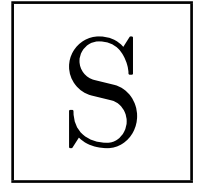


KANGUR 2019



Student
Klasy 11–12

Czas trwania konkursu: 75 min
Używać kalkulatorów nie wolno!

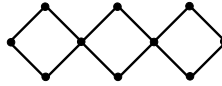
22. Jaki jest zbiór wszystkich wartości parametru a , dla których równanie $2 - |x| = ax$ ma dokładnie dwa rozwiązania?

- A) $(-\infty; -1]$ B) $[1; +\infty)$ C) $(-1; 1)$ D) $\{0\}$ E) $\{-1, 1\}$

23. Kolejne liczby od 1 do 99 zapisano jedna za drugą. Powstały w ten sposób ciąg cyfr podzielono na trójki cyfr: $(123)(456)(789)(101)(112) \dots (979)(899)$. Która z poniższych trójek nie występuje w tym ciągu?

- A) (222) B) (444) C) (464) D) (646) E) (888)

24. Dziesięć punktów połączono jak na rysunku. Chcemy ponumerować je liczbami od 1 do 10 w taki sposób, by suma numerów w wierzchołkach każdego z trzech kwadratów była taka sama. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość tej sumy?



- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

25. Dla ilu liczb całkowitych n liczba $|n^2 - 2n - 3|$ jest pierwsza?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Dla nieskończenie wielu

26. Cztery różne proste przechodzące przez początek układu współrzędnych przecinają parabolę $y = x^2 - 2$ w ośmiu punktach. Czemu może być równy iloczyn odciętych (tj. współrzędnych „iksowych”) tych ośmiu punktów?

- A) Tylko 16 B) Tylko -16 C) Tylko 8 D) Tylko -8
E) Iloczyn może przyjmować różne wartości

27. W ciągu a_1, a_2, a_3, \dots mamy $a_1 = 16$, natomiast dla $n \geq 1$ wyraz a_{n+1} jest kwadratem liczby otrzymanej przez powiększenie sumy cyfr liczby a_n o 1. W szczególności $a_2 = (1 + 6 + 1)^2 = 64$. Ile wynosi a_{2019} ?

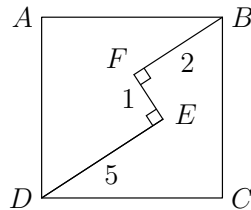
- A) 16 B) 25 C) 64 D) 100 E) 121

28. Ile różnych płaszczyzn przechodzi przez co najmniej trzy wierzchołki ustalonego sześciangu?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

29. Łamana $DEFB$ łączy przeciwległe wierzchołki kwadratu $ABCD$, przy czym $DE \perp EF$ i $EF \perp FB$. Jaka jest długość boku kwadratu, jeśli $DE = 5$, $EF = 1$ i $FB = 2$?

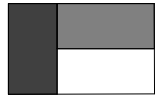
- A) 5 B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$



30. Ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ wybieramy losowo trzy różne liczby. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jedna z nich jest średnią arytmetyczną dwóch pozostałych?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

1. Flaga Kangurlandii ma kształt prostokąta złożonego z trzech mniejszych prostokątów o identycznych wymiarach (patrz rysunek). Jaki jest stosunek długości boków flagi?



- A) 2 : 1 B) 3 : 2 C) 5 : 3 D) 8 : 5 E) 9 : 4

2. Adam wpisał liczby 1, 2, 3 i 4 do różnych krerek kwadratowej tablicy o rozmiarach 2×2 i obliczył sumy w wierszach i kolumnach. Dwie z tych sum to 4 i 5. Jakie są dwie pozostałe sumy?



- A) 6 i 6 B) 3 i 5 C) 4 i 5 D) 4 i 6 E) 5 i 6

3. Rysunek pokazuje trzy wzajemnie szczipione trójkąty. Który z rysunków pokazuje trójkąty szczipione w ten sam sposób?



- A) B) C) D) E)

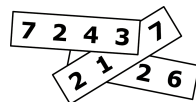
4. Niech N będzie najmniejszą liczbą naturalną o sumie cyfr równej 25. Jaka jest pierwsza od lewej cyfra liczby N ?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

5. Ile krawędzi ma ostrosłup o 23 ścianach trójkątnych?

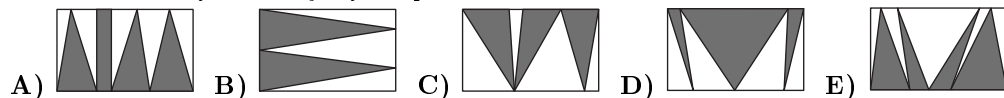
- A) 23 B) 24 C) 46 D) 48 E) 69

6. Na każdym z trzech pasków papieru zapisano po jednej liczbie czterocyfrowej, a następnie paski ułożono jak na rysunku, zakrywając trzy cyfry. Jakie cyfry zostały zakryte, jeśli suma tych trzech liczb wynosi 11126?

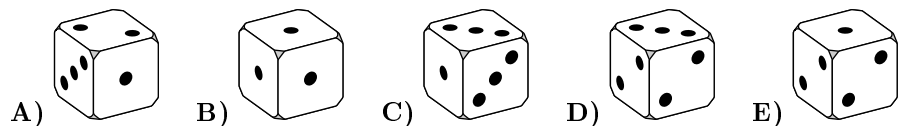


- A) 1, 4, 7 B) 1, 5, 7 C) 3, 3, 3 D) 4, 5, 6 E) 4, 5, 7

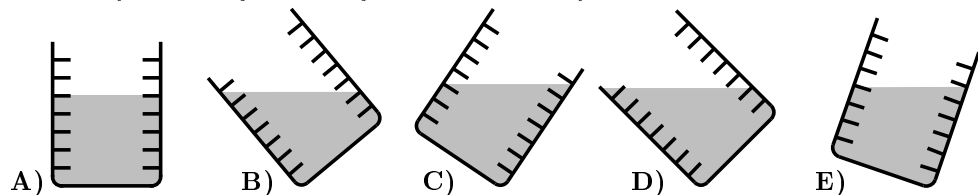
7. Na pięć różnych sposobów zacięto część pewnego prostokąta. Na którym rysunku zacięta część ma największe pole?



