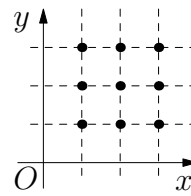


23. Сколько существует квадратичных функций (от переменной  $x$ ), графики которых проходят через три из отмеченных на координатной плоскости 9 точек (см. рис.)?

- A) 6 B) 15 C) 18 D) 22 E) 27



24. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  биссектрисы острых углов  $B$  и  $C$  пересекаются в точке  $P$  на расстоянии  $\sqrt{8}$  от гипотенузы. Чему равно расстояние от  $P$  до  $A$ ?

- A) 8 B) 3 C)  $\sqrt{10}$  D)  $\sqrt{12}$  E) 4

25. Три трёхзначных числа состоят из цифр от 1 до 9 (каждая использована ровно один раз). Какое из следующих чисел не может быть суммой этих трёх чисел?

- A) 1500 B) 1503 C) 1512 D) 1521 E) 1575

26. Куб разрезали на 6 пирамид с общей вершиной во внутренней точке куба, соединив её со всеми вершинами куба. Объёмы пяти из полученных пирамид равны 2, 5, 10, 11 и 14. Чему равен объём шестой пирамиды?

- A) 1 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

27. Четыре спортсмена и спортсменки ужинают за круглым столом: конькобежец, лыжник, хоккеист и сноубордист. Лыжник сидит слева от Алисы. Конькобежец сидит напротив Богдана. Ева и Филипп сидят рядом. Слева от хоккеиста сидит девушка. Каким видом спорта занимается Ева?

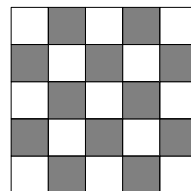
- A) Коньки B) Лыжи C) Хоккей D) Сноуборд E) Невозможно определить

28. Аня выбрала натуральное число  $n$  и вычислила сумму всех натуральных чисел от 1 до  $n$  включительно. Затем она нашла простое число  $p$ , на которое делится эта сумма, но не делится ни одно её слагаемое. Какому из следующих чисел может быть равна сумма  $n + p$ ?

- A) 217 B) 221 C) 229 D) 245 E) 269

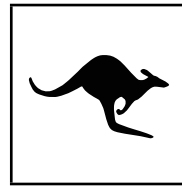
29. Имеется квадрат  $5 \times 5$ , все клетки которого белые. За один ход разрешается перекрасить любые три соседние клетки в одной строке или одном столбце (белые клетки перекрашиваются в чёрный цвет, чёрные клетки – в белый). За какое наименьшее число ходов можно получить шахматную раскраску (см. рис.)?

- A) Менее 10 B) 10 C) 12 D) Более 12 E) Это невозможно сделать

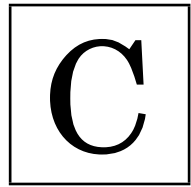


30. Натуральное число  $N$  имеет ровно 6 различных натуральных делителей, включая 1 и  $N$ . Произведение пяти из них равно 648. Чему равен шестой делитель?

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 12 E) 24



# КЕНГУРУ 2016



Продолжительность работы 75 минут  
Пользоваться калькуляторами запрещается

Сеньор  
11–12 классы

## Задачи, оцениваемые в 3 очка

1. Толе и Жене вместе 23 года, Жене и Андрею – 24, а Андрею и Толе – 25. Сколько лет самому старшему из них?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. Сумма  $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$  равна

- A)  $\frac{3}{111}$  B)  $\frac{111}{1110}$  C)  $\frac{111}{1000}$  D)  $\frac{3}{1000}$  E)  $\frac{3}{1110}$

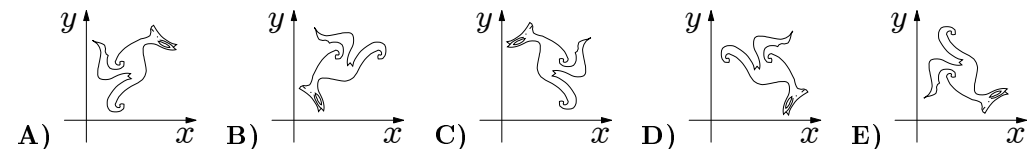
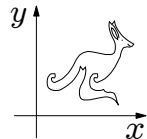
3. Рита ответила на все 30 вопросов теста. Число правильных ответов оказалось на 50% больше, чем неправильных. На сколько вопросов она ответила правильно?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

4. Сколько существует целых чисел, больших  $2015 \cdot 2017$ , но меньших  $2016 \cdot 2016$ ?

