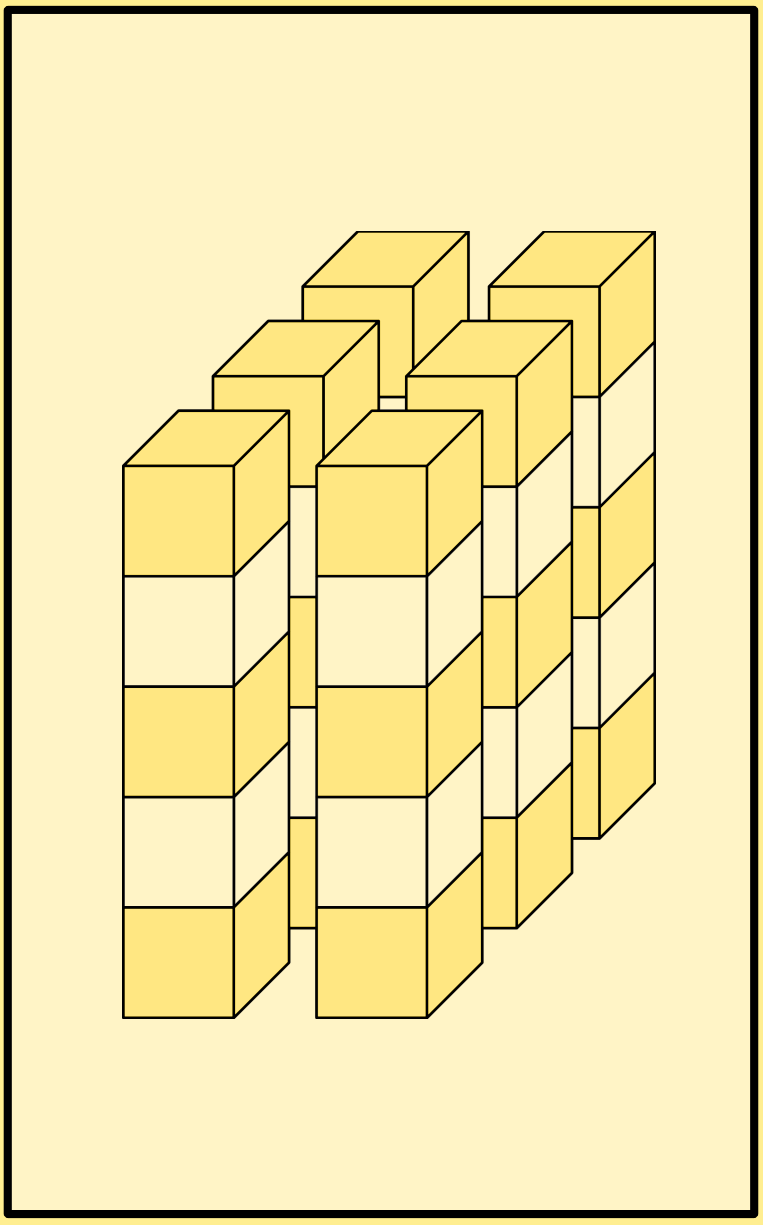
Kengūra 2015

Užduotys ir sprendimai



Nykštukas

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS

KENGŪRA 2015

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius ir sudarytojas
Juozas Juvencijus Mačys

Redaktorius
Juozas Juvencijus Mačys

Maketavimas
Jonas Šiurys

© Juozas Juvencijus Mačys, 2015
© *Kengūros* organizavimo komitetas, 2015

Turinys

Pratarmė **4**

Geriausiųjų sąrašas **6**

Dalyvio kortelės pavyzdys **8**

Sąlygos **9**

Užduočių sprendimai **12**

Atsakymai **19**

Pratarmė

Paprastai žiūrint, *Kengūros* konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesniųjų klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į *Kengūros* kalnelius? Kuo tie *Kengūros* kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: *jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus.* Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje pramogų gadynėje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia, nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 50000 Lietuvos 1 – 12 klasių mokinių, dalyvavusių konkurse 2015 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi *Kengūros* konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes *Kengūros* uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip milijonai sprendėjų perpranta, kokia gali būti šmaikšti užduotis, kaip iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš *Kengūros* gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė *Kengūrai* ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie *Kengūros* konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Tarp sumaniai į Lietuvą *Kengūros* konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas bei Matematikos ir informatikos fakultetas. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

