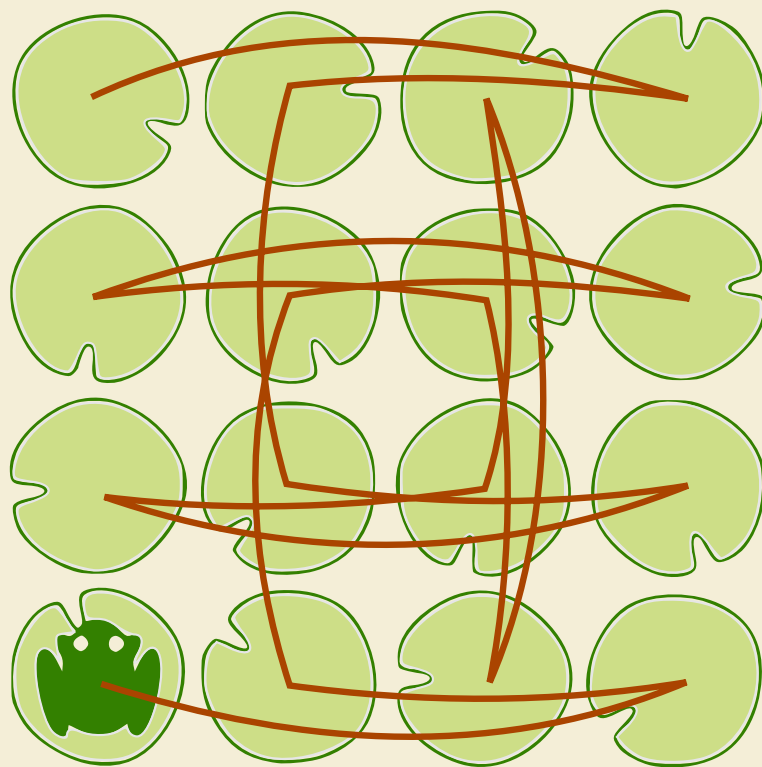


Kengūra 2014

Užduotys ir sprendimai



Kadetas

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS

KENGŪRA 2019

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autoriai

Paulius Drungilas ir Romualdas Kašuba

Redaktorius
Juozas Mačys

Maketavimas
Paulius Šarka

© Paulius Drungilas, 2019
© Romualdas Kašuba, 2019
© Kengūros organizavimo komitetas, 2019

Turinys

Pratarmė	4
Geriausiųjų sąrašas	6
Dalyvio kortelės pavyzdys	8
Sąlygos	9
Kadeto užduočių sprendimai	13
Atsakymai	23

Pratarmė

Paprastai žiūrint, Kengūros konkursas tėra ne ką daugiau kaip 30, o jaunesnių klasių mokiniams dar mažiau (tiesa, labai nekasdienių) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka nepilnas dvi akademines valandas. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į Kengūros kalnelius? Kuo tie Kengūros kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsiseksi burbtelėjęs: jie neturi kur dėtis, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi kur dėtis šitokioje pramogų gadyneje.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia, nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spęsdamas gali užsikabinti pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne – tai sužinojo) per 56000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2019 metais. Juk konkursas – it žavus tornadas (o tokių irgi būna) – negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas – žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

75 lemtingos darbo minutės kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydamos, kad galvą laužyti prasmingai, kad ir matematikos užduotis besprendžiant, galima patiriant žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių – 1–12 klasių kengūriukų – atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti (ir kuo greičiau!) iš penkių duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrantančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi – priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį – bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi Kengūros konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą dosniai skiriama 30 taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes Kengūros uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą – peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia gi būna (šmaikšti) užduotis ir iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali sukristi jos sprendimas – štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirakai ir paklauskime kelių žodžių iš Kengūros gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė Kengūrai ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie Kengūros konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai.

Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna ir buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrižtamai atšiuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp sumaniai į Lietuvą Kengūros konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti – čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru – Lietuvos matematikos olimpiadų patriarchą Juozą Juvencijų Mačį bei ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskiene.

O šiaip, Kengūrai nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir Kengūros ratas sukasi kiaurus metus – net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek kengūriniuose (matematiškai sportiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje Kengūra kalba keturiomis pagrindinėmis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požūri į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas – juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku – bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2019 metų kovo 20 dieną keliavo ir gausiai sprendė 7–8 klasių (Kadeto amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintieji pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdusieji pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip jau seniai visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš penkių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu !), bet ir jų kengūriniai sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu ?). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais ??, !!, !!! ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su Kengūra – išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mielas skaitytojau, šitiek daug turite!

Kadetas, 7 klasė, 50 geriausiųjų

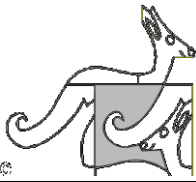
Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusių Europos Sąjungos bendroju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių rezultatai nebeskelbiami. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai

Kadetas, 8 klasė, 50 geriausiųjų

Vadovaujantis 2018 m. gegužės 25 d. įsigaliojusių Europos Sąjungos bendroju duomenų apsaugos reglamentu, asmeniniai mokinių rezultatai nebeskelbiami. Dėkojame už supratingumą.

Konkurso organizatoriai



Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo mokyklos šifrą (jį Jums pasakys mokytojas) ir pavadinimą.
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria kalba ir kurioje klasėje mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo vardą ir pavardę.