- A) 0 B) 1 C) 2015 D) 2016 E) 2017

5. Множество точек на координатной плоскости  $Oxy$  образует фигуру «кенгуру», показанную на рисунке справа. Если у всех точек поменять местами координаты  $x$  и  $y$ :  $(x, y) \mapsto (y, x)$ , то какую фигуру составит новое множество точек?

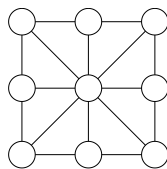


6. Маленький Лукас открыл свой собственный способ представления целых отрицательных чисел. Он пишет целые числа в порядке убывания:  $\dots, 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, \dots$ . Чему равна сумма  $000 + 0000$ , записанная в представлении Лукаса?

- A) 1 B) 00000 C) 000000 D) 0000000 E) 00000000

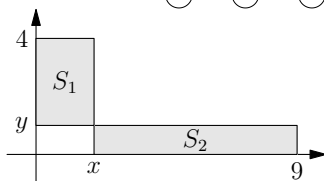
7. Диана вписывает в каждый кружочек диаграммы по одному числу так, чтобы суммы чисел в вершинах 8 маленьких одинаковых треугольников были одинаковы. Какое наибольшее количество различных чисел может оказаться в диаграмме?

А) 1 В) 2 С) 3 Д) 5 Е) 8



8. Прямоугольники  $S_1$  и  $S_2$ , изображённые на координатной плоскости (см. рис.), имеют одинаковую площадь. Чему равно отношение  $\frac{x}{y}$ ?

А) 1 В)  $\frac{3}{2}$  С)  $\frac{4}{9}$  Д)  $\frac{13}{5}$  Е)  $\frac{9}{4}$



9. Если  $x^2 - 4x + 2 = 0$ , то  $x + \frac{2}{x}$  равно

А) -4 В) -2 С) 0 Д) 2 Е) 4

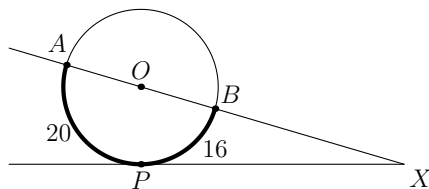
10. Натуральные числа  $a, b, c$  и  $d$  удовлетворяют равенствам  $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$ . Какое из этих чисел наибольшее?

А)  $a$  В)  $b$  С)  $c$  Д)  $d$  Е) Невозможно определить

**Задачи, оцениваемые в 4 очка**

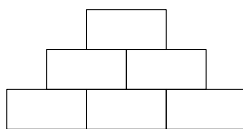
11. Длины дуг  $AP$  и  $BP$  окружности с центром  $O$  равны 20 и 16 соответственно (см. рис.). Найдите величину угла  $AXP$ .

А)  $30^\circ$  В)  $24^\circ$  С)  $18^\circ$  Д)  $15^\circ$  Е)  $10^\circ$



12. Маша вписывает в прямоугольники на рисунке натуральные числа так, чтобы в каждом из трёх верхних прямоугольников число равнялось произведению чисел в двух соседних нижестоящих прямоугольниках. В прямоугольнике нижнего слоя Маша вписала числа, большие 1. Какое из следующих чисел не может быть вписано в самом верхнем прямоугольнике?

А) 56 В) 84 С) 90 Д) 105 Е) 220



13. Найдите значение  $x_4$ , если  $x_1 = 2$  и  $x_{n+1} = x_n^{x_n}$  при  $n \geq 1$ .

