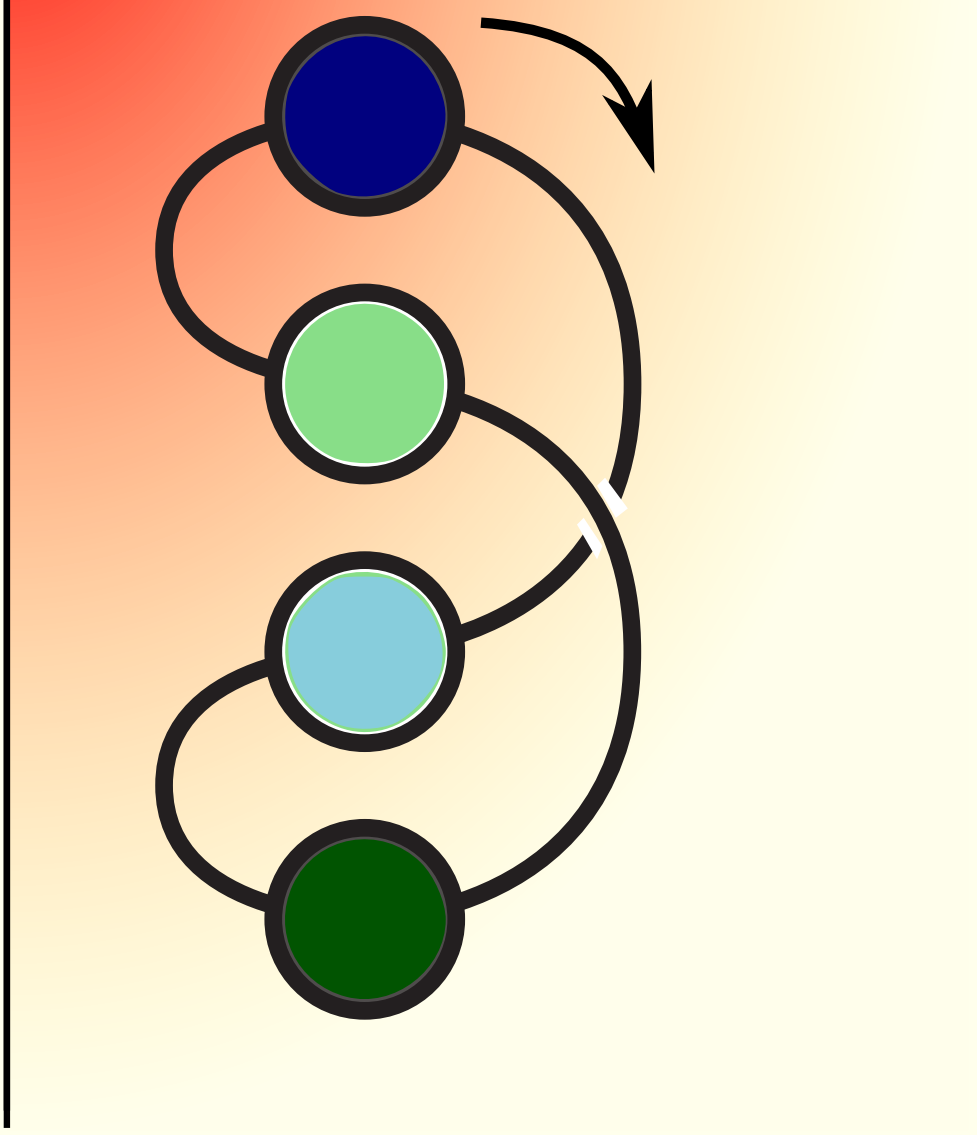
Kengūra

N Y K Š T U K A S



Užduotys ir sprendimai

2017

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA

KENGŪRA 2017. Nykštukas

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

Viršelio autorė
Ugnė Šiurienė

© Juozas Juvencijus Mačys, 2017
© *Kengūros* konkurso organizavimo komitetas, 2017