Pavyzdys: Pavardė **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys:

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras	Mokyklos pavadinimas											
<input type="text"/>	<input type="text"/>											
Kalba												
Lietuvių <input type="checkbox"/>												
Lenkų <input type="checkbox"/>												
Rusų <input type="checkbox"/>												
Anglų <input type="checkbox"/>												
	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
Klasė	1	2	3	4	5	6	7	8	9(G1)	10(G2)	11(G3)	12(G4)
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E						
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	25	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	26	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	27	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	28	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	23	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	29	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	24	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	30	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

PASTABOS

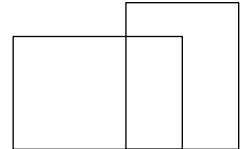
1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o klaidingas atsakymas vertinamas minus 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

2014 m. Kadeto užduočių sąlygos

Klausimai po 3 taškus

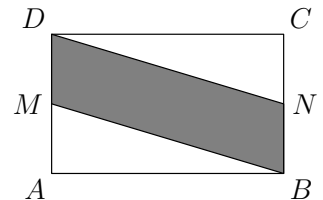
1. Matematikos konkursas Kengūra kasmet vyksta trečią kovo ketvirtadienį. Kurią kovo mėnesio dieną vėliausiai gali įvykti konkursas Kengūra?
A) Kovo 14 B) Kovo 15 C) Kovo 20 D) Kovo 21 E) Kovo 22

2. Kiek iš viso keturkampių matome paveikslėlyje?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5



3. Kam lygi reiškinio $\frac{2014 \cdot 2014}{2014} - 2014$ reikšmė?
A) 0 B) 1 C) 2013 D) 2014 E) 4028

4. Stačiakampio $ABCD$ plotas lygus 10. Taškai M ir N yra kraštinių AD ir BC vidurio taškai. Kam lygus keturkampio $MBND$ plotas?
A) 0,5 B) 2,5 C) 5 D) 7,5 E) 10

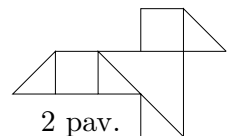


5. Dviejų skaičių sandauga lygi 10, o jų suma lygi 11. Kam lygus jų skirtumas?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

6. Raminta keletą kvadratinių popieriaus lapų, kurių kiekvieno plotas lygus 4, sukarpė 1 paveikslėlyje parodytu būdu. Iš popierinių dalių ji sudėjo figūrą, pavaizduotą 2 paveikslėlyje. Kam lygus tos figūros plotas?



1 pav.

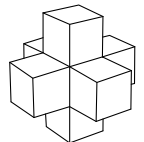


2 pav.

- A) 3 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 6

7. Kibire buvo pusė jo tūrio vandens. Įpylus dar 2 litrus vandens, vanduo užėmė tris ketvirtadalius kibiro tūrio. Koks yra kibiro tūris?
A) 2 litrai B) 4 litrai C) 6 litrai D) 8 litrai E) 10 litrų

8. Sofija iš septynių vienetinių kubelių sudėjo figūrą, pavaizduotą paveikslėlyje. Kiek vienetinių kubelių reikia pridėti prie figūros, kad gautume kubą, kurio briaunos ilgis lygus 3?



- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

9. Kuri iš žemiau išvardytų sandaugų yra didžiausia?

- A) 44×777 B) 55×666 C) 77×444 D) 88×333 E) 99×222

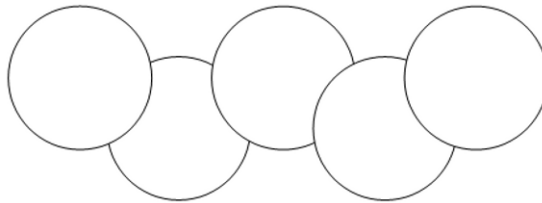
10. Austėja vieną po kito numaudinėjo žemiau pavaizduoto vėrinio karoliukus, kiekvieną sykį nuo bet kurio vėrinio galo. Ji sustojo numovusi penktą juodą karoliuką. Kiek daugiausiai baltų karoliukų galėjo būti numovusi Austėja?



- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Klausimai po 4 taškus

11. Simonas kiekvieną trimestro savaitę turi dvi muzikos pamokas, o Elena turi vieną muzikos pamoką kas antrą savaitę. Pasibaigus trimestrui paaiškėjo, kad Simonas turėjo 15 muzikos pamokų daugiau nei Elena. Kiek savaitių truko trimestras?
A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10
12. Kiekvieno pavaizduoto skritulio plotas lygus 1. Bet kurių dviejų persidengiančių skritulių bendrosios dalies plotas lygus $\frac{1}{8}$. Kam lygus paveikslėlyje pavaizduotos figūros plotas?

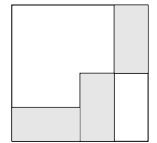


- A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{35}{8}$ D) $\frac{39}{8}$ E) $\frac{19}{4}$

13. Senelė pastebėjo, kad šiemet jos dukros, jos anūkės ir jos pačios amžių suma lygi 100 metų, o kiekvienos iš jų amžius yra skaičiaus 2 laipsnis. Kiek metų anūkei?
A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

14. Trys vienodi stačiakampiai yra kvadrato, kurio kraštinės ilgis 24 cm (žr. pav.). Kam lygus vieno stačiakampio plotas?

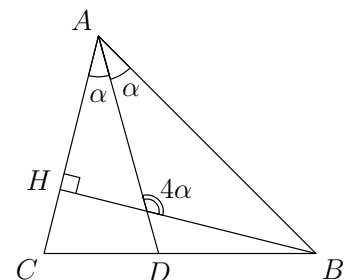
- A) 24 cm^2 B) 32 cm^2 C) 36 cm^2 D) 48 cm^2 E) 72 cm^2



15. Kuris iš žemiau nurodytų skaičių yra keturis kartus mažesnis už jam atvirkštinį skaičių?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

16. Atkarpa BH yra smailiojo trikampio ABC aukštinė, o atkarpa AD – kampo A pusiauakampinė. Bukasis kampas tarp atkarpų AD ir BH yra keturis kartus didesnis už kampą DAB . Kam lygus kampas CAB ?

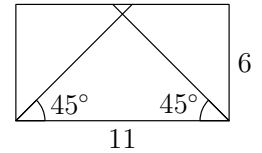
- A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 90°



17. Šeši studentai nuomoja butą, kuriame yra du vonios kambariai. Kiekvieną rytą studentai keliasi 7:00 ir eina praustis į vonios kambarį bet kuria tvarka. Studentai vonios kambaryje praleidžia atitinkamai 8, 10, 12, 17, 21 ir 22 minutes. Kada anksčiausiai gali baigti praustis studentai?