O šiaip, *Kengūrai* nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir *Kengūros* ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek *kengūriniuose* (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje *Kengūra* kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2015 metų kovo 19 dieną keliavo ir gausiai sprendė 1–2 klasių (*Nykštuko* amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų kengūriniai sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su *Kengūra* – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Organizatoriai

Nykštukas, 1 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Nykštukas, 2 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusiu Europos Sąjungos bendruoju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių **rezultatai nebeskelbiami**. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Tarptautinis matematikos konkursas
KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą*.
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, … , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: **Pavardė** **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių ☐
Lenkų ☐
Rusų ☐
Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9(G1)**	**10(G2)**	**11(G3)**	**12(G4)**
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	**7**	☐	☐	☐	☐	☐	**13**	☐	☐	☐	☐	☐	**19**	☐	☐	☐	☐	☐	**25**	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	**8**	☐	☐	☐	☐	☐	**14**	☐	☐	☐	☐	☐	**20**	☐	☐	☐	☐	☐	**26**	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	**9**	☐	☐	☐	☐	☐	**15**	☐	☐	☐	☐	☐	**21**	☐	☐	☐	☐	☐	**27**	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	**10**	☐	☐	☐	☐	☐	**16**	☐	☐	☐	☐	☐	**22**	☐	☐	☐	☐	☐	**28**	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	**11**	☐	☐	☐	☐	☐	**17**	☐	☐	☐	☐	☐	**23**	☐	☐	☐	☐	☐	**29**	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	**12**	☐	☐	☐	☐	☐	**18**	☐	☐	☐	☐	☐	**24**	☐	☐	☐	☐	☐	**30**	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

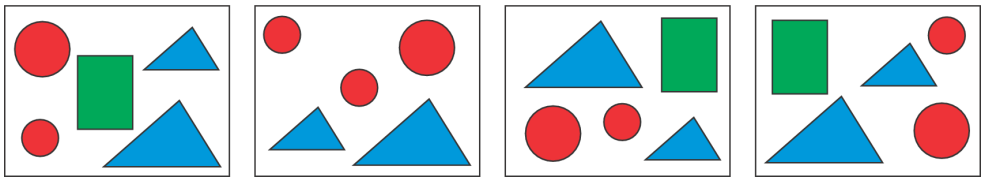
1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2013

2015 m. *Nykštuko* užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

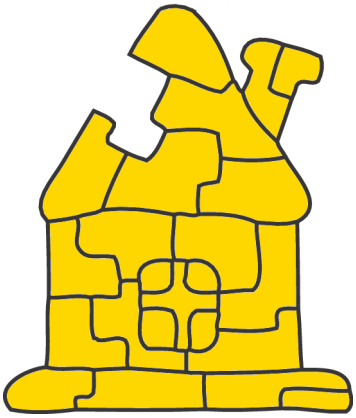
1. Pasižiūrėk į keturis paveikslėlius:



Kurios figūros nėra viename iš tų paveikslėlių?

A) **B)** **C)** **D)** **E)**

2. Kurio fragmento trūksta namuko paveikslėlyje?



A) **B)** **C)** **D)** **E)**

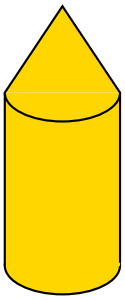
3. Ant krūmo gyvena penkios boružės. Kiek skrituliukų matome ant jų visų kartu?

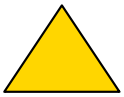
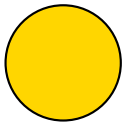
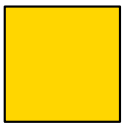
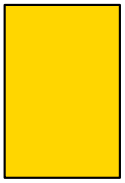
A) 17 **B)** 18 **C)** 19 **D)** 20 **E)** 21

4. Paveikslėlyje nupiešta kengūra. Kurį iš žemiau esančių paveikslėlių galima pasukti taip, kad jis sutaptų su dešinėje esančiu paveikslėliu?