Turinys

Pratarmė **4**

Geriausiųjų sąrašas **6**

Dalyvio kortelės pavyzdys **8**

Sąlygos **9**

Užduočių sprendimai **13**

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra tik kelios dešimtys (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „Jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 48000 Lietuvos 1–12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2017 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Keliasdešimt lemtingų darbo minučių kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos teigdamos, kad galvą laužyti prasminga, kad ir matematikos užduotis besprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia šmaikšti gali būti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Nuo 2016 m. rugsėjo lietuviškoji *Kengūra* glaudžiasi po Lietuvos matematikų draugijos sparnu. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek matematiniuose, tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei niekada nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2017 metų kovo 16 dieną keliavo ir gausiai sprendė 1–2 klasių (*Nykštuko* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų *kengūriniai* sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

Nykštukas, 1 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Nykštukas, 2 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą*.
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, … , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių ☐
Lenkų ☐
Rusų ☐
Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

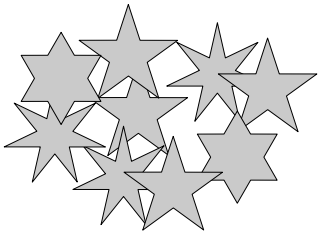
Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2013

2017 m. *Nykštuko* užduočių sąlygos

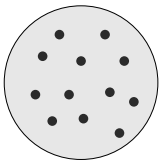
Klausimai po 3 taškus

1. $2 + 0 + 1 + 7 =$
A) 2017 **B)** 37 **C)** 19 **D)** 10 **E)** 217

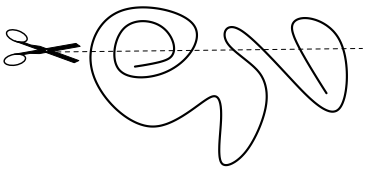
2. Paveikslėlyje šalia yra tik 5-kampės, 6-kampės ir 7-kampės žvaigždės. Kiek yra 5-kampių žvaigždžių?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6



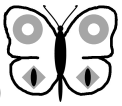
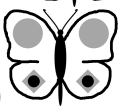
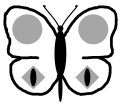
3. Vaikai pasidalijo pyragą. Kiekvienam vaikui atiteko pyrago gabalas su trimis vyšniomis. Kiek buvo vaikų?
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 8



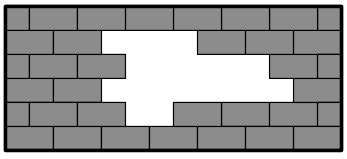
4. Kiek susidarys gabalų, perkirpus virvutę kaip pavaizduota paveikslėlyje?
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9



5. Elena papuošė peteliškę šešiais lipdukais . Kuri tai peteliškė?

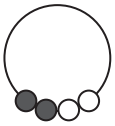
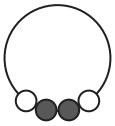
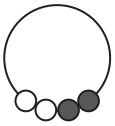
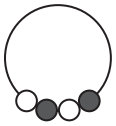
A)  **B)**  **C)** **D)**  **E)**

6. Kelių plytų trūksta sienoje?
A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

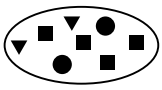
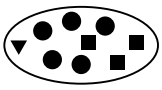
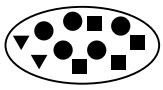
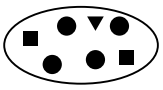
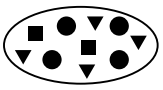


Klausimai po 4 taškus

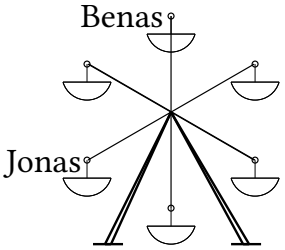
7. Paveikslėlyje dešinėje matome grandinėlę su keturiais karoliukais. Kuri tai grandinėlė iš pavaizduotų žemiau?