- A) 7:45 B) 7:46 C) 7:47 D) 7:48 E) 7:50

18. Stačiakampio kraštinių ilgiai yra 6 ir 11. Iš ilgesnės stačiakampio kraštinės galų išvestos jo kampų pusiauakampinės, kurios priešingą kraštinę dalija į tris atkarpas, kaip pavaizduota paveikslėlyje. Kam lygus vidurinėsios atkarpos ilgis?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. Piratų komanda atkasė auksinių monetų lobį ir pasidalijo jas po lygiai. Jei piratų būtų buvę keturiais mažiau, tai kiekvienam būtų atitekę 10 monetų daugiau, o jei monetų būtų buvę 50 mažiau, tai kiekvienas būtų gavęs 5 monetomis mažiau. Kiek auksinių monetų atkasė piratai?

- A) 80 B) 100 C) 120 D) 150 E) 250

20. Dviejų teigiamų skaičių aritmetinis vidurkis 30% mažesnis už vieną iš jų. Kiek procentų šis vidurkis yra didesnis už kitą skaičių?

- A) 75 B) 70 C) 30 D) 25 E) 20

Klausimai po 5 taškus

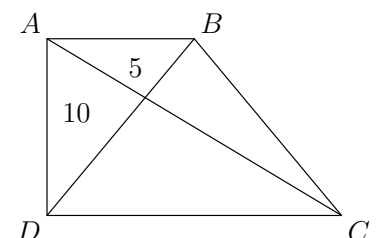
21. Skaičius 2814 išreikštas dviejų natūraliųjų dviženklių skaičių sandauga. Kam lygi šių skaičių suma?

- A) 42 B) 107 C) 79 D) 133 E) 109

22. Senos svarstyklės ne visada teisingai rodo svorį. Jei sveriamas daiktas yra lengvesnis už 1000 g, tai svarstyklės rodo teisingą svorį. Jei sveriamo daikto svoris yra 1000 g arba daugiau, tai svarstyklės gali parodyti bet kurį svorį, didesnį už 1000 g. Turime 5 akmenis, kurių svoriai yra A g, B g, C g, D g ir E g. Kiekvieno akmenis svoris mažesnis už 1000 g. Minėtomis svarstyklėmis poromis pasvėrus šiuos akmenis, gavome: $B + D = 1200$, $C + E = 2100$, $B + E = 800$, $B + C = 900$, $A + E = 700$. Kuris iš skaičių A , B , C , D ir E yra didžiausias?

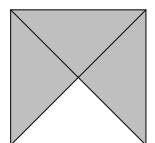
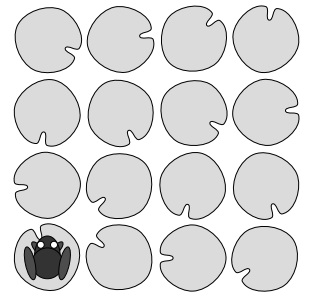
- A) A B) B C) C D) D E) E

23. Paveikslėlyje pavaizduota trapecija $ABCD$, kurios kampai A ir D yra statieji. Trapecijos įstrižainės AC ir BD dalija ją į keturis trikampius. Paveikslėlyje nurodyti dviejų trikampių plotai. Kam lygus trapecijos $ABCD$ plotas?



- A) 60 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30

24. Gerda ir Sofija varžosi sprendamos uždavinius iš to paties uždavinyno, kuriame yra 100 uždavinių. Už išspręstą uždavinį skiriami 4 taškai mergaitei, kuri pirmoji jį išsprendė. Jei mergaitė uždavinį išsprendė antra, jai skiriamas 1 taškas. Už neišspręstą uždavinį taškai neskiriami. Abi mergaitės išsprendė po 60 uždavinių ir kartu surinko 312 taškų. Kiek yra uždavinių, kuriuos išsprendė abi mergaitės?
A) 53 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57
25. Martynas važiuoja dviračiu iš Klaipėdos į Girulius. Jis planavo atvažiuoti į Girulius 15:00, tačiau per $\frac{2}{3}$ planuoto laiko nuvažiavo net $\frac{3}{4}$ atstumo tarp šių miestų. Tada jis pradėjo važiuoti lėčiau ir Girulius pasiekė laiku. Kam lygus pirmojo ir antrojo kelionės etapų greičių santykis?
A) 5 : 4 B) 4 : 3 C) 3 : 2 D) 2 : 1 E) 3 : 1
26. Trikampio ABC kampas A lygus 45° . Kraštinėse AB , BC ir CA pažymėti tokie taškai P , Q ir R , kad $BQ = PQ$ ir $CQ = QR$. Kam lygus kampas PQR ?
A) 60° B) 75° C) 90° D) 105° E) Atsakymas priklauso nuo taško Q padėties
27. 25 žmonių grupėje yra trijų tipų žmonės: tiesuoliai (visada sako tiesą), melagiai (visada meluoja) ir pokštininkai (kiekvienas jų sako tiesą ir meluoja pakaitomis). Kiekvieno iš jų paklausus, ar jis yra tiesuolis, 17 žmonių atsakė „taip“. Tada kiekvieno paklausus, ar jis yra pokštininkas, 12 žmonių atsakė „taip“. Pagaliau, kiekvieno paklausus, ar jis yra melagis, 8 žmonės atsakė „taip“. Kiek tiesuolių yra šioje grupėje?
28. Lentoje parašyti keli skirtingi natūralieji skaičiai. Lygiai 2 iš jų yra lyginiai ir lygiai 13 jų dalijasi iš 13. Didžiausią lentoje parašytą skaičių pažymėkime M . Kam lygi mažiausia galima M reikšmė?
A) 169 B) 260 C) 273 D) 299 E) 325
29. Ežero vandens paviršiuje iš 16 lelijos lapų susidarė 4×4 kvadratas, o ant kampinio lapo tupi varlė (žr. pav.). Varlė gali šokinėti nuo vieno lelijos lapo ant kito horizontaliai arba vertikalčiai. Be to, šokdama, varlė turi peršokti per mažiausiai vieną lelijos lapą ir niekada nešoka ant lapo, ant kurio jau yra buvusi. Kiek daugiausiai lelijos lapų (įskaitant pradinį) gali aplankyti varlė, šokinėdama nurodytu būdu?



