KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS

KENGŪRA 2011

MAŽYLIS, NYKŠTUKAS

I–IV KLASĖS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius-sudarytojas JUOZAS MAČYS

TEV
VILNIUS 2011

UDK 51(079.1)
Ke–108

Autorius-sudarytojas *Juozas Mačys*

Redaktorius *Valdas Vanagas*
Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*
Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*
Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Aldona Žalienė*
Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė http://www.tev.lt

© Leidykla TEV, Vilnius, 2011
© Juozas Mačys, 2011
© Dail. Sigita Populaigienė, 2011

ISBN 978–609–433–046–9

TURINYS

Pratarmė 4

Geriausiųjų sąrašai 6

Dalyvio kortelės pavyzdys 11

2011 m. konkurso užduočių sąlygos 12

Nykštukas (I ir II klasės) 12

Mažylis (III ir IV klasės) 16

Sprendimai 20

Nykštukas (I ir II klasės) 20

Mažylis (III ir IV klasės) 25

Atsakymai 32

PRATARMĖ

Paprastai žiūrint, „Kengūros“ konkursas tėra pora dešimčių (tiesa, labai nekasdieniškų) matematikos uždavinių, susitikimas su kuriais už sprendėjo suolo trunka gerą valandą. Ir viskas. Tik tiek.

Paprastai žiūrint, ir mūsų garsiausiojo alpinisto Vlado Vitkausko paskutinis metras įkopiant į Everestą irgi susidėjo ne iš šimto judesių, o kai kurie iš jų gal ir apskritai tebuvo tik krustelėjimai. Tiesa, tie krustelėjimai turėjo būti nežmoniškai sunkūs.

Tačiau kodėl tiek daug žmonių tų kopimų imasi į realius kalnus ir kodėl net per 5 milijonus vidurinės mokyklos mokinių kasmet pavasarį kopia į „Kengūros“ kalnelius? Kuo tie „Kengūros“ kalneliai tokie patrauklūs, kokios ten aukštumėlės atsiveria? Juk dabar jau nebeišsisuksi burbtelėjęs: „jie neturi ką veikti, tai ir sprendinėja visokius uždavinukus“. Juk nepasakysi, kad milijonai taip jau ir neturi ką veikti šitokioje „pramogų gadynėje“.

Ar tik ne todėl, kad tie milijonai gerai žino, jog baigiamajame kopime jų laukia nors ir įveikiami, bet kartu ir labai gražūs, patrauklūs uždaviniai, kuriuos spręsdamas gali „užsikabinti“ pačia tauriausia to žodžio teikiama prasme? Kaip tai žinojo (o jei ne — tai sužinojo) per 60 000 Lietuvos mokinių, dalyvavusių konkurse 2011 metais. Juk konkursas — it žavus tornadas (o tokių irgi būna) — negriaudamas supurto įtemptą mokyklos dienų tėkmę ir pralėkęs palieka beveik nematomą, bet aiškų pėdsaką visų susidūrusių su juo vaizduotėse. Jo imi ilgėtis dažnai pats to nesuvokdamas — žymia dalimi būtent iš to ilgesio pamatyti paprastų, gražių bei viliojančių uždavinių ir atsiranda milijonai dalyvaujančiųjų.

Valanda darbo kiekvienų metų kovo mėnesio trečiąjį ketvirtadienį vainikuoja begalę įdėtų pastangų ir kruopštų triūsą, neįkyriai visam išminties trokštančiam pasauliui be paliovos įrodydama, kad ir matematikos užduotis sprendžiant galima patirti žaismingumą, spėliojimo azartą, žaibiškus, netikėtus proto nušvitimus.