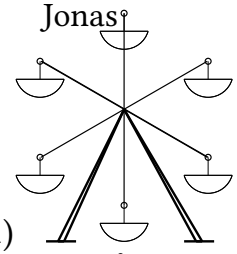
A) **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

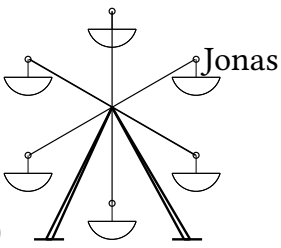
8. Kuriame paveikslėlyje kvadratėlių yra dukart daugiau nei trikampiukų ir dukart mažiau nei skrituliukų?

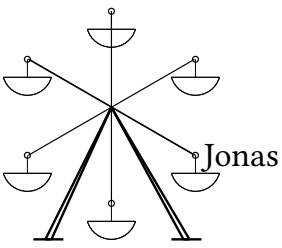
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

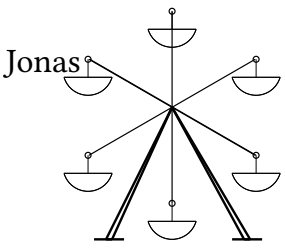
9. Jonas ir Benas į apžvalgos ratą susėdo, kaip pavaizduota paveikslėlyje dešinėje. Ratas pasisuko, ir Benas atsidūrė toje vietoje, kur anksčiau buvo Jonas. Kur atsidūrė Jonas?

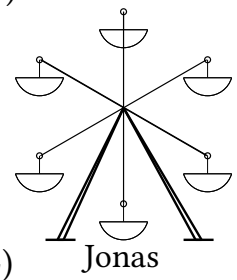


A) 

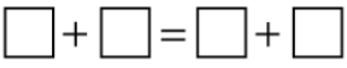
B) 

C) 

D) 

E) 

10. Iš penkių skaičių 1, 3, 4, 5 ir 7 keturi įrašyti po vieną į kiekvieną kvadratėlį taip, kad lygybė būtų teisinga. Kuris skaičius liko nepanaudotas?

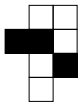
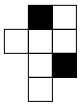
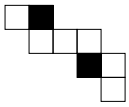
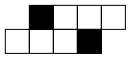
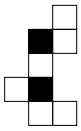


A) 1 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 7

11. Dėdė Lukošius ūkelyje laiko vieną arklį, dvi karves ir tris kiaules. Kiek dar karvių reikėtų įsigyti Lukošiui, kad karvės sudarytų pusę visų jo gyvulių?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

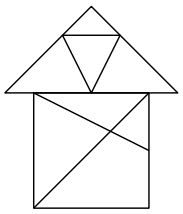
12. Jorė turi dvi vienodas tokias korteles: . Kortelių apatinė pusė balta. Kurią figūrą ji gali sudėti iš tų dviejų kortelių?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Klausimai po 5 taškus

13. Kiek trikampių įžiūrite paveikslėlyje?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12



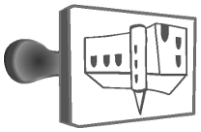
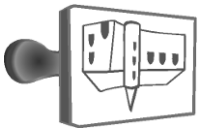
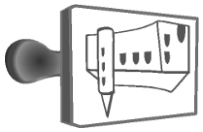
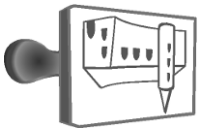
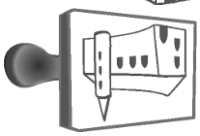
14. Kengūrėlė padaro 10 šuolių per 1 minutę, po to 3 minutes ilsisi. Tada ji vėl padaro 10 šuolių per 1 minutę, po to 3 minutes ilsisi ir taip toliau. Kiek mažiausiai minučių jai prireiks, kad suspėtų padaryti 50 šuolių?