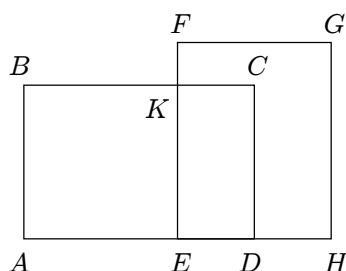
Kadeto užduočių sprendimai

1. (D) Kovo 21

! Tarp septynių iš eilės einančių dienų lygiai viena yra ketvirtadienis. Todėl pirmasis kovo mėnesio ketvirtadienis vėliausiai gali būti kovo 7. Vadinasi, antrasis kovo ketvirtadienis vėliausiai gali būti kovo 14, o trečiasis – kovo 21.

2. (D) 4

! Paveikslėlyje pavaizduotas keturkampis $EFGH$ dalija keturkampį $ABCD$ į du keturkampius – $ABKE$ ir $EKCD$. Taigi paveikslėlyje matome 4 keturkampius.



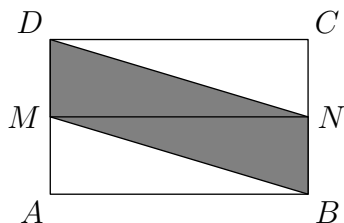
3. (A) 0

! Suprastinę trupmeną, gauname $\frac{2014 \cdot 2014}{2014} = 2014$, todėl

$$\frac{2014 \cdot 2014}{2014} - 2014 = 0.$$

4. (C) 5

! Sujunkime taškus M ir N atkarpa, kaip pavaizduota paveikslėlyje:



Stačiakampio $MDCN$ plotas lygus pusei stačiakampio $ABCD$ ploto, o trikampio DNM plotas lygus pusei stačiakampio $MDCN$ ploto. Vadinasi, trikampio DNM plotas lygus ketvirtadaliui stačiakampio $ABCD$ ploto, t.y. lygus $\frac{10}{4} = 2,5$. Panašiai įsitikiname, kad trikampio MNB plotas lygus 2,5. Dabar jau nesunku suskaičiuoti keturkampio $MDNB$ plotą – sudedame trikampių DNM ir MNB plotus: $2,5 + 2,5 = 5$.

5. (E) 9

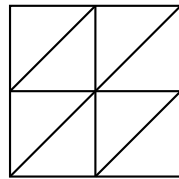
! Sakykime, kad skaičių x ir y suma lygi 11, o jų sandauga lygi 10. Tada

$$\begin{aligned}(x - y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - 4xy = \\ &= (x + y)^2 - 4xy = 11^2 - 4 \cdot 10 = 81 = 9^2.\end{aligned}$$

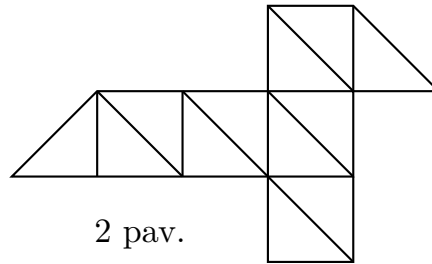
Taigi skaičių x ir y skirtumas lygus 9.

6. (E) 6

! Pirmame paveikslėlyje matome, kad kvadratinį popieriaus lapą, kurio plotas 4, galima sukarpyti į 8 vienodus trikampius, kurių kiekvieno plotas lygus $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.



1 pav.



2 pav.

Ramintos sudėtą figūrą antrame paveikslėlyje parodytu būdu galima sukarpyti į 12 tokių trikampių. Vadinasi, Ramintos sudėtos figūros plotas lygus $12 \cdot \frac{1}{2} = 6$.

7. (D) 8 litrai

! Kibire buvo du ketvirčiai vandens, o dar įpylus pasidarė trys ketvirčiai, vadinasi, įpiltas buvo ketvirtis. Taigi 2 litrai vandens yra ketvirtis kibiro tūrio, todėl kibiro tūris yra $4 \cdot 2 = 8$ litrai.

8. (E) 20

! Kubas, kurio briaunos ilgis 3, bus sudėtas iš $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ vienetinių kubelių. Kita vertus, paveikslėlyje pavaizduotą figūrą galima gauti ant vienetinio kubelio kiekvienos iš 6 sienų pridėjus dar po vieną vienetinį kubelį. Taigi paveikslėlyje pavaizduota figūra sudaryta iš $6 + 1 = 7$ vienetinių kubelių. Vadinasi, prie figūros reikia pridėti $27 - 7 = 20$ kubelių, kad gautume kubą, kurio briaunos ilgis lygus 3.

9. (B) 55×666

! Nesunku pastebėti, kad kiekvienoje sandaugoje pirmasis dauginamasis dalijasi iš 11, o antrasis – iš 111. Kiekvieną sandaugą padaliję iš skaičiaus 11×111 , toliau lyginame skaičius $4 \times 7 = 28$, $5 \times 6 = 30$, $7 \times 4 = 28$, $8 \times 3 = 24$ ir $9 \times 2 = 18$, iš kurių didžiausias yra 30. Vadinasi, didžiausia iš sąlygoje nurodytų sandaugų yra 55×666 .

10. (D) 7

! Jei Austėja numautų po du juodus karoliukus nuo vėrinio kiekvieno galo, tai iš viso galėtų numauti 7 baltus karoliukus (iš kairiojo galo $1 + 3 = 4$, o iš dešiniojo $2 + 1 = 3$). Taigi 7 baltus karoliukus Austėja gali numauti. Įrodysime, kad daugiau baltų karoliukų Austėja numauti negali.