8. Na każdej ze ścian pewnej kostki sześcienniej widnieje jedno, dwa albo trzy oczka. Który z poniższych rysunków na pewno nie przedstawia tej kostki, jeżeli wiadomo, że w jednokrotnym rzucie tą kostką prawdopodobieństwo wyrzucenia jednego, dwóch i trzech oczek jest równe odpowiednio $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{6}$?



9. Do pięciu jednakowych szklanek nalano wody. W czterech z tych szklanek jest ta sama ilość wody. W której szklance jest inna ilość wody?



10. Ile spośród liczb od 2^{10} do 2^{13} włącznie jest podzielnych przez 2^{10} ?
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

Pytania po 4 punkty

11. Michał zdefiniował nową operację na liczbach rzeczywistych wzorem $x \diamond y = y - x$. Jeśli dla pewnych liczb a, b i c zachodzi równość $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$, to która z poniższych zależności musi dla nich zachodzić?

- A) $a = b$ B) $b = c$ C) $a = c$ D) $a = 0$ E) $c = 0$

12. Dla każdej czwórki a, b, c, d parami różnych liczb spośród liczb naturalnych od 1 do 10 obliczamy wartość wyrażenia $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$. Najmniejsza wartość, jaką obliczymy tym sposobem, jest równa

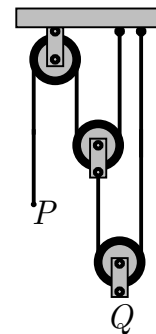
- A) $\frac{2}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{14}{45}$ D) $\frac{29}{90}$ E) $\frac{25}{72}$

13. Trójka dziwaków – Adam, Broniek i Cezary – wychodzi codziennie na spacer. Jeśli Adam nie nakłada kapelusza, to Broniek wychodzi w kapeluszu. Jeśli Broniek nie wychodzi w kapeluszu, to Cezary nakłada kapelusz. Dzisiaj Cezary nie nałożył kapelusza. Kto z całą pewnością wyszedł dzisiaj w kapeluszu?

- A) Tylko Adam i Broniek B) Tylko Adam C) Adam, Broniek i Cezary
 D) Ani Adam, ani Broniek E) Tylko Broniek

14. Największą potęgą liczby 3 dzielącą $7! + 8! + 9!$ jest
 A) 3^2 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) 3^7

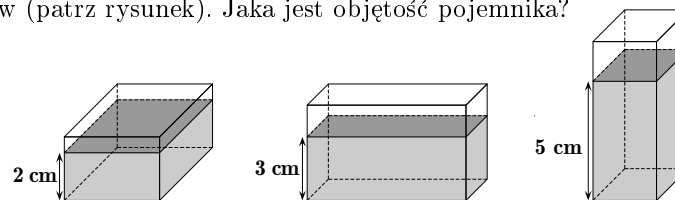
15. W systemie krążków linowych na rysunku wszystkie odcinki lin pomiędzy krążkami są pionowe. Jeśli koniec P liny opuścimy o 24 cm, to o ile centymetrów uniesie się punkt Q ?
 A) 24 B) 12 C) 8 D) 6 E) $\frac{24}{5}$



16. W tym roku szkolnym liczba dziewcząt w naszej klasie wzrosła o 20%, a liczba chłopców zmniejszyła się o 20%. W rezultacie łączna liczba uczniów w klasie zwiększyła się o 1. Która z poniższych liczb może być aktualną liczbą uczniów w naszej klasie?
 A) 22 B) 26 C) 29 D) 31 E) 34

17. Część całkowita liczby $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$ jest równa
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 20 E) 25

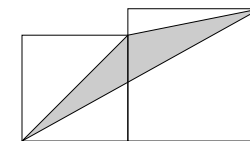
18. Prostopadłościenny pojemnik zawiera 120 cm^3 wody. W zależności od tego, którą ścianę pojemnika ustawimy poziomo, wysokość słupa wody w pojemniku jest równa 2, 3 lub 5 centymetrów (patrz rysunek). Jaka jest objętość pojemnika?



- A) 160 cm^3 B) 180 cm^3 C) 200 cm^3 D) 220 cm^3 E) 240 cm^3

19. Dodatnią liczbę całkowitą n nazywamy *liczbą układną*, jeśli jej największym dzielnikiem mniejszym od n jest $n - 6$. Ile jest liczb układnych?
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) Inna odpowiedź

20. Rysunek przedstawia dwa przylegające kwadraty o bokach długości a i b , gdzie $a < b$. Czemu jest równe pole zaciętego trójkąta?
 A) $\frac{1}{2}a^2$ B) \sqrt{ab} C) $\frac{1}{2}b^2$ D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



Pytania po 5 punktów

21. Niech a będzie sumą wszystkich dodatnich dzielników liczby 1024 i niech b będzie ich iloczynem. Wówczas
 A) $(a - 1)^5 = b$ B) $(a + 1)^5 = b$ C) $a^5 = b$ D) $a^5 - 1 = b$ E) $a^5 + 1 = b$