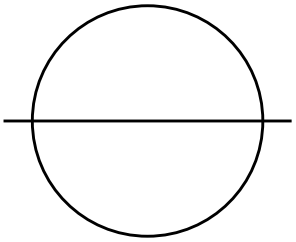
A) **B)** **C)** **D)** **E)**

5. Paveikslėlyje pavaizduotas apskritas bokštas. Į ką bus panašus bokštas, žiūrint į jį iš viršaus?



A)  B)  C)  D) E) 

6. Pažvelkite į paveikslėlį. Kam lygi kvadrato išorėje esančių skaičių suma?



A) 12 **B)** 11 **C)** 23 **D)** 33 **E)** 10

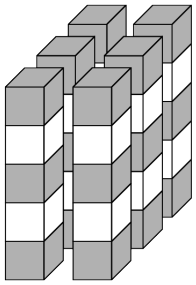
Klausimai po 4 taškus

7. Jonas pusę kelio iš mokyklos į namus nueina per pusvalandį. Kiek laiko trunka Jonui iš namų nueiti į mokyklą?
A) 15 minučių **B)** Pusę valandos **C)** 1 valandą **D)** 2 valandas **E)** 40 minučių

8. Šalia tiesaus bėgimo maišuose tako buvo sustatyta 11 vėliavėlių: pirmoji buvo ties starto linija, paskutinioji – ties finišo linija. Vėliavėlės buvo sustatytos kas 4 metrai. Koks buvo tako ilgis?
A) 12 metrų **B)** 24 metrai **C)** 36 metrai **D)** 40 metrų **E)** 44 metrai

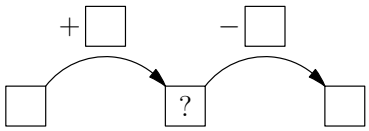
9. Marius turi 9 saldainius, o Tomas – 17 saldainių. Kiek savo saldainių Tomas turi duoti Mariui, kad abu jie saldainių turėtų po lygiai?
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 8

10. Pavaizduotieji šeši bokštai sustatyti iš juodų ir baltų kubelių. Kiekvieną bokštą sudaro penki kubeliai, ir tos pačios spalvos kubeliai nesiliečia. Kiek iš viso čia yra baltų kubelių?
A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 18 **E)** 30



11. Datoje 2015-5-5 yra trys penketai. Kokia artimiausia data vėl turės tris penketus?
A) 2025-5-25 **B)** 2555-1-1 **C)** 2055-1-5 **D)** 2025-5-5 **E)** 2015-5-15

12. Kiekvienas iš skaičių 1, 2, 3, 4 ir 5 įrašomas po vieną į kvadratėlius taip, kad rodyklės rodytų teisingą atsakymą. Kuris iš skaičių atsidurs klaustuku pažymėtame kvadratėlyje?



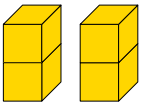
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

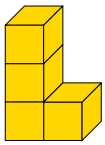
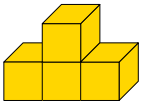
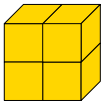
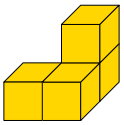
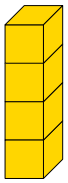
Klausimai po 5 taškus

13. Mama Adelės gimtadieniui iškepė 2 picas ir kiekvieną iš jų padalijo į 8 gabalus. Gimtadienyje iš viso buvo 14 vaikų įskaitant pačią Adelę. Kiek gabalų picos liko, jei kiekvienas vaikas suvalgė po vieną gabalą?

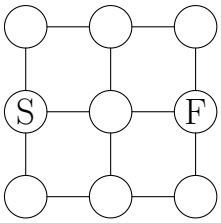
A) 5 **B)** 4 **C)** 3 **D)** 2 **E)** 1

14. Dominykas pasidarė dvi vienodas plyteles, kiekvieną suklijavęs iš dviejų kubelių. Kurio iš statinių jis negali sustatyti iš tų dviejų plytelių?



A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

15. Kengūra iš skritulio S turi nušuoliuoti į skritulį F. Vienu šuoliu iš skritulio ji gali išilgai linijos šokti į gretimą skritulį. Į jau aplankytą skritulį šokti negalima. Kiek yra skirtingų kelių, kuriais šuoliuodama kengūra pasiekia skritulį F keturiais šuoliais?