A) 4 **B)** 5 **C)** 16 **D)** 17 **E)** 20

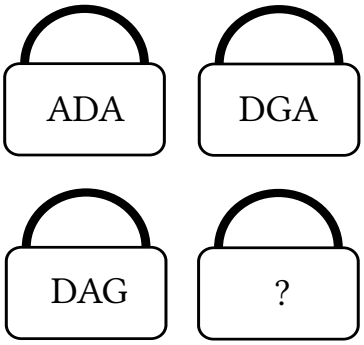
15. Balys ir Vaidas stovi eilėje prie teatro kasos. Iš viso eilėje yra 11 žmonių. Balys mato, kad prieš jį yra 7 žmonės. Balys stovi prieš pat Vaidą. Kiek žmonių stovi eilėje už Vaido?

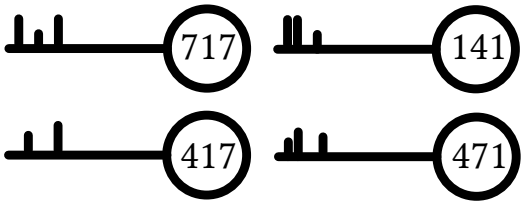
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

16. Kuriuo antspaudu atspaustas šalia pavaizduotas paveikslėlis?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

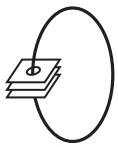
17. Kiekvienas iš keturių raktų tinka tik vienai iš keturių spynų, o skaitmenys ant raktų atitinka raides ant spynų.

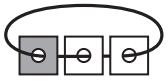
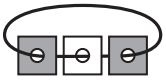
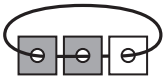
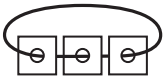
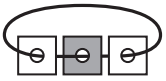




Kas parašyta ant paskutinės spynos?
A) GDA **B)** ADG **C)** GAD **D)** GAG **E)** DAD

18. Trys kortelės su iškirpta skylute sudėtos viena ant kitos. Kiekvienos kortelės viršutinė pusė balta, o apatinė – pilka. Marija suvėrė tas korteles į grandinėlę (žr. paveikslėlį greta). Kurią iš žemiau pavaizduotų padėčių ji gali gauti, padėjusi grandinėlę ant stalo?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Nykštuko užduočių sprendimai

1. (D) 10

! Sudedame skaitmenis: $2 + 0 + 1 + 7 = 10$. Teisingas atsakymas **D**.

2. (C) 4

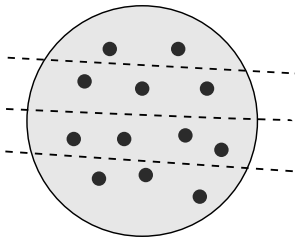
! Galima sakyti, kad keturios žvaigždės yra viršutinėje eilėje, keturios – apatinėje eilėje ir viena žvaigždė – viduryje. Viršutinės trys žvaigždės gerai matyti, iš jų dvi – antra ir ketvirta – 5-kampės. Trečios viršutinės žvaigždės matome 6 kampus, bet kadangi visos žvaigždės „taisyklingos“, tai dar vienas kampas pasislėpęs, taigi ji 7-kampė.

Taip pat yra su apatinės eilės antra žvaigžde – ji 7-kampė, o trečia žvaigždė neabejotinai 5-kampė. Neabejotinai 5-kampė ir vidurinioji žvaigždė. Taigi radome keturias 5-kampes žvaigždes.

Teisingas atsakymas **C**.

3. (B) 4

! Suskaičiuoti, kiek yra vyšnių, patogu „eilėmis“. Galima sakyti, kad eilėse yra 2, 3, 4 ir 3 vyšnios, taigi $2+3+4+3 = 12$. Kadangi visi vaikai gavo po 3 vyšnias, tai vaikų buvo $12 : 3 = 4$.



Teisingas atsakymas **B**.

4. (E) 9

! Suskaičiuoti gabalus galima įvairiai, bet taip nesunku ir apsirikti. Net kai gabalų labai daug, patogus toks būdas.

