzą 7 zamkniętych pierścieni wokół jego talii (patrz pierwszy rysunek). Dzisiaj rano Kosma zapiął źle guziki koszuli (patrz drugi rysunek). Ile tym razem zamkniętych pierścieni wokół jego talii utworzyły poziome pasy?



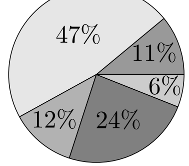
A) 0 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 6 **E)** 7

3. Romek zaznaczył na osi liczbowej punkty odpowiadające liczbom a i b (patrz rysunek). Który z punktów p, q, r, s, t może odpowiadać iloczynowi ab?



A) p **B)** q **C)** r **D)** s **E)** t

4. Diagram kołowy pokazuje, w jaki sposób docierają na zajęcia uczniowie pewnej szkoły. Z roweru korzysta w przybliżeniu dwa razy więcej uczniów niż z komunikacji publicznej. Liczby podwożonych samochodem i przychodzących pieszo są mniej więcej równe. Pozostali przyjeżdżają na hulajnodze. Jaki procent uczniów korzysta z hulajnogi?



A) 6% **B)** 11% **C)** 12% **D)** 24% **E)** 47%

5. Suma pięciu liczb trzycyfrowych $\overline{ABC}$, $\overline{BCD}$, $\overline{CDE}$, $\overline{DEA}$ oraz $\overline{EAB}$ wynosi 2664. Czemu jest równa suma $A + B + C + D + E$?

A) 4 **B)** 14 **C)** 24 **D)** 34 **E)** 44

6. $\dfrac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020} =$

A) 2020 **B)** 3030 **C)** 4040 **D)** 6060 **E)** 7070

7. Liczby całkowite a, b i c spełniają nierówności $1 \leqslant a \leqslant b \leqslant c$. Jaka jest największa możliwa wartość b, jeśli $abc = 1\,000\,000$?
A) 100 **B)** 250 **C)** 500 **D)** 1000 **E)** 2000

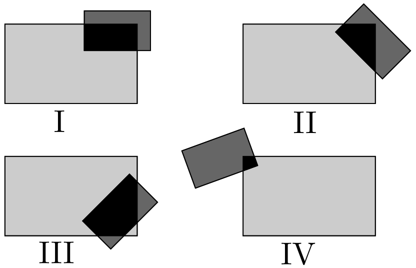
8. Maria miała 10 kartek. Pewne z nich były kwadratami, a pozostałe trójkątami. Rozcięła 3 kwadratowe kartki na dwie części, każdą wzdłuż przekątnej. Następnie policzyła wierzchołki wszystkich 13 kartek i otrzymała wynik 42. Ile trójkątnych kartek miała Maria na początku?
A) 8 **B)** 7 **C)** 6 **D)** 5 **E)** 4

9. Ile kilogramów waży słoń, jeśli P psów waży K kilogramów, a D słoni waży tyle co M psów?
A) $PKDM$ **B)** $\frac{PK}{DM}$ **C)** $\frac{KD}{PM}$ **D)** $\frac{KM}{PD}$ **E)** $\frac{PM}{KD}$

10. Mamy dwie symetryczne kostki sześcienne. Każda z nich ma dwie ściany czerwone, dwie ściany niebieskie i dwie białe. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przy jednoczesnym rzucie tymi kostkami na obu wypadnie ściana tego samego koloru?
A) $\frac{1}{12}$ **B)** $\frac{1}{9}$ **C)** $\frac{1}{6}$ **D)** $\frac{2}{9}$ **E)** $\frac{1}{3}$

Pytania po 4 punkty

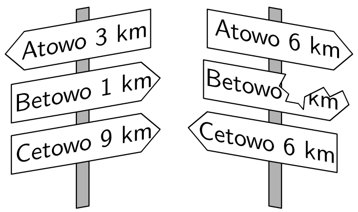
11. Rysunki I-IV pokazują cztery różne ułożenia szarego i czarnego prostokąta. Niech C oznacza pole tej części czarnego prostokąta, która nie leży na szarym prostokącie i niech S oznacza pole tej części szarego prostokąta, która nie jest przesłonięta przez czarny prostokąt. W którym przypadku wielkość $S - C$ jest większa niż w pozostałych?