Nepamirškime, kad vertinami yra tik konkurso dalyvių atsakymai, o atsakymą kiekvienoje užduotyje reikia pasirinkti iš duotųjų. Ar tikrai teisingas tas atsakymas, kuris iš pirmo žvilgsnio atrodo labiausiai tikėtinas? Ar tas uždavinys tikrai toks sunkus, kad verčiau jį praleisti? O gal tereikia pastebėti kokią smulkmeną, savaime nekrintančią į akis, ir uždavinys iš karto išsispręs? Ar pasėdėti prie šio uždavinio dar kelias minutes? O gal verčiau rizikuoti ir iš karto spėti labiausiai patinkantį atsakymą? Juk jei pataikysi — priklausomai nuo uždavinio sunkumo gausi 3, 4 ar 5 taškus, tačiau jei rizika nepasiteisins ir prašausi pro šalį — bus blogiau nei jei išvis jokio atsakymo nežymėtum. Mat už klaidingą atsakymą iš bendros taškų sumos su šaltu buhalteriniu tikslumu atimama ketvirtis to, kas būtų pridėta atsakius teisingai. (Visgi pastebėsime, kad į minusą nusiristi „Kengūros“ konkurse neįmanoma, nes kiekvienam mokiniui vien už dalyvavimą skiriama pakankamai taškų.)

Su panašiais klausimais konkurso dalyviai susiduria dažnai, nes „Kengūros“ uždavinių sprendimai būna gana netikėti, kviečiantys sprendėją padaryti atradimą — peršokti per standartinio mąstymo barikadas. Taip kinta milijonų sprendėjų požiūris į tai, kokia gi būna (šmaikšti) užduotis ir iš kelių minčių bei paprastų sakinių jau gali „sukristi“ jos sprendimas — štai jau, regis, net gali atskirti, už kurių sąlygos žodžių ar skaičių slapstosi tikrasis atsakymas.

Dabar stabtelėkime akimirkai ir paklausykime kelių žodžių iš „Kengūros“ gelmių Lietuvoje ir visame pasaulyje. Kas gi mums tą kasmetinį viesulą siunčia?

Kaip nesunku nuspėti, konkurso idėja gimė ir labai sėkmingai rutuliojosi Australijoje, o Europoje ji ėmė sklisti iš Prancūzijos. Prancūzai suteikė „Kengūrai“ ir jos dabartinę organizacinę išvaizdą. Lietuvoje prie „Kengūros“ konkurso ištakų stovėjo ir labai daug nuveikė įvairios institucijos, mokyklos ir kitos savo gyvenimą švietimui paskyrusios organizacijos bei entuziastingi pradininkai. Kalbant šiek tiek žaismingiau, būtent jų galingomis pastangomis grakštaus bei efektyvaus mokymo simboliu tapęs gyvūnas su visa savo mokslo kariauna buvo atviliotas ir, drįstame tai sakyti nedvejodami, negrįžtamai atšuoliavo pas mus bei įsikūrė Nemuno žemėje.

Tarp sumaniai į Lietuvą „Kengūros“ konkursą viliojusių institucijų pirmiausiai minėtini Švietimo ir mokslo ministerija, Matematikos ir informatikos institutas bei Vilniaus universitetas, o nenutylint žmonių pirmiausiai reikėtų paminėti — čia būtent tas atvejis, kai nutylėti būtų nepadoru — Lietuvos ŠMM vyriausiąją matematikos specialistę Marytę Skakauskienę.

O šiaip, „Kengūrai“ nuolat mūsų gyvenime randantis, viskas vyksta kaip visur, kur rimtai dirbama. Ir „Kengūros“ ratas sukasi kiaurus metus — net vasaromis, kai, atrodytų, tik atostogos, geriausiai konkurse pasirodžiusieji mokiniai kviečiami į stovyklas, kur gali dalyvauti tiek sportiniuose, tiek „kengūriniuose“ (sportiškai matematiniuose), tiek kituose smagiuose renginiuose. O rudenį ekspertai, suvažiavę iš viso pasaulio, renka uždavinius konkursui, per žiemą jie verčiami į dešimtis kalbų, adaptuojami ir pritaikomi taip, jog kartais atrodo, kad jie sugalvoti kaimyniniame miestelyje. Vien Lietuvoje „Kengūra“ kalba keturiomis kalbomis: lietuvių, lenkų, rusų ir anglų.