Iš tikrųjų, nuo kairiojo vėrinio galo Austėja daugiausiai gali numauti 6 baltus karoliukus. Jei Austėja nuo kairiojo galo numautų bent 5 karoliukus, tai nuo jo ji jau būtų numovusi mažiausiai 4 juodus karoliukus. Dešiniajame vėrinio gale pirmasis karoliukas yra juodas, todėl nuo šio galo Austėja baltų karoliukų daugiau nebenumautų. Taigi norėdama nuo vėrinio numauti bent 7 baltus karoliukus, Austėja nuo kairiojo jo galo daugiausiai gali numauti 4 baltus karoliukus.

Kita vertus, Austėja nuo dešiniojo vėrinio galo daugiausiai gali numauti 4 baltus karoliukus. Jei ji nuo šio galo numautų lygiai 4 baltus karoliukus, tai nuo jo jau būtų numovusi mažiausiai 3 juodus, todėl būtų priversta sustoti nuo kairiojo vėrinio galo numovusi pirmą arba antrą juodą karoliuką. Tačiau tokiu būdu nuo kairiojo gali ji numautų ne daugiau kaip 1 baltą karoliuką ir sustotų nuo vėrinio numovusi daugiausiai $4 + 1 = 5$ baltus karoliukus. Taigi norėdama nuo vėrinio numauti bent 7 baltus karoliukus, Austėja nuo dešiniojo jo galo daugiausiai gali numauti 3 baltus karoliukus.

Vadinasi, Austėja nuo vėrinio gali numauti daugiausiai $4 + 3 = 7$ baltus karoliukus.

11. (E) 10

! Trimestro savaitių skaičių pažymėkime n . Tada per visą trimestrą Simonas turėjo $2n$ pamokų. Sakykime, kad n yra lyginis. Tada Elena per trimestrą turėjo lygiai $\frac{n}{2}$ muzikos pamokų (per bet kurias dvi iš eilės einančias savaites Elenena turėjo lygiai vieną pamoką). Vadinasi, per trimestrą Simonas turėjo $2n - \frac{n}{2} = \frac{3n}{2}$ pamokų daugiau nei Elena. Taigi $\frac{3n}{2} = 15$. Iš čia gauname $n = 10$. Įsitikinsime, kad jokia kita n reikšmė netenkina uždavinio sąlygos.

Jei n nelyginis, tai Elena per semestrą turėjo lygiai $\frac{n+1}{2}$ arba $\frac{n-1}{2}$ pamokų (jei Elena turėjo pamoką pačią pirmą trimestro savaitę, tai per trimestrą ji turėjo lygiai $\frac{n+1}{2}$ pamokų, o jei Elena pirmą trimestro savaitę pamokos neturėjo, tai per trimestrą ji turėjo lygiai $\frac{n-1}{2}$ pamokų). Todėl per semestrą Simonas turėjo $2n - \frac{n-1}{2} = \frac{3n+1}{2}$ arba $2n - \frac{n+1}{2} = \frac{3n-1}{2}$ pamokų daugiau nei Elena. Taigi $\frac{3n-1}{2} = 15$ arba $\frac{3n+1}{2} = 15$. Iš čia gauname $30 - 3n = -1$ arba $30 - 3n = 1$. Tačiau taip būti negali, nes skaičiai -1 ir 1 nesidalija iš 3.

12. (B) $\frac{9}{2}$

! Iš viso turime 5 skritulius, kurių kiekvieno plotas lygus 1. Iš kiekvieno skritulio, kurio dalį uždengia kitas skritulys, pašalinkime uždengtą dalį. Nuo to paveikslėlyje pavaizduota figūra nepasikeis. Tada turėsime 2 pilnus skritulius, 2 skritulius su išpjauta viena dalimi ir vieną skritulį, kuriame išpjautos 2 dalys. Vadinasi, paveikslėlyje pavaizduotos figūros plotas lygus $1 + 1 + (1 - \frac{1}{8}) + (1 - \frac{1}{8}) + (1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{8}) = \frac{9}{2}$.

13. (B) 4

! Skaičiaus 2 laipsniai, mažesni už 100 yra šie: $1 = 2^0$, 2, 4, 8, 16, 32 ir 64. Senelės amžius yra 64 metai, nes jei senelė būtų jaunesnė, tai jos dukros, anūkės ir jos pačios amžių suma būtų daugiausiai $8 + 16 + 32 = 56$ metai. Tada senelės dukra yra 32 metų amžiaus, nes priešingu atveju (t.y., jei dukra būtų jaunesnė) jų trijų amžių suma būtų daugiausiai $8 + 16 + 64 = 88$ metai. Vadinasi, anūkė yra $100 - 64 - 32 = 4$ metų amžiaus.

14. (E) 72 cm^2

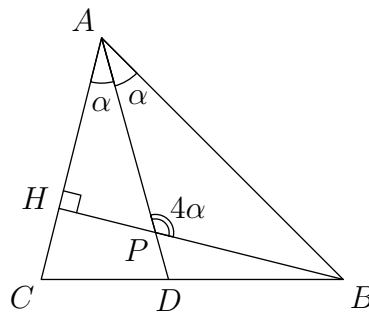
! Paveikslėlyje matome, kad kvadrato kraštinė, kurios ilgis lygus 24 cm, yra dvigubai ilgesnė už ilgesniąją stačiakampio kraštinę. Taigi ilgesniosios stačiakampio kraštinės ilgis lygus 12 cm. Kita vertus, paveikslėlyje matyti, kad to paties kvadrato kraštinės ilgis lygus stačiakampio ilgesniosios kraštinės ir dvigubos trumpesniosios jo kraštinės ilgių sumai. Vadinasi, trumpesniosios stačiakampio kraštinė ilgis lygus $\frac{24-12}{2} = 6$ cm. Taigi stačiakampio plotas yra $6 \cdot 12 = 72 \text{ cm}^2$.

15. (B) $\frac{1}{2}$

! Sakykime, kad skaičius x yra keturis kartus mažesnis už atvirkštinį jam skaičių. Tada galime parašyti lygybę $4x = \frac{1}{x}$. Padauginę abi šios lygybės puses iš x , gauname lygybę $4x^2 = 1$, arba $(2x)^2 = 1$. Dabar galime perrašyti: $(2x)^2 - 1^2 = 0$, $(2x - 1)(2x + 1) = 0$. Vadinasi, $2x - 1 = 0$ arba $2x + 1 = 0$, t.y. $x = -\frac{1}{2}$ arba $x = \frac{1}{2}$. Atsakyme pateikti tik teigiami skaičiai, todėl teisingas atsakymas yra B.