Kiekvienas gabalas turi 2 galus. Kiekvienas kirpimo taškas („kirpis“) duoda 2 galus. Kirpius matome 8, jie duoda $8 \cdot 2 = 16$ galų, tik prie jų reikia prijungti dar 2 galus – virvutės pradžią ir galą. Kadangi galų yra 18, tai virvutės gabalų yra $18 : 2 = 9$.

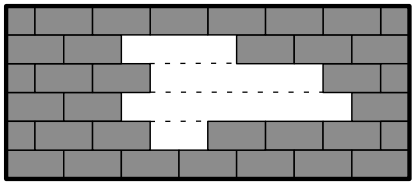
Teisingas atsakymas **E**.

5. (D)

! Peržiūrėkime peteliškes. Peteliškė **A** turi 2 žiedus, tokių lipdukų Elena neturi. Peteliškės **B**, **C** ir **E** turi du juodus mažus skrituliukus – taip pat netinka. Lieka peteliškė **D**. Joje matome 2 pilkus kvadratėlius, ant jų užklijuotus 2 juodus žiedlapiukus ir 2 pilkus skrituliukus, – tokių lipdukų Elena turėjo.

Teisingas atsakymas **D**.

6. Ⓒ 10



! Skylę sudaro 4 juostos. Apatinę skylės juostelę lyginame su po ja esančiomis plytomis, ir matome, kad ją sudaro pusė vienos ir pusė kitos plytos. Vadinasi, apatinėje skylės juostoje trūksta 1 plytos.

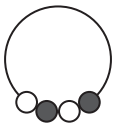
Antrą iš apačios skylės juostą lyginame su ta pačia apatine pilna plytų eile – matome, kad po šia skylės juosta yra lygiai 4 plytos. Tiek jų ir trūksta antroje juostoje.

Trečią iš apačios skylės juostą lyginame su viršutine „neskylėta“ plytų eile – virš jos yra lygiai 3 plytos.

Viršutinę skylės juostą vėl lyginame su viršutine ištisine plytų eile. Matome, kad trūksta 1 pilnos plytos ir 2 plytų pusių, taigi iš viso 2 plytų.

Taigi skylėje trūksta $1 + 4 + 3 + 2 = 10$ plytų.

Teisingas atsakymas **C**.

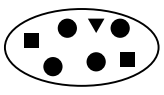
7. Ⓔ 

? „Pervarę“ paveikslėlyje **A** dešinįjį juodą karoliuką siūlu į kairę, gausime padėtį **B**. Iš padėties **B** pervarę dešinįjį baltą karoliuką į kairę, gausime padėtį **C**. Padėtyje **C** pervarę dešinįjį baltą karoliuką į kairę, gausime padėtį **D**. Vadinasi, padėtys **A**, **B**, **C**, **D** vaizduoja tą pačią grandinėlę. Kadangi „Kengūros“ konkurse teisingas tik vienas atsakymas (o ne visi keturi, kaip kad būtų, jei kuris nors atsakymas iš **A**, **B**, **C** ir **D** būtų teisingas), tai drąsiai renkamės atsakymą **E**.

! Ir vis dėlto tai matematikos konkursas, ir verta spręsti uždavinį, o ne tyrinėti atsakymus.

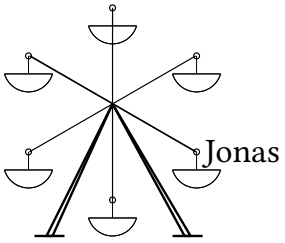
Nuo viršutiniojo juodo grandinėlės karoliuko judėkime (t. y. įsivaizduokime, kad einame) siūlu žemyn (pavyzdžiui, pradėkime eiti į dešinę). Prieiname baltą karoliuką. Tęsdami kelionę, prieiname juodą karoliuką, tada vėl baltą ir, pagaliau, grįžtame prie pradinio. Įsitikinome, kad balti ir juodi karoliukai eina pakaitomis, ir vienos spalvos dviejų karoliukų greta nebūna, kad ir ką darytume su grandinėle. Vadinasi, tai tikrai ne paveikslėliai **A**, **B**, **C** ir **D** vaizduoja grandinėlę. O štai paveikslėlyje **E** karoliukai eina pakaitomis.