Tik taip, nepastebimai bei nenuleidžiant rankų, ir gali užgimti konkursas, keičiantis jo dalyvių požiūrį į matematiką. Tik tai ir teparodo, kaip moderniam žmogui duoti deramą pasirengimą dar modernesnei mus užgriūnančiai ateičiai, į kurią jam lemta žengti.

Šis kelias neišvengiamas — juo teks eiti. Eiti bus įdomu, kartais šiek tiek baugu, gal net sunku — bet jo vingiai įveikiami, o jį pasirinkusiųjų užmojai stebinantys.

Kas gi mūsų laukia kelionėje? Šioje knygelėje pateikti konkurso uždaviniai, pro kuriuos 2011 metų kovo 17 dieną keliavo ir gausiai sprendė I–II klasių („Nykštuko“ amžiaus grupė) ir III–IV klasių („Mažylio“ amžiaus grupė) mokiniai. Be to, norintys pasitikrinti, ar jie tikrai gerai sprendė, panūdę pasižiūrėti, kaip dar galima spręsti šiuos uždavinius arba kaip juos pajėgia spręsti jų pateikėjai, knygelėje ras ir visų uždavinių atsakymus su sprendimais.

Kaip visi žino, norint rasti ar pasirinkti teisingą atsakymą iš kelių duotųjų, ne visada būtina griežtai išspręsti uždavinį ar kaip kitaip perkratyti visą pasaulio išmintį, todėl ir knygelėje pateikiami kai kurių uždavinių ne tik griežti matematiniai sprendimai (jie žymimi ženklu **!**), bet ir jų „kengūriniai“ sprendimai, paaiškinantys, kaip nusigauti iki teisingo atsakymo, uždavinio iki galo taip ir neišsprendus (tokie sprendimai-nusigavimai pažymėti ženklu **?**). Kai vienokių ar kitokių sprendimo būdų yra daugiau nei vienas, jie žymimi ženklais **??**, **!!**, **!!!** ir pan. Nors konkurse-žaidime pakanka klaustuku pažymėto sprendimo, tikimės, kad matematikos galvosūkių sportu užsikrėtusiam skaitytojui nebus svetimas ir azartas išsiaiškinti viską iki galo bei pereiti uždavinio lynu be penkių atsakymų apsaugos.

Tad kviečiame keliauti ir pavaikštinėti juo kartu su „Kengūra“ — išmėginti turimas jėgas bei žadinti savo kūrybines galias, kurių jūs, mieli skaitytoji, šitiek daug turite!

Romualdas Kašuba

Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą*.
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: Pavardė P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

- Lietuvių ☐
- Lenkų ☐
- Rusų ☐
- Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9(G1)	10(G2)	11(G3)	12(G4)
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o už klaidingą atsakymą atimama 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2009

2011 m. konkurso užduočių sąlygos

NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

N1. Kam lygi skaičiaus 2011 skaitmenų suma?

A) 202 **B**) 31 **C**) 4 **D**) 13

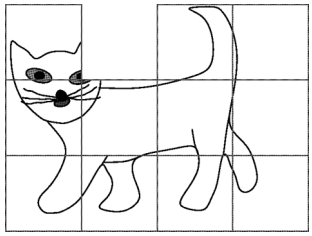
N2. Kotrynos lėlė su suknele, turi dvi kasas, o rankoje laiko vieną gėlytę. Kuriame paveikslėlyje pavaizduota Kotrynos lėlė?

A) **B)** **C)** **D)**

N3. Po žiemos sezono sporto parduotuvėje liko 12 porų slidžių batų. Kiek slidžių batų liko toje parduotuvėje?

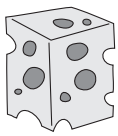
A) 6 **B**) 12 **C**) 24 **D**) 4

N4. Dėlionėje trūksta vienos