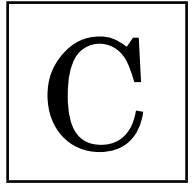


КЕНГУРУ 2019

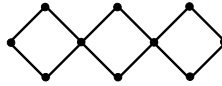


Сеньюр
11–12 классы

Продолжительность работы 75 минут
Пользоваться калькуляторами запрещается

22. Найдите множество значений параметра a , для которых уравнение $2 - |x| = ax$ имеет ровно два решения x .
 А) $(-\infty; -1]$ В) $[1; +\infty)$ С) $(-1; 1)$ Д) $\{0\}$ Е) $\{-1, 1\}$
23. Все натуральные числа от 1 до 99 записаны друг за другом по порядку. Полученную последовательность цифр разбили на тройки: $(123)(456)(789)(101)(112) \dots (979)(899)$. Какой из следующих троек нет в полученном разбиении?
 А) (222) В) (444) С) (464) Д) (646) Е) (888)

24. Вершины квадратов на рисунке пронумерованы числами от 1 да 10 так, что у всех трёх квадратов сумма чисел в вершинах одинакова и равна S . Найдите наименьшее значение S .
 А) 18 В) 19 С) 20 Д) 21 Е) 22



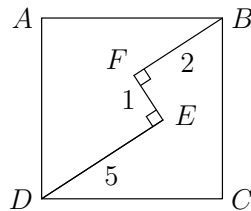
25. Сколько существует целых чисел n , при которых $|n^2 - 2n - 3|$ является простым числом?
 А) 1 В) 2 С) 3 Д) 4 Е) Бесконечно много

26. Парабола $y = x^2 - 2$ с четырьмя прямыми, проходящими через начало координат, пересекается в восьми различных точках. Каким может быть произведение абсцисс (первых координат) всех восьми точек пересечения?
 А) Только 16 В) Только -16 С) Только 8 Д) Только -8
 Е) Возможны несколько различных значений

27. Последовательность a_1, a_2, a_3, \dots начинается с $a_1 = 16$. Каждый следующий член равен квадрату увеличенной на 1 суммы цифр предыдущего члена. Например, $a_2 = (1 + 6 + 1)^2 = 64$. Найдите a_{2019} .
 А) 16 В) 25 С) 64 Д) 100 Е) 121

28. Сколько различных плоскостей проходит через по меньшей мере три вершины данного куба?
 А) 6 В) 8 С) 12 Д) 16 Е) 20

29. Ломаная $DEFB$ внутри квадрата $ABCD$ удовлетворяет условиям $DE \perp EF$, $EF \perp FB$, $DE = 5$, $EF = 1$ и $FB = 2$. Чему равна длина стороны данного квадрата?
 А) 5 В) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ С) $\frac{11}{2}$ Д) $5\sqrt{2}$ Е) $3\sqrt{2}$



30. Маша записала три случайно подобранных различных числа из множества $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Какова вероятность, что одно из трёх чисел равно среднему арифметическому двух других?
 А) $\frac{1}{10}$ В) $\frac{1}{6}$ С) $\frac{1}{4}$ Д) $\frac{1}{3}$ Е) $\frac{1}{2}$

Задачи, оцениваемые в 3 очка

1. Прямоугольный флаг Кенгуру состоит из трёх одинаковых прямоугольников, как показано на рисунке. Как относятся стороны флага?
 А) 2 : 1 В) 3 : 2 С) 5 : 3 Д) 8 : 5 Е) 9 : 4



2. Числа 1, 2, 3 и 4 вписаны в различные клетки таблицы 2×2 . Затем подсчитаны суммы чисел в строчках и столбцах. Две из этих сумм оказались равными 4 и 5. Чему равны две другие суммы?
 А) 6 и 6 В) 3 и 5 С) 4 и 5 Д) 4 и 6 Е) 5 и 6



3. Три треугольника соединены так, как показано на рисунке справа. В каком из следующих вариантов ответа эти три треугольника соединены так же?

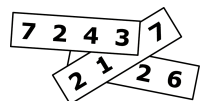


- А) В) С) Д) Е)

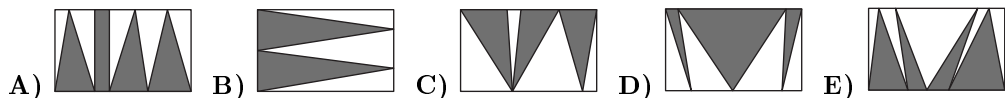
4. Чему равна первая цифра наименьшего натурального числа, сумма цифр которого равна 25?
 А) 1 В) 3 С) 5 Д) 7 Е) 9

5. У пирамиды 23 треугольные грани. Сколько рёбер у такой пирамиды?
 А) 23 В) 24 С) 46 Д) 48 Е) 69

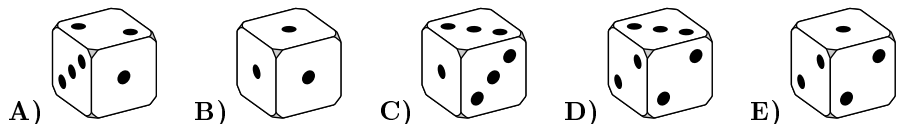
6. На каждой из трёх полосок бумаги написано четырёхзначное число (см. рис.). Сумма этих трёх чисел равна 11126. Три цифры скрыты. Какие это цифры?
 А) 1, 4, 7 В) 1, 5, 7 С) 3, 3, 3 Д) 4, 5, 6 Е) 4, 5, 7