Teisingas atsakymas **E**.

8. Ⓓ 

! Matyt, reikia tiesiog suskaičiuoti kvadratėlius, trikampiukus ir skrituliukus kiekviename paveikslėlyje. Paveikslėlyje **A** (minėta tvarka) jų yra $(4, 2, 2)$, paveikslėlyje **B** – $(3, 1, 5)$, **C** – $(4, 2, 5)$, **D** – $(2, 1, 4)$, **E** – $(2, 4, 4)$. Kvadratėlių dukart daugiau negu trikampėlių yra paveikslėliuose **A**, **C** ir **D**, bet iš jų kvadratėlių dukart mažiau nei skrituliukų yra tik paveikslėlyje **D**.

Teisingas atsakymas **D**.



9. Ⓒ

! Sakykime, pavyzdžiui, kad ratas sukasi pagal laikrodžio rodyklę. Tada Jonas atsilieka nuo Beno dviem vietomis. Kai Benas pasieks Jono vietą, Jonas bus atsilikęs nuo jos dviem vietomis, taigi bus padėtyje **C**.

Teisingas atsakymas **C**.

10. Ⓒ 4

! Dvi lygias sumas sudaro tik poros $(1, 7)$ ir $(3, 5)$: $1 + 7 = 3 + 5$. Vadinasi, lieka skaičius 4.

!! Kadangi įrašytų skaičių sumos (po du) lygios, tai visų 4 įrašytų skaičių suma lyginė. Bet visų 5 skaičių suma yra $1 + +3 + 4 + 5 + 7 = 20$, lyginė. Todėl neįrašytas skaičius – visų 5 skaičių suma minus 4 įrašytų skaičių suma – lyginis. Toks tėra skaičius 4. Vadinasi, teisingas atsakymas tegali būti **C**. Ir jis tikrai teisingas – tai rodo pavyzdys $1 + 7 = 3 + 5$.

11. Ⓒ 2

? Galima tikrinti atsakymus.

A) Nieko nebeįsigijus, karvių būtų 2, iš viso gyvulių $1 + 2 + 3 = 6$.

B) Įsigijus 1 karvę, jų būtų 3, iš viso gyvulių $1 + 3 + 3 = 7$.

C) Įsigijus 2 karves, jų būtų 4, gyvulių iš viso $1 + 4 + 3 = 8$.

Matome, kad pirkinys **C** tinka: karvių būtų 4 ir jos sudarytų pusę visų gyvulių skaičiaus, lygaus 8.

Renkamės atsakymą **C**.

! Sakykime, kad reikia pirkti N karvių. Tada karvių bus $2+N$, visų gyvulių bus $6+N$. Kadangi visų gyvulių dukart daugiau, tai

$$2 + N + 2 + N = 6 + N.$$

Atmeskime iš abiejų skaičių po N:

$$4 + N = 6.$$

Atmeskime po 4:

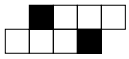
$$N = 2.$$

Vadinasi, reikia pirkti 2 karves.

Teisingas atsakymas **C**.

!! Nesunku uždavinį išspręsti ir be lygčių, ir net nesinaudojant atsakymais.

Dabar iš 6 gyvulių yra 2 karvės, t. y. mažiau nei pusė. Todėl perkame 1 karvę, ir iš 7 gyvulių bus 3 karvės – vėl mažiau kaip pusė. Perkame dar 1 karvę, tada iš 8 gyvulių bus 4 karvės – lygiai pusė visų gyvulių. Taigi reikia pirkti 2 karves.

