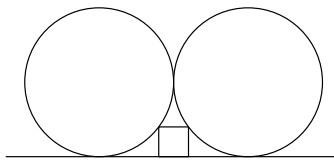


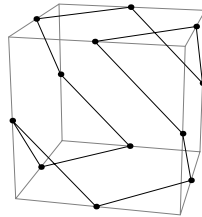
24. Найдите сторону квадрата, если известно, что две его вершины лежат на двух касающихся друг друга окружностях радиуса 1, а две другие вершины – на общей касательной к этим окружностям (см. рис.).
 А) $\frac{2}{5}$ В) $\frac{1}{4}$ С) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Д) $\frac{1}{5}$ Е) $\frac{1}{2}$



25. Дима записал несколько различных натуральных чисел, не превосходящих 100. Известно, что их произведение не делится на 54. Какое наибольшее количество чисел мог записать Дима?
 А) 8 В) 17 С) 68 Д) 69 Е) 90

26. Правильный 15-гольник $ABCD \dots$ и правильный n -угольник $ABZY \dots$ имеют общую сторону AB длины 1 и лежат по разные стороны от AB . При каком значении n расстояние между точками C и Z равно 1?
 А) 10 В) 12 С) 15 Д) 16 Е) 18

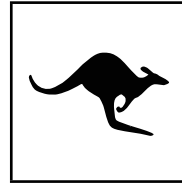
27. При некоторых натуральных k , m и n выполняются равенства $k = \sqrt[n]{2014 + m} = \sqrt[n]{1024} + 1$. Сколько значений может принимать m ?
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 3 Е) Бесконечно много



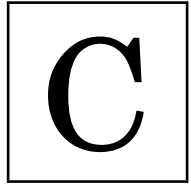
28. На рисунке показана замкнутая ломаная, вершины которой являются серединами ребер куба. Будем называть углы между соседними звеньями внутренними углами ломаной. Чему равна сумма всех внутренних углов данной ломаной?
 А) 720° В) 1080° С) 1200° Д) 1440° Е) 1800°

29. Функция $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ удовлетворяет условиям $f(4) = 6$ и $xf(x) = (x-3)f(x+1)$ для любого целого числа x . Найдите значение произведения $f(4)f(7)f(10) \dots f(2011)f(2014)$.
 А) 2013 В) 2014 С) $2013 \cdot 2014$ Д) 2013! Е) 2014!

30. На волшебном острове первоначально было 17 козлов, 55 волков и 6 львов. Волки едят козлов, а львы – и козлов, и волков. Съев козла, волк волшебного острова превращается во льва, лев, съевший козла, – в волка, а лев, съевший волка, – в козла. В итоге животные, выжившие на острове, уже не могли съесть друг друга. Какое наибольшее число животных могло остаться на острове?
 А) 1 В) 6 С) 17 Д) 23 Е) 35



КЕНГУРУ 2014

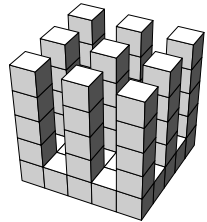


Продолжительность работы 75 минут
 Пользоваться калькуляторами запрещается

Сеньор
 11–12 классы

Задачи, оцениваемые в 3 очка

1. Сколько единичных кубиков нужно вырезать из куба $5 \times 5 \times 5$, чтобы получилось тело, изображенное на рисунке справа (колонны одинаковой высоты стоят на общей основе)?
 А) 56 В) 60 С) 64 Д) 68 Е) 80



2. У Карлы, Эмили и Лилии день рождения в один и тот же день. В этом году им в общей сумме исполнилось 44 года. Каков будет их суммарный возраст в следующий раз, когда он будет выражаться числом, состоящим из одинаковых цифр?
 А) 55 В) 66 С) 77 Д) 88 Е) 99

3. Чему равно a^{-3b} , если $a^b = \frac{1}{2}$?
 А) $\frac{1}{8}$ В) 8 С) -8 Д) 6 Е) $\frac{1}{6}$

4. В трех коробках различного размера находится 48 шаров. В наибольшей и наименьшей коробках вместе число шаров в 2 раза больше, чем в средней коробке, а в средней число шаров в 2 раза больше, чем в наименьшей. Сколько шаров находится в наибольшей коробке?
 А) 16 В) 20 С) 24 Д) 30 Е) 32

5. Чему равно значение выражения $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}}$?
 А) 2^{2011} В) 2^{2012} С) 2^{2013} Д) 1 Е) 2

6. Утверждение «Каждый решил более 20 задач» ложно. Значит, верно противоположное утверждение:
 А) Никто не решил более 20 задач В) Кто-то решил менее 21 задачи
 С) Каждый решил менее 21 задачи Д) Кто-то решил ровно 20 задач
 Е) Кто-то решил более 20 задач

7. Сколько цифр в десятичной записи имеет число $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$?

- А) 22 В) 55 С) 77 D) 110 E) 111

8. На координатной плоскости построен квадрат. Точки $(-1; 0)$ и $(5; 0)$ на оси Ox являются концами одной из его диагоналей. Какая из следующих точек является вершиной этого квадрата?

- А) $(2; 0)$ В) $(2; 3)$ С) $(2; -6)$ D) $(3; 5)$ E) $(3; -1)$

9. В разложении которого из перечисленных ниже многочленов никогда не появится двучлен $x + 1$?