А)  $2^{2^3}$  В)  $2^{2^4}$  С)  $2^{2^{11}}$  Д)  $2^{2^{16}}$  Е)  $2^{2^{768}}$

14. Сторона  $BC$  прямоугольника  $ABCD$  в 2 раза короче, чем диагональ  $AC$ . На стороне  $CD$  выбрана точка  $M$  такая, что  $AM = MC$ . Чему равна величина угла  $CAM$ ?

А)  $12,5^\circ$  В)  $15^\circ$  С)  $27,5^\circ$  Д)  $42,5^\circ$  Е) Другой ответ

15. Диана разрешила прямоугольник с целыми длинами сторон площади 2016 на 56 равных квадратов. Сколько существует различных прямоугольников, для которых это можно сделать?

А) 2 В) 4 С) 6 Д) 8 Е) 0

16. Все жители острова либо рыцари (всегда говорят правду), либо мошенники (всегда лгут). Путешественник, прибывший на остров, встретил 7 туземцев, сидящих вокруг костра. Каждый из них сказал: «Оба моих соседа слева и справа – мошенники». Сколько мошенников сидело вокруг костра?

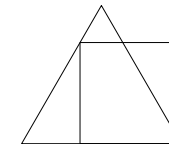
А) 3 В) 4 С) 5 Д) 6 Е) Невозможно определить

17. Оба корня каждого из квадратных уравнений  $x^2 + ax + b = 0$  и  $x^2 + bx + a = 0$  ( $a \neq b$ ) – действительны. Известно, что сумма квадратов корней первого уравнения равна сумме квадратов корней второго уравнения. Чему равна сумма  $a + b$ ?

А) 0 В) -2 С) 4 Д) -4 Е) Невозможно определить

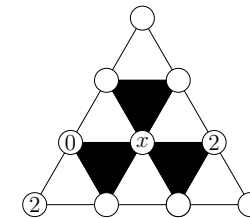
18. Если периметр квадрата равен 4 (см. рис.), то периметр равностороннего треугольника равен

А) 4 В)  $3 + \sqrt{3}$  С) 3 Д)  $3 + \sqrt{2}$  Е)  $4 + \sqrt{3}$



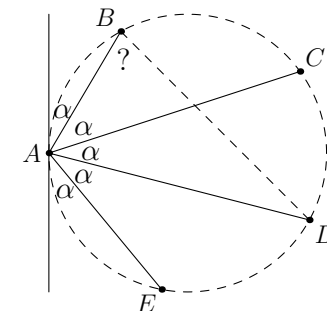
19. Игорь хочет вписать в каждый из 10 кружочков на рисунке либо число 0, либо 1, либо 2 так, чтобы сумма чисел в вершинах любого белого треугольника делилась на 3, а сумма чисел в вершинах любого чёрного треугольника не делилась на 3. Три числа он уже вписал так, как показано на рисунке. Какое из чисел он может вписать в кружок, отмеченный буквой  $x$ ?

А) Только 0 В) Только 1 С) Только 2 Д) 0 или 1 Е) Любое из указанных



20. Через точку  $A$  проведена окружность и касательная к ней. Точки  $B, C, D$  и  $E$  расположены на данной окружности так, что пять углов с вершиной  $A$ , отмеченных на рисунке буквой  $\alpha$ , равны. Чему равен угол  $ABD$ ?

А)  $66^\circ$  В)  $70,5^\circ$  С)  $72^\circ$  Д)  $75^\circ$  Е)  $77,5^\circ$



**Задачи, оцениваемые в 5 очков**

21. Сколько решений имеет уравнение

$$(x^2 - 4x + 5)^{x^2+x-30} = 1?$$

А) 1 В) 2 С) 3 Д) 4 Е) Бесконечно много

22. В четырёхугольник вписана окружность. Периметр четырёхугольника и длина окружности относятся как 4 : 3. Как относятся площади этих фигур?

А)  $4 : \pi$  В)  $3\sqrt{2} : \pi$  С)  $16 : 9$  Д)  $\pi : 3$  Е)  $4 : 3$