12. (D) 

! Iš karto atmetame figūrą **A** – joje 3 juodi kvadratėliai, o tokių yra tik 2. Pasistenkime apibūdinti sąlygos kortelę taip, kad nebebūtų svarbu, kaip ją sukiosime. Tai galima padaryti taip: , t. y. nuėjus tiesiai per du baltus kvadratėlius, sukame į kairę ir patenkame į juodą kvadratėlį, o tada sukame į dešinę ir patenkame į baltą kvadratėlį.

Nagrinėkime figūrą **B**. Iš apatinio balto langelio eiti galima tik į baltą langelį, o tada mes priversti į juodą langelį sukti į dešinę – blogai.

Figūroje **C** pradėjus iš apatinio kvadratėlio tenka eiti į viršų į baltą kvadratėlį, tada sukti į juodą kvadratėlį į kairę, o tada sukti į dešinę į baltą kvadratėlį – taip „sunaudojome“ vieną kortelę. Bet liko kita kortelė, kurioje po dviejų baltų teks sukti į dešinę – vėl blogai.

Figūroje **D** pradėjus iš dešiniojo balto kvadratėlio mes priversti eiti į baltą kvadratėlį, tada sukti į kairę į juodą kvadratėlį, o tada nori nenori tenka eiti į baltą. Lieka antra kortelė, ir joje taip pat viskas gerai.

Jau būtų galima rinktis atsakymą **D**, bet dar geriau įsitikinti, kad figūra **E** taip pat netinka. Jeigu pradėsime eiti nuo viršutinio balto kvadratėlio, teks eiti į baltą, o tada sukti į dešinę, – blogai.

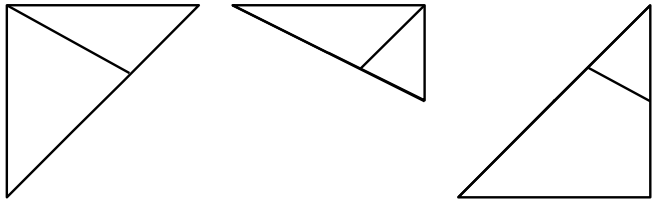
Teisingas atsakymas **D**.

!! Kitaip tą patį galima padaryti taip: perkirpti į dvi reikiamos formos korteles figūras **B**, **C**, **D** ir **E** galima vieninteliu būdu. O tada tik atveju **D** abi kortelės bus nuspalvintos reikiamu būdu.

13. (D) 11

! Paveikslėlyje pavaizduoto „namuko“ stogas sudėtas iš 4 trikampių (sakoma – 4 nepersiklojantys trikampiai). Bet žodis „įžiūrėti“ sąlygoje siūlo ir kitą nuomonę: galima skaičiuoti ir persidengiančius trikampius. Tada stoge galima įžiūrėti dar vieną trikampį, – visą stogą, sudėtą iš 4 mažesnių trikampių.

Panašiai kvadratinę namo dalį sudaro 3 trikampiai ir 1 keturkampis. Bet dar galima įžiūrėti 3 trikampius, sudėtus iš dviejų dalių:



Vadinasi, paveikslėlyje galima įžiūrėti $5 + 6 = 11$ trikampių.

Teisingas atsakymas **D**.

Pastaba. Šiaip jau sąlygą galima suprasti abejopai: jeigu trikampis turi būti „tuščias“ (be vidaus linijų), tai atsakymas būtų $4 + 3 = 7$. Kad konkurso dalyvis viską suprastų teisingai, padeda duoti pasirenkamieji atsakymai – juose skaičiaus 7 nėra! Kitaip sakant, norint tiksliau suvokti sąlygą, verta atsižvelgti ir į pateiktus atsakymus.

14. Ⓓ 17

?? Skaičiuoti paprasta, galvojant apie „komplektą“ – atlikti 10 šuolių per 1 minutę ir 3 minutes ilsėtis. Toks komplektas užima $1 + 3 = 4$ minutes. Atlikti 50 šuolių reikėtų $50 : 10 = 5$ komplektų, tai truktų $5 \cdot 4 = 20$ minučių.