16. (C) 60°

! Pusiaukampinės AD ir aukštinės BH susikirtimo tašką pažymėkime raide P :



Kadangi AD – kampo CAB pusiaukampinė, tai $\angle DAB = \alpha$. Be to, pagal sąlygą kampas APB yra keturis kartus didesnis už kampą DAB , todėl $\angle APB = 4\alpha$. Tada $\angle APH = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 4\alpha$. Kita vertus, stačiojo trikampio AHP smailiųjų kampų suma lygi 90° , todėl $\alpha + 180^\circ - 4\alpha = 90^\circ$. Iš čia gauname $\alpha = 30^\circ$. Taigi $\angle CAB = 2\alpha = 60^\circ$.

17. (B) 7:46

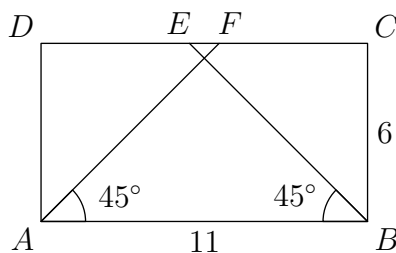
! Atmetę vonios kambario „purslus“, turėtume tokį aritmetinio branduolio uždavinį: duoti šeši skaičiai 8, 10, 12, 17, 21 ir 22, kuriuos reikia taip suskirstyti į dvi grupes, kad tų grupių sumų skirtumas būtų kuo mažesnis.

Suskirstykime skaičius 8, 10, 12, 17, 21 ir 22 į dvi grupes. Jei kurioje nors grupėje yra 1 arba du skaičiai, tai jos skaičių suma ne didesnė už $21 + 22 = 43$. Tada kitos grupės skaičių suma yra ne mažesnė už $8 + 10 + 12 + 17 = 47$. Tokiu atveju studentai baigtų praustis ne anksčiau kaip 7:47. Jei kiekvienoje grupėje yra lygiai trys skaičiai, tai iš skaičių 17, 21 ir 22 bent du pateks į tą pačią grupę. Šioje grupėje esančių skaičių suma bus ne mažesnė už $17 + 21 + 8 = 46$. Tokiu atveju studentai baigtų praustis ne anksčiau kaip 7:46.

Taigi bet kuriuo atveju studentai baigs praustis ne anksčiau kaip 7:46. Kita vertus, įmanoma pasiekti, kad šiuo laiku studentai baigtų praustis – pakanka skaičius 8, 10, 12, 17, 21 ir 22 suskirstyti į dvi grupes taip: 8, 17, 21 ir 10, 12, 22.

18. (A) 1

! Žymėkime, kaip parodyta paveikslėlyje:



Kadangi AF – kampo DAB pusiaukampinė, tai $\angle DAF = 45^\circ$. Stačiojo trikampio ADF smailiųjų kampų suma lygi 90° , todėl $\angle DFA = 90^\circ - \angle DAF = 45^\circ$. Vadinasi, trikampis ADF lygiašonis, t.y. $DF = DA = 6$. Panašiai gauname, kad $CE = CB = 6$. Taigi $11 = DC = DF + CE - EF = 12 - EF$. Iš čia gauname $EF = 1$.

19. (D) 150

! Kadangi monetų skaičių sumažinus 50, kiekvienas gautų 5 monetomis mažiau, tai iš viso piratų yra $\frac{50}{5} = 10$. 6 piratai gautų 60 monetų daugiau, bet tai yra 4 piratų monetos. Vadinasi, vienas piratas gavo $\frac{60}{4} = 15$ monetų. Taigi monetų buvo $10 \cdot 15 = 150$.

20. (A) 75

! Vieną iš šių skaičių pažymėkime b . Tada pagal sąlygą $\frac{a+b}{2} = 0,7b$. Iš čia $b = 2,5a$. Taigi $\frac{a+b}{2} = \frac{a+2,5a}{2} = 1,75a$. Vadinasi, vidurkis $\frac{a+b}{2}$ yra 75% didesnis už skaičių a .

21. (E) 109

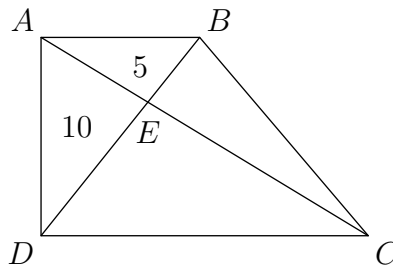
! Išskaidykime skaičių 2814 dauginamaisiais. Nesunku pastebėti, kad šis skaičius dalijasi iš 14: $2814 = 14 \cdot 201$. Be to, skaičius 201 dalijasi iš 3, nes jo skaitmenų suma $2+0+1 = 3$ dalijasi iš 3. Taigi $2814 = 14 \cdot 3 \cdot 67 = 42 \cdot 67$. Nesunku patikrinti, kad skaičius 67 daugiau nebesiskaido (jei neskaiciuosime išskaidymo $1 \cdot 67$; tokie skaičiai vadinami pirminiais). Kita vertus, jei skaičių 67 padauginsime iš didesnio už 1 skaičiaus, tai gausime triženklį skaičių. Vadinasi, skaičių 2814 išreikšti dviejų dviženklių skaičių sandauga galima tik taip: $2814 = 42 \cdot 67$ ir $2814 = 67 \cdot 42$. Taigi abiem atvejais dviženklių skaičių suma yra $42 + 67 = 109$.