A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

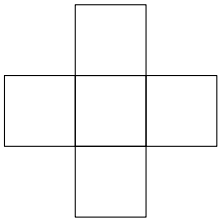
16. Piratai užpuolė laivą. Jie vienas paskui kitą virve sliuogė į laivą. Piratų kapitonas buvo vidurinis, o nuo pradžios aštuntas. Kiek piratų sliuogė virve?

A) 7 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 15 **E)** 16

17. Katė Džoja 3 dienas gaudė peles. Antrą dieną ji pagavo 2 pelėmis daugiau nei pirmą dieną, o trečią – 2 pelėmis daugiau nei antrą. Trečią dieną ji pagavo dukart daugiau pelių nei pirmą. Kiek iš viso pelių Džoja pagavo per tris dienas?

A) 12 **B)** 15 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 24

18. Skaičiai 3, 5, 7, 8 ir 9 buvo įrašyti į kvadratėlius (žr. paveikslėlį) taip, kad visų trijų eilutės skaičių suma buvo lygi visų trijų stulpelio skaičių sumai. Koks skaičius buvo įrašytas į centrinį kvadratėlį?

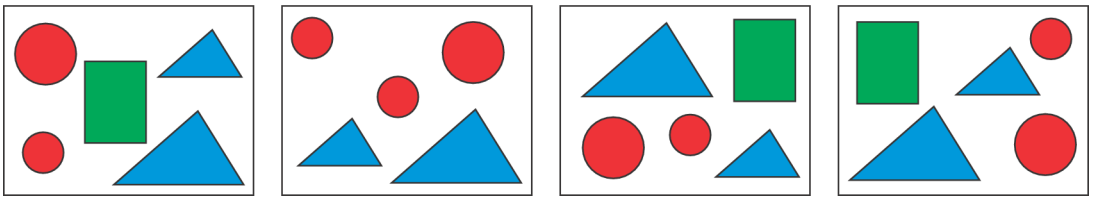


A) 3 **B)** 5 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

Nykštuko užduočių sprendimai

1. Ⓓ

? Žvilgtelėkime į paveikslėlius.



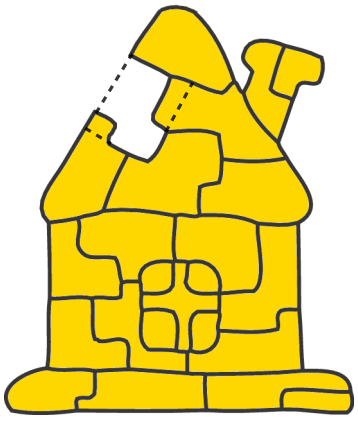
Pastebime, kad antrame paveikslėlyje nėra stačiakampio . Renkamės atsakymą **D**.

! O gal dar kuri nors kita figūra yra ne visuose paveikslėliuose? Tikrinkime figūras iš eilės. Skrituliukas **A** yra visuose paveikslėliuose. Skritulys **B** yra visur. Trikampiukas **C** yra visur. Stačiakampis **D** yra visur, išskyrus antrą paveikslėlį. Pagaliau, trikampis **E** yra visur. Dabar mes jau visiškai tikri dėl atsakymo.

Teisingas atsakymas **D**.

2. Ⓑ

? Papildę namuko stogą (taškine linija), atpažįstame trūkstamą fragmentą **B** .



! Galima skaičiuoti fragmentų „kampus“. Trūkstamas fragmentas turi 8 kampus. Fragmentas **A** turi 6 kampus. Fragmentas **B** turi 8 kampus. Fragmentas **C** turi 10 kampų. Fragmentas **D** turi 10 kampų. Fragmentas **E** turi 8 kampus. Taigi 8 kampus turi tik **B** ir **E**. Žinoma, fragmentas **B** panašesnis į paveikslėlio trūkstamą fragmentą. Bet galima nurodyti ir argumentą, kuris tinka net sukiojant ar apverčiant fragmentą **E**: papildžius abu juos iki stačiakampio, matome, kad papildomieji keturkampiai fragmente **E**

B **E**

yra prie vienos stačiakampio kraštinės, o fragmente **B** – ne prie vienos, – kaip ir paveikslėlyje. Taigi tinka tik fragmentas **B**.