Renkamės atsakymą **E**.

! Ir vis dėlto toks sprendimas neteisingas. Skaičiuokime paprastai: parašykime eilę

$$1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, \ldots$$

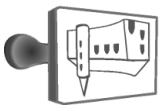
ir samprotaukime taip. Atlikti 10 šuolių reikia 1 minutės. Atlikti 20 šuolių reikia atlikti 10 šuolių, 3 minutes pailsėti, tada atlikti dar 10 šuolių – visa tai truks $1 + 3 + 1 = 5$ minutes. Atlikti 30 šuolių truks $5 + 3 + 1 = 9$ minutes, 40 šuolių – $9 + 3 + 1 = 13$ minučių, 50 šuolių – $13 + 3 + 1 = 17$ minučių.

Teisingas atsakymas **D**.

!! Kai skaičiai maži, galima skaičiuoti ir „nuosekliai“. Bet tai jau visai netinka, kai skaičiai dideli. Pataisyti sprendimą **??** lengva: 5 komplektai užims 20 minučių, tik reikia suvokti, kad visi 50 šuolių jau bus atlikti dar prieš paskutinį poilsį. Vadinasi, 50 šuolių bus atlikta per $20 - 3 = 17$ minučių.

15. Ⓑ 2

! Kadangi Balys mato prieš save 7 žmones, tai Vaidas prieš save turi 8 žmones. Iš tų visų 11 žmonių atmetę 8 ir patį Vaidą, nustatome, kad už Vaido stovi $11 - 8 - 1 = 2$ žmonės.

16. Ⓔ 

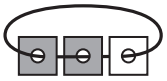
! Atspaude palyginti su antspaudu keičiasi kairė su dešine. Kadangi atspaudo paveikslėlyje iš kairės į dešinę eina bokštas – trys langai – durys – du langai, tai atspaude iš kairės į dešinę yra du langai – durys – trys langai – bokštas. Pasukę „aukštyn kojomis“ sąlygų lapą matome, kad tokia tvarka yra paveikslėlyje **E**.

Teisingas atsakymas **E**.

17. (D) GAG

! Sunumeruokime spynas ir raktus, kaip įprasta skaitant. Kadangi antra ir trečia spyna prasideda raide D, tai D = 4 (tik 4 yra pirmas skaitmuo dviejuose raktuose), ir trečias ir ketvirtas raktai atkrinta. Kadangi D pirmoje spynoje yra antras skaitmuo, tai jos raktas antras, ir A = 1. Vadinasi, paskutinės spynos raidės turi atitikti pirmo rakto skaitmenis. Bet mums liko tik raidė G ir skaitmuo 7, t. y. G = 7. Taigi paskutinėje spynoje parašyta GAG.

Teisingas atsakymas **D**.

18. (C) 

! Įsivaizduokime, kad paveikslėliuose korteles vėl suglaudžiame taip, kad tarp jų nebūtų siūlo. Tada žiūrint iš kairės į dešinę paveikslėlyje **A** gausime padėtį juoda – balta – juoda (JBJ), paveikslėlyje **B** – (JBB), **C** – (JJJ), **D** – (BBJ), **E** – (BJJ). Dabar sąlygos paveikslėlyje žiūrėkime į korteles iš apačios – turime padėtį (JJJ).

Grandinėlę ant stalo padedame taip, kad žiūrint iš kairės eitų (JJJ). Kadangi grandinėlę **C** galima suglausti į (JJJ), tai ir atvirkščiai – padėtį (JJJ) galima išskleisti į **C**.

Teisingas atsakymas **C**.

Atsakymai

Uždavinio nr.	Atsakymas
1	D
2	C
3	B
4	E
5	D
6	C
7	E
8	D
9	C
10	C
11	C
12	D
13	D
14	D
15	B
16	E
17	D
18	C