A) I **B)** II **C)** III **D)** IV **E)** We wszystkich przypadkach różnica $S - C$ jest taka sama

12. Na stole leży pięć monet zwróconych orłem do góry. W każdej turze odwracamy dokładnie trzy monety. Jaka jest najmniejsza liczba tur potrzebnych do odwrócenia wszystkich monet reszką ku górze?
A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2 **E)** Nie można odwrócić wszystkich monet

13. Najkrótsza droga z Atowa do Cetowa prowadzi przez Betowo. Poruszając się tą drogą z Atowa do Cetowa, najpierw napotkamy drogowskaz przedstawiony na pierwszym rysunku, a następnie, po drugiej stronie drogi, drogowskaz przedstawiony na drugim rysunku. Jaka odległość widniała na uszkodzonej tablicy drogowskazu?

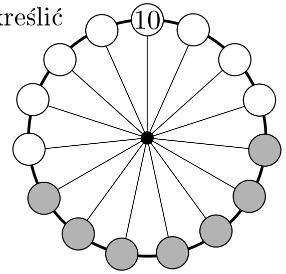


A) 1 km **B)** 2 km **C)** 3 km **D)** 4 km **E)** 5 km

14. Niech a, b i c będą liczbami całkowitymi. Która z poniższych liczb z pewnością nie może być równa $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$?
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 6 **E)** 8

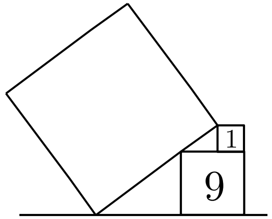
15. Dwie pierwsze od lewej cyfry pewnej liczby stucyfrowej to w kolejności 2 i 9. Ile cyfr ma kwadrat tej liczby?
A) 101 **B)** 199 **C)** 200 **D)** 201 **E)** Nie można tego określić

16. W kółkach na obwodzie dużego koła umieszczono 15 liczb. Dla każdych siedmiu sąsiednich pól suma umieszczonych w nich liczb jest identyczna (na rysunku przykład takiej siódemki oznaczono na szaro). Liczba w jednym z pól jest równa 10. Ile spośród liczb 75, 216, 365 i 2020 może być sumą wszystkich piętnastu liczb?



A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

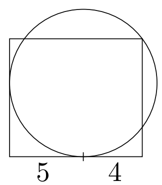
17. Duży kwadrat opiera się na dwóch mniejszych kwadratach o polach 1 i 9 (patrz rysunek). Jakie jest pole dużego kwadratu?



A) 49 **B)** 80 **C)** 81 **D)** 82 **E)** 100

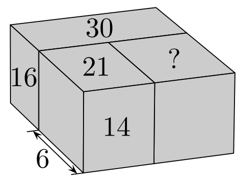
18. Które z poniższych wyrażeń przy żadnym całkowitym n nie daje liczby podzielnej przez 3?
A) $n^{12} + 2n^{11} + 1$ **B)** $5n^{12} - n^{11} + 2$ **C)** $5n + 2$ **D)** $n^2 + 2n + 5$ **E)** $2n^3 + 5$

19. Okrąg styczny do dwóch boków prostokąta przechodzi przez jeden z jego wierzchołków. Jeden z punktów styczności jest oddalony od wierzchołków odpowiednio o 4 i 5 (patrz rysunek). Ile wynosi pole tego prostokąta?



A) 27π **B)** 25π **C)** 72 **D)** 63 **E)** Inna wartość

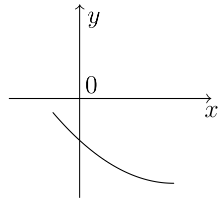
20. Prostopadłościan został podzielony na trzy mniejsze prostopadłościany. Na rysunku oznaczono długość jednej krawędzi oraz pola ścian tych prostopadłościanów. Jakie jest pole ściany oznaczonej znakiem zapytania?



A) 18 **B)** 24 **C)** 28 **D)** 30 **E)** Nie można tego określić

Pytania po 5 punktów

21. Rysunek pokazuje fragment wykresu paraboli o równaniu $y = ax^2 + bx + c$. Która z poniższych liczb jest dodatnia?



A) c **B)** $b + c$ **C)** ac **D)** bc **E)** ab

22. Tomek ma w pudełku 71 kulek. W jednym ruchu wolno mu wyjąć z pudełka dokładnie 30 kulek lub dołożyć do pudełka 18 kulek spośród wcześniej wyjętych. Tomek może powtarzać powyższe operacje tyle razy, ile chce. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba kulek w pudełku?
A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7 **E)** 11