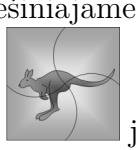
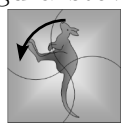
Teisingas atsakymas **B**.

3. Ⓒ 14

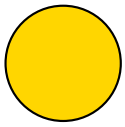
! Sudedame visų boružių skrituliukų skaičius: $2+3+3+5+6=19$.

Teisingas atsakymas **C**.

4. Ⓔ

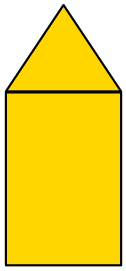
! Dešiniajame paveikslėlyje kengūra stovi ant kojų ir „žiūri“ į dešinę. Paveikslėlyje **A**  ji žiūri į kairę. Paveikslėlį **B**  pasukus kaip nurodyta (sakoma: 90° kampu prieš laikrodžio rodyklę), ji atsistos ant kojų, bet žiūrės į kairę. Paveiksėlį **C** apvertus (pasukus 180° laipsnių kampu) kengūra atsistos ant kojų, bet žiūrės į kairę. Paveikslėlį **D** pasukus 90° pagal laikrodžio rodyklę, ji atsistos ant kojų, bet žiūrės į kairę. O štai paveikslėlį **E** pasukus 90° kampu prieš laikrodžio rodyklę, ji atsistos ant kojų ir žiūrės į dešinę.

Teisingas atsakymas **E**.

5. Ⓑ 

! Nesunku suvokti, kad žiūrėdami į bokštą iš viršaus, matysime tik skritulį (beje, tas pats būtų, jei žiūrėtume į bokštą iš apačios). Pasitikrinti nesunku, paėmus storą trumpą nudrožtą pieštuką.

Beje, žiūrėdami į bokštą iš šono, matysime trikampį **A**, užkeltą ant stačiakampio **E**:



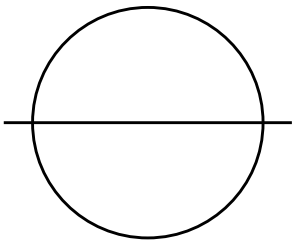
Bet kaip kitaip žiūrėdami į bokštą, pagrindo apskritimą ar jo dalį matysime netiesią. Taigi figūrų **A**, **C**, **D** ir **E** neįžiūrėsime niekaip. Galite atlikti bandymą: panašų medinį bokštelį pavartyti prieš ryškią lempą ir tyrinėti, koks bus bokštelio šešėlis ant sienos.

Teisingas atsakyma **E**.

6. Ⓔ 10

! Skaičiai 9, 4, 3, 7 yra kvadrato viduje (kvadrate), o likusieji skaičiai 2 ir 8 yra kvadrato išorėje (ne kvadrate). Skaičių 2 ir 8 suma lygi 10.

Teisingas atsakymas **E**.



7. Ⓒ 1 valandą

! Kadangi pusę kelio iš mokyklos į namus Jonas nueina per pusvalandį, tai ir kitą pusę kelio į namus jis nueina per pusvalandį. Vadinasi, iš mokyklos į namus Jonas eina pusę valandos ir dar pusę valandos, t.y. visą valandą. Bet iš namų į mokyklą jis eina tą patį atstumą, taigi ir tiek pat laiko, t.y. 1 valandą.

Teisingas atsakymas **C**.

8. Ⓓ 40 metrų

! Panašų uždavinį gyvenime tenka spręsti vos ne kasdien: jei vėliavėlių 11, tai tarpų tarp jų 10. Kadangi tarpo ilgis 4 metrai, tai viso tako ilgis $4 \cdot 10 = 40$ metrų.

Žinoma, sprendžiant tokius uždavinius reikia būti atsargiam. Pavyzdžiui, jei jūsų draugas keliavo nuo pirmadienio iki pirmadienio, tai nelabai ir aišku, kiek dienų jis keliavo – septynias dienas ar aštuonias. Taigi uždavinio sąlygą (šiuo atveju – klausimą, kiek laiko jis keliavo) reikia formuluoti labai tiksliai.

Teisingas atsakymas **D**.