22. (D) D

! Kadangi skaičiai 700, 800 ir 900 yra mažesni už 1000, tai pagal uždavinio sąlygą lygybės $A + E = 700$, $B + E = 800$ ir $B + C = 900$ yra teisingos. Kadangi sveriant B ir D svorius kartu svarstyklės rodo 1200 g, tai $B + D \geq 1000$. Panašiai gauname nelygybę $C + E \geq 1000$. Iš lygybių $B + E = 800$ ir $B + C = 900$ gauname $C > E$, o iš lygybių $B + E = 800$ ir $A + E = 700$ gauname $B > A$. Iš $B + D \geq 1000$ ir $B + C = 900$ gauname $D > C$. Taigi $D > C > E$. Kita vertus, iš $C + E \geq 1000$ ir $B + C = 900$ gauname $E > B$. Vadinasi, $D > C > E > B > A$, t.y. didžiausias svoris yra D .

23. (B) 45

! Trapecijos $ABCD$ įstrižainių susikirtimo tašką pažymėkime raide E :



Trikampių ADB ir ACB plotai lygūs, nes jie turi bendrą kraštinę AB ir aukštinių, nuleistų atitinkamai iš viršūnių D ir C į kraštinę AB ilgiai sutampa (trapecijos $ABCD$ pagrindai AB ir CD yra lygiagrečiose tiesėse). Vadinasi, trikampio BEC plotas lygus trikampio AED plotui, t.y. lygus 10.

Trikampiai DAE ir EAB turi bendrą aukštinę, nuleistą iš viršūnės A . Kadangi trikampio DAE plotas dvigubai didesnis už trikampio EAB plotą, tai atkarpa DE yra dvigubai ilgesnė už atkarpa EB . Kita vertus, trikampiai DCE ir ECB taip pat turi bendrą aukštinę, nuleistą iš viršūnės C . Vadinasi, trikampio DCE plotas dvigubai didesnis už trikampio ECB plotą, kuris lygus 10. Taigi trikampio DCE plotas lygus 20. Todėl visos trapecijos plotas lygus $10 + 5 + 10 + 20 = 45$.

24. Ⓓ 56

! Uždavinių, kuriuos išsprendė abi mergaitės, skaičių pažymėkime x . Už kiekvieną tokį uždavinį pirmoji jį išsprendusi mergaitė gavo 4 taškus, o antroji – 1 tašką. Taigi už šiuos uždavinius Gerda ir Sofija kartu surinko $5x$ taškų. Abi mergaitės išsprendė po 60 uždavinių. Vadinasi, Gerda išsprendė $60 - x$ uždavinių, kurių nei vieno nepadarė Sofija. Už šiuos uždavinius Gerda surinko $4 \cdot (60 - x)$ taškų. Be to, Sofija taip pat išsprendė $60 - x$ uždavinių, iš kurių nei vieno nepadarė Gerda. Už juos Sofija gavo $4 \cdot (60 - x)$ taškų. Iš viso mergaitės kartu surinko 312 taškų. Tada galima parašyti: $5x + 4(60 - x) + 4(60 - x) = 312$. Iš čia gauname $x = 56$.

25. Ⓒ 3 : 2

! Jei pirmoji kelionės dalis truko $\frac{2}{3}$ planuoto laiko t ir jos metu buvo nuvažiuota $\frac{3}{4}$ planuoto atstumo s , tai pirmosios dalies kelionės greitis buvo

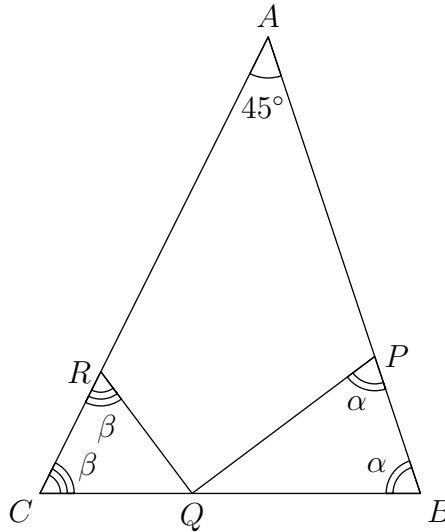
$$\frac{\frac{3}{4}s}{\frac{2}{3}t} = \frac{9s}{8t}.$$

Panašiai, antrosios dalies greitis, kai per $\frac{1}{3}t$ laiko Martynas nuvažiavo $\frac{3}{4}s$ atstumo, lygus

$$\frac{\frac{1}{4}s}{\frac{1}{3}t} = \frac{3s}{4t}.$$

Todėl greičių santykis yra

$$\frac{\frac{9s}{8t}}{\frac{3s}{4t}} = \frac{3}{2}.$$

26. Ⓒ 90° ! Pažymėkime kampus $\angle ABC = \alpha$ ir $\angle ACB = \beta$:

Kadangi $PQ = BQ$ ir $RQ = CQ$, tai trikampiai PQB ir RQC yra lygiašoniai, todėl $\angle BPQ = \angle PBQ = \alpha$ ir $\angle QRC = \angle RCQ = \beta$. Kadangi trečiasis trikampio ABC kampas lygus 45° , tai pirmųjų dviejų kampų suma $\alpha + \beta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. Be to,

$$\angle PQB = 180^\circ - \angle BPQ - \angle PBQ = 180^\circ - 2\alpha \quad \text{ir}$$

$$\angle RQC = 180^\circ - \angle QRC - \angle RCQ = 180^\circ - 2\beta.$$

Tada

$$\begin{aligned} \angle PQR &= 180^\circ - \angle PQB - \angle RQC \\ &= 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) - (180^\circ - 2\beta) \\ &= 2(\alpha + \beta) - 180^\circ \\ &= 2 \cdot 135^\circ - 180^\circ = 90^\circ. \end{aligned}$$

27. Ⓑ 5

! Pažymėkime tiesuolių skaičių T , melagių skaičių M , pokštininkų, kurie melavo atsakydami į pirmą klausimą, P_M , o pokštininkų, kurie sakė tiesą atsakydami į pirmą klausimą, P_T . Į pirmą klausimą „Ar tu tiesuolis?“ visi tiesuoliai atsakė „taip“, visi melagiai melavo ir atsakė „taip“. Be to, lygiai P_M pokštininkų, atsakydami į šį klausimą, taip pat melavo ir atsakė „taip“. Vadinasi,

$$T + M + P_M = 17. \quad (1)$$

Į antrą klausimą „Ar tu pokštininkas?“ visi melagiai atsakė „taip“ (melavo). Be to, visi pokštininkai, kurie į šį klausimą atsakė „taip“, sakė tiesą, todėl atsakydami į pirmą klausimą jie melavo (kiekvienas pokštininkas sako tiesą ir meluoja pakaitomis). Vadinasi, lygiai P_M pokštininkų į antrą klausimą atsakė „taip“. Taigi $M + P_M = 12$. Iš čia ir iš (1) lygybės, gauname $T = 17 - (M + P_M) = 17 - 12 = 5$. Vadinasi, grupėje yra lygiai 5 tiesuoliai.