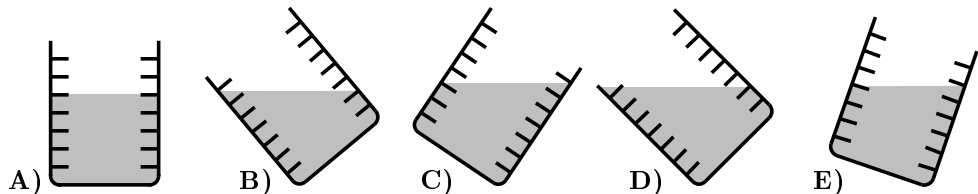
7. Прямоугольник был окрашен 5 способами так, как показано ниже. В каком из вариантов ответа площадь серой части наибольшая?



8. На каждой грани игральной кости отмечена либо 1 точка, либо 2 точки, либо 3 точки так, что вероятность выпадения 1, 2 или 3 очков равна соответственно $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6}$. Которая кость заведомо не может быть таковой?



9. Пять одинаковых стаканов заполнены водой. Четыре из них содержат одинаковое количество воды. Какой из них содержит другое количество воды?



10. Сколько натуральных чисел от 2^{10} до 2^{13} (включительно) делятся на 2^{10} ?
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

Задачи, оцениваемые в 4 очка

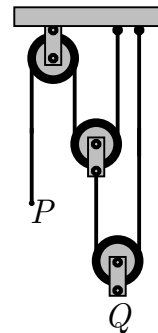
11. Миша изобрёл новую операцию: $x \diamond y = y - x$. Числа a, b, c удовлетворяют равенству $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$. Какое из следующих равенств заведомо верно?
 A) $a = b$ B) $b = c$ C) $a = c$ D) $a = 0$ E) $c = 0$

12. Пусть a, b, c, d – различные числа из множества целых чисел от 1 до 10 включительно. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?
 A) $\frac{2}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{14}{45}$ D) $\frac{29}{90}$ E) $\frac{25}{72}$

13. Три кенгуру Алекс, Боб и Карл ходят на прогулку каждый день. Если Алекс гуляет без шляпы, то Боб гуляет в шляпе. А если Боб гуляет без шляпы, то Карл гуляет в шляпе. Сегодня Карл гуляет без шляпы. Кто из них наверняка сегодня гуляет в шляпе?
 A) Только Алекс и Боб B) Только Алекс C) Алекс, Боб и Карл D) Не Алекс и не Боб E) Только Боб

14. На какую наибольшую степень числа 3 делится $7! + 8! + 9!$?
 A) 3^2 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) 3^7

15. Система на рисунке состоит из трёх блоков, соединённых двумя верёвками. Видимые отрезки веревок висят вертикально. На сколько сантиметров поднимется вверх блок Q, если потянуть конец верёвки P вниз на 24 см?



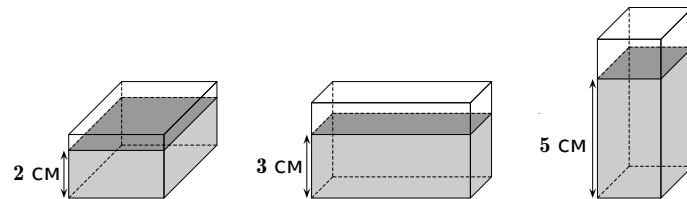
A) 24 B) 12 C) 8 D) 6 E) $\frac{24}{5}$

16. В этом году число юношей в моём классе увеличилось ровно на 20%, а число девушек уменьшилось ровно на 20%. Поэтому стало на одного учащегося больше. Какое из следующих чисел может быть числом учащихся в моём классе теперь?

A) 22 B) 26 C) 29 D) 31 E) 34

17. Чему равна целая часть числа $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 20 E) 25

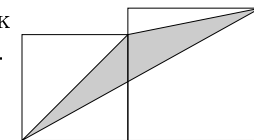
18. В герметичный сосуд, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, налито 120 см^3 воды. Уровень воды в зависимости от того, какая грань является основанием сосуда, равен 2 см, 3 см или 5 см (см. рис.). Чему равен объём сосуда?



A) 160 см^3 B) 180 см^3 C) 200 см^3 D) 220 см^3 E) 240 см^3

19. Будем называть натуральное число n хорошим, если наибольший делитель n (исключая само n) равен $n - 6$. Сколько существует хороших чисел?
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) Другой ответ

20. Два квадрата со сторонами a и b ($a < b$) расположены так, как показано на рисунке. Найдите площадь серого треугольника.
 A) $\frac{1}{2}a^2$ B) \sqrt{ab} C) $\frac{1}{2}b^2$ D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



Задачи, оцениваемые в 5 очков

21. Пусть a – сумма всех натуральных делителей числа 1024, а b – произведение всех этих делителей. Тогда
 A) $(a - 1)^5 = b$ B) $(a + 1)^5 = b$ C) $a^5 = b$ D) $a^5 - 1 = b$ E) $a^5 + 1 = b$