9. Ⓒ 4

? Žinoma, nesugalvojus kaip spręsti, galima tikrinti atsakymus. Jei Tomas duos Mariui 2 saldainius, tai jie turės 11 ir 15 saldainių. Jei duos 3, tai 12 ir 14. Jei duos 4, bus 13 ir 13 saldainių. Dabar jau galima rinktis atsakymą **C**.

! Iš viso Marius ir Tomas turi $9 + 17 = 26$ saldainius. Kai jiedu saldainių turės po lygiai, tai kiekvienas turės $26 : 2 = 13$ saldainių. Vadinasi, Tomas turi duoti Mariui $17 - 13 = 4$ saldainius.

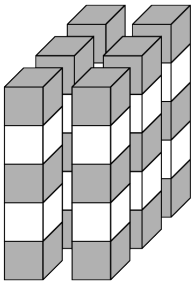
Štai čia ir paaiškėja, kam ta matematika: jei saldainių daug, tai perranka bus ilga, o sprendžiant su galva saldainių skaičius, kad ir didelis, nebegąsdintų.

Teisingas atsakymas **C**.

10. Ⓒ 12

? Atrodytų, ką čia daug galvoti: kiekviename bokšte matome 2 baltus kubelius, bokštų – 6, taigi kubelių $2 \cdot 6 = 12$.

Renkamės atsakymą **C**.



! O iš tikrųjų vieno iš bokštų mes beveik nematome, ir vien paveikslėliu remtis nėra gerai. To nematomo bokšto viršutinis kubelis yra pilkas (tai matome), todėl antras kubelis (po juo) baltas: pilkas antras liestų pirmą. Toliau aiškiau: trečias (nuo viršaus) kubelis vėl turi būti pilkas, ketvirtas – baltas, penktas (apatinis) – pilkas. Taigi ir šeštąjį bokštą sudaro 3 pilki ir 2 balti kubeliai. Įsitikinome, kad visi šeši bokštai turi po 2 baltus kubelius, ir dabar drąsiai dauginame: $2 \cdot 6 = 12$ kubelių.

Teisingas atsakymas **C**.

11. Ⓔ 2015-5-15

? Iš dviejų datų artimesnė ta, kurios metų numeris mažesnis (jeigu šie lygūs, teks lyginti mėnesius, o gal ir dienas). Kadangi metų numeriai datose yra 2025, 2555, 2055, 2025, 2015, tai artimiausia data yra **E**, 2015-5-15. Reikia tik patikrinti, ar ji turi lygiai 3 penketus – taip, turi.

! Pabandykime išspręsti uždavinį taip, tarsi atsakymų variantų nė nebūtų. Visų pirma, 3 penketus turinčios datos ieškosime tais pačiais metais (2015) ir tą patį mėnesį (5). Tokia data tikrai turės bent 2 penketus. Trečiasis penketas gali atsirasti tik dienos skaičiuje, kuris turi būti didesnis už 5. Mažiausias skaičius, didesnis už 5 ir turintis skaitmenį 5, yra 15. Vadinasi, ieškoma data tikrai yra 2015-5-15.

Teisingas atsakymas **E**.

12. Ⓔ 5

? Čia jau galvosūkis – reikia nebe skaičiuoti, o perrinkti galimybes arba samprotauti, galvoti (kaip sakoma, remtis logika). Klaustuką gausime sudėję pirmo ir antro kvadratėlio skaičius – tai gali būti arba 1 ir 2, arba 1 ir 3, arba 1 ir 4, arba 2 ir 3 – kitaip jų suma būtų per didelė. Jeigu tai 1 ir 2, tai klaustukas būtų 3, bet tada iš jo atimti nebėra ką – skaičiai 1 ir 2 jau „užimti“. Jei tai 1 ir 3, tai klaustukas 4, bet tada atimti galima tik 2, ir skirtumą gautume 2 – skaičiai pasikartotų. Jei tai 1 ir 4, tai klaustukas 5, ir viskas gerai: atėmę 2, gausime 3, o atėmę 3, gausime 2.

Renkamės atsakymą **E**.