- А) $x^2 + 3x + 2$ В) $x^4 - x^2$ С) $2x^2 + 3x + 1$ D) $-x^2 + 3x + 4$ E) $x^3 + x$

10. В числе года 2014 все цифры различны и последняя цифра больше суммы трех остальных цифр. Сколько лет прошло с тех пор, когда предыдущий раз номер года имел такие же свойства?

- А) 5 В) 215 С) 305 D) 395 E) 485

Задачи, оцениваемые в 4 очка

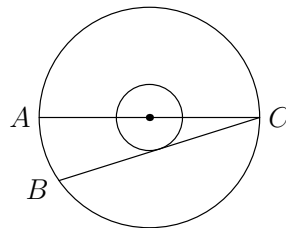
11. Прямоугольная коробка имеет размеры $a \times b \times c$, причем $a < b < c$. Если увеличить один из размеров (либо a , либо b , либо c) на фиксированное положительное число d , то объем коробки также увеличится. В каком случае он увеличится больше всего?

- А) Если увеличить a В) Если увеличить b С) Если увеличить c
D) Во всех случаях увеличится одинаково E) Это зависит от значений a, b, c, d

12. В футбольном турнире приняли участие 4 команды: A, B, C и D . Каждая команда сыграла с каждой другой по одному матчу. Команда A набрала 7 очков, а команды B и C – по 4 очка. Сколько очков набрала команда D ? (За победу в футбольном матче присуждается 3 очка, за поражение – 0 очков, за ничью участники матча получают по 1 очку.)

- А) 0 В) 1 С) 2 D) 3 E) 4

13. Радиусы двух концентрических окружностей относятся как $1 : 3$. Отрезок AC – диаметр большей окружности, а BC – ее хорда, которая касается меньшей окружности (см. рис.). Найдите радиус большей окружности, если известно, что $AB = 12$.



- А) 13 В) 18 С) 21 D) 24 E) 26

14. Сколько всего существует троек целых чисел (a, b, c) таких, что $a > b > c > 1$ и $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$?

- А) 0 В) 1 С) 2 D) 3 E) Бесконечно много

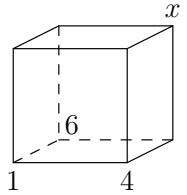
15. Пусть n – натуральное число, a, b, c – ненулевые действительные числа, такие, что числа $(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$ и $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$ имеют одинаковые знаки. Тогда непременно:

- А) $a > 0$ В) $b > 0$ С) $c > 0$ D) $a < 0$ E) $b < 0$

16. Шесть недель состоят из $n!$ секунд. Чему равно n ?

- А) 6 В) 7 С) 8 D) 10 E) 12

17. Вершины куба пронумерованы числами от 1 до 8 так, что суммы чисел на всех гранях одинаковы. Расположение чисел 1, 4 и 6 показано на рисунке. Найдите значение x .

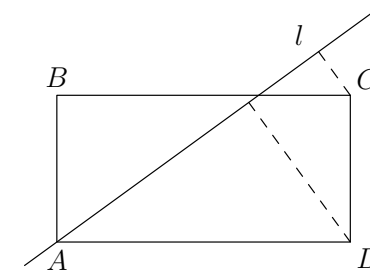


- А) 2 В) 3 С) 5 D) 7 E) 8

18. Этикетка на упаковке сыра указывает, что его жирность составляет 24% от общего веса. На этой же этикетке указано, что в сухом веществе сыра жир составляет 64%. Сколько процентов воды содержится в сыре?

- А) 88% В) 62,5% С) 49% D) 42% E) 37,5%

19. Прямая l проходит через вершину A прямоугольника $ABCD$ и находится на расстоянии 2 от вершины C и на расстоянии 6 от вершины D . Найдите AD , если известно, что $AD : AB = 2 : 1$.



- А) 10 В) 12 С) 14 D) 16 E) $4\sqrt{3}$

20. Функция $f(x) = ax + b$ удовлетворяет равенствам $f(f(f(1))) = 29$ и $f(f(f(0))) = 2$. Определите значение a .

- А) 1 В) 2 С) 3 D) 4 E) 5

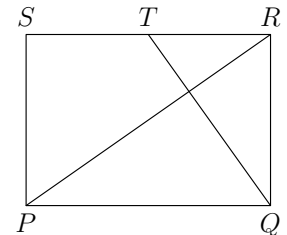
Задачи, оцениваемые в 5 очков

21. Имеется 10 различных натуральных чисел. Ровно 5 из них делятся на 5, и ровно 7 из них делятся на 7. Пусть M – наибольшее из этих десяти чисел. Какое наименьшее значение может принимать M ?

- А) 105 В) 77 С) 75 D) 63 E) Другой ответ

22. В прямоугольнике $PQRS$ точка T – середина стороны RS , а $QT \perp PR$. Найдите отношение $PQ : QR$.

- А) $2 : 1$ В) $\sqrt{3} : 1$ С) $3 : 2$ D) $\sqrt{2} : 1$ E) $5 : 4$



23. Имеется 9 кенгуру: некоторые из них – рыжие, остальные – серые. Если случайно встретятся трое из этих кенгуру, то есть два шанса из трех, что среди них нет ни одного серого кенгуру. Сколько всего рыжих кенгуру среди данных девяти кенгуру?

- А) 1 В) 3 С) 5 D) 6 E) 8