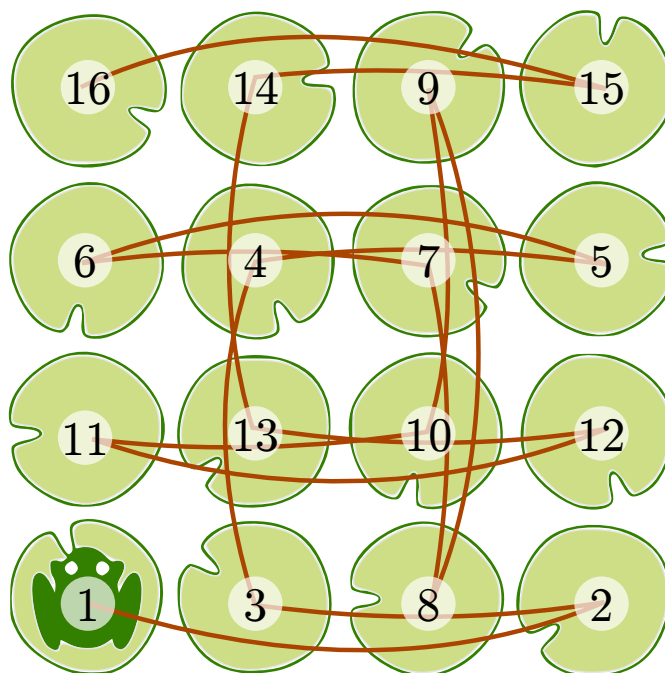
Pastaba. Konkurse pateiktoje šio uždavinio sąlygoje lietuvių kalba įsivėlė klaida – antruoju klausimu buvo teirujamasi, ar žmogus yra melagis, trečiuoju – ar pokštininkas, o šie klausimai turėjo būti užduoti atvirkščia tvarka. Dėl to šio uždavinio nebuvo įmanoma išspręsti.

28. © 273

! Kiekvieną iš 13 lentoje parašytų skaičiaus 13 kartotinių padalinkime iš 13. Gausime 13 skirtingų natūraliųjų skaičių, tarp kurių mažiausiai 11 bus nelyginiai (nes, pagal sąlygą, lygiai du lentoje parašyti skaičiai yra lyginiai). Didžiausias iš bet kurių 11 nelyginių skaičių yra ne mažesnis už 21. Vadinasi, didžiausias iš lentoje parašytų skaičių yra ne mažesnis už $13 \cdot 21 = 273$. Kita vertus, skaičiai 13, 26, 39, 52, 65, 91, 117, 143, 169, 195, 221, 247, 273 tenkina uždavinio sąlygą.

29. (A) 16

! Paveikslėlyje pavaizduota, kaip varlė turėtų šokinėti, kad aplankytų visus lelijos lapus. Yra ir daugiau būdų varlei aplankyti visus lelijos lapus.

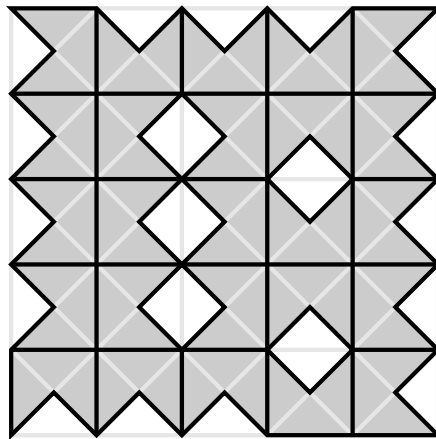


Beje, paveikslėlyje matyti, kad varlės šokinėjimo maršrutas yra uždaras, t.y. iš paskutinės lelijos varlė gali persokti į pirmąją. Taigi varlė galėtų aplankyti visas lelijas, pradėdama šokinėti nuo bet kurios iš jų.

! Kiekvienos 5×5 kvadrato kampinės plytelės bent vienas kraštas išilgai to kvadrato kraštinės bus juodas. Vadinasi, 5×5 kvadrato kraštinėse yra mažiausiai 4 juodos vienetinės atkarpos.

Kiekviena 1×1 plytelės juoda kraštinė, esanti 5×5 kvadrato viduje, glaudžiasi su dar vienos 1×1 plytelės juoda kraštinė. Taigi 5×5 kvadrato viduje esančių juodų vienetinių atkarpų skaičius yra lyginis. Kita vertus, 5×5 kvadrato viduje yra lygiai 25 plytelės, todėl šiame kvadrato iš viso yra $25 \cdot 3 = 75$ juodos atkarpos. Vadinasi, 5×5 kvadrato kraštinėse juodų vienetinių atkarpų skaičius yra nelyginis. Taigi 5×5 kvadrato kraštinėse yra mažiausiai 5 juodos vienetinės atkarpos.

Paveikslėlyje pavaizduota, kaip iš duotų 1×1 plytelių sudėti 5×5 kvadratą, kad jo kraštinėse būtų lygiai 5 juodos vienetinės atkarpos.



Atsakymai

Uždavinio Nr.	Atsakymas
1	D
2	D
3	A
4	C
5	E
6	E
7	D
8	E
9	B
10	D
11	E
12	B
13	B
14	E
15	B
16	C
17	B
18	A
19	D
20	A
21	E
22	D
23	B
24	D
25	C
26	C
27	B
28	C
29	A
30	B