! Tęskime sprendimą: mums jau įdomu, ar negalima skaičių surašyti dar kaip nors (matėme, kad tinka 4 variantai: 14523, 14532, 41523, 41532). Liko tik patikrinti paskutinę galimybę – į pirmus langelius įrašyti 2 ir 3. Tada klaustukas 5, ir vėl viskas išeina: $5 - 1 = 4$, o $5 - 4 = 1$, taigi visi variantai (23514, 23541, 32514, 32541) irgi tinka. Žodžiu, kuriuo iš 8 būdų beužpildytume kvadratėlius, klaustuku pažymėtame kvadratėlyje bus 5.

!! Pasirodo, galima nieko ir neskaičiuoti. Kadangi klaustukas yra dviejų skaičių suma, tai tie skaičiai mažesni už klaustuką. Bet klaustukas yra ir ketvirto ir penkto skaičių suma, taigi klaustukas didesnis už keturis skaičius. Vadinasi, klaustukas – tai 5.

Labai gražus sprendimas, bet jį išklausęs galvotas žmogus gali pasakyti: o gal taip užpildyti iš viso neįmanoma? Kitaip sakant – jeigu kvadratėlius galima užpildyti, tai tada viduryje tikrai 5, bet gal iš viso nėra tokio užpildymo?

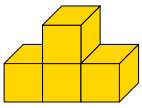
Todėl tą gražųjį sprendimą reikia pabaigti dar vienu sakiniu: užpildyti reikalaujamu būdu tikrai galima, pavyzdžiui, 14523.

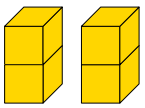
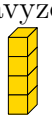
Teisingas atsakymas **E**.

13. Ⓓ 2

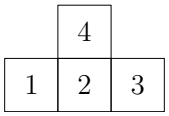
! Iš abiejų picų susidarė $8 \cdot 2 = 16$ gabalų. Vaikai suvalgė po vieną gabalą, taigi jie suvalgė 14 gabalų. Vadinasi, liko $16 - 14 = 2$ gabalai.

Teisingas atsakymas **D**.

14. Ⓑ 

! Sustatyti statinį **A** paprasta: vieną plytelę paguldyti, o kitą pastatyti ant jos (kairio ar dešinio jos kubelio). Su **C** dar paprasčiau – užtenka abi  plyteles suglausti. **D** statinį statome, pavyzdžiui, taip: vieną plytelę paguldome, o kitą stačią priglaudžiame prie jos šono. Statinys **E**  išeina vieną stačią plytelę užkėlus ant kitos. O štai **B** sustatyti nepavyksta. Jau galima rinktis atsakymą **B** (juk tik vienas atsakymas teisingas), bet dar geriau paaiškinti, kodėl **B** nėra sudarytas iš dviejų plytelių.

Sunumeruokime kubelius, kaip parodyta.

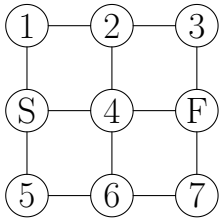


Jeigu 2 ir 4 sudaro plytelę, tai 1 ir 3 – ne. Jeigu 1 ir 2 plytelė, tai 3 ir 4 – ne. Pagaliau, jei 2 ir 3 plytelė, tai 1 ir 4 – ne.

Teisingas atsakymas **B**.

15. Ⓓ 6

! Sunumeruokime skritulius, kaip parodyta paveikslėlyje. Iš S pirmu ėjimu galima šokti į 1, į 5 arba į 4 (3 atvejai). Jeigu šokama į 1, tai antras šuolis vienintelis – į 2, o tada užbaigti galima šuoliais 3 ir F arba 4 ir F. Jeigu pirmu šuoliu šokama į 5, tai turime panašius („simetriškus“ nurodytiems) maršrutus S567F ir S564F. Jeigu pradedame S4, tai baigti galima maršrutais 23F arba 67F. Visais 3 atvejais turime po 2 maršrutus, taigi iš viso yra $2 \cdot 3 = 6$ maršrutai.



Teisingas atsakymas **D**.

16. Ⓓ 15

! Kadangi kapitonas buvo aštuntas, tai prieš jį sliuogė 7 piratai. Bet kapitonas buvo vidury, tai ir už jo jo sliuogė tiek pat piratų, t.y. 7. Iš viso buvo $7 + 1 + 7 = 15$ piratų.

Teisingas atsakymas **D**.

17. Ⓒ 18

! Kadangi trečią dieną Džoja pagavo 2 pelėmis daugiau nei antrą dieną, o antrą dieną – 2 pelėmis daugiau nei pirmą dieną, tai trečią dieną ji pagavo $2+2=4$ pelėmis daugiau nei pirmą dieną.

Kita vertus, Džoja trečią dieną pagavo du pirmos dienos laimikius. Kad sužinotume, keliomis pelėmis ji trečią dieną pagavo daugiau nei pirmą, turime iš trečios dienos laimikio atimti pirmos dienos laimikį. Vadinasi, turime iš dviejų pirmos dienos laimikių atimti pirmos dienos laimikį. Aišku, kad tas skirtumas bus lygus pirmos dienos laimikiui. Bet žinome, kad tas skirtumas yra 4, t. y. pirmos dienos laimikis lygus 4 pelėms.

Vadinasi, antrą dieną Džoja pagavo $4+2=6$ peles, trečią dieną $6+2=8$ peles, o per tris dienas $4+6+8=18$ pelių.

Teisingas atsakymas **C**.

!! Visą tą daugiažodystę galima pakeisti schema. Sakykime, kad pirmą dieną Džojos laimikis buvo $\square$. Tada antrą dieną jos laimikis buvo $\square+2$. Trečią dieną jos laimikis buvo $\square+2+2$. Kita vertus, trečią dieną ji pagavo 2 pirmos dienos laimikius: $\square+\square$. Palyginę šiuos du užrašus, matome, kad $\square$ yra $2+2$, t. y. 4.

Dar paprasčiau naudotis raidėmis.

Pirmos dienos laimikis:	L
Antros dienos laimikis:	$L+2$
Trečios dienos laimikis:	$L+2+2$
Trečios dienos laimikis yra dvigubas pirmasis:	$L+L$

Dvejopai apskaičiuotas trečios dienos laimikis yra tas pats:

$$L+2+2=L+L.$$

Matome, kad L yra $2+2$, t. y. 4.

Tokia schema vadinama lygties sudarymu (ir sprendimu).

18. Ⓓ 8

! Žinoma, pabandžius įrašinėti skaičius aptikti reikiamą būdą galima, bet tai užima nemažai laiko. Kaip visada, verta pagalvoti. Kas atsitiktų, jei centre būtų 3? Tada sumos lygios, taigi jos lygios ir atmetus bendrą centrinį trejetą. Bet iš keturių skaičių 5, 7, 8 ir 9 negalima sudaryti dviejų lygių sumų po du dėmenis, nes visų keturių suma lygi $5+7+8+9=29$. Nieko taip pat neišeina, jei centre 5, 7 ar 9. O štai paėmus centre 8, viskas gerai: iš likusių skaičių galima sudaryti lygias sumas $3+9=5+7$.

!! Sprendimą galima dar patobulinti. Eilutės skaičių suma lygi stulpelio skaičių sumai, todėl šių dviejų sumų suma yra lyginis skaičius. Bet ta sumų suma turi 6 dėmenis – po 1 kartą visus skaičius plius dar kartą centrinis skaičius. Visų skaičių suma $3+5+7+8+9=32$ yra lyginė, todėl šeštasis (centrinis) skaičius turi būti lyginis. Iš turimų skaičių lyginis yra tik 8, vadinasi jis ir buvo įrašytas į centrą.

Panašiai kaip 12 uždavinyje, ne pro šalį įsitikinti, kad taip skaičius įrašyti įmanoma. Bet tai beveik akivaizdu: centre stovi 8, lieka skaičiai 3, 5, 7, 9. Iš jų sudaryti lygias dvi sumas lengva: $3+9=5+7$. Taigi dabar galima, pavyzdžiui, į eilutę įrašyti 3 ir 9, o į stulpelį – 5 ir 7.

Teisingas atsakymas **D**.

Atsakymai

Uždavinio Nr.	Atsakymas
1	D
2	B
3	C
4	E
5	B
6	E
7	C
8	D
9	C
10	C
11	E
12	E
13	D
14	B
15	D
16	D
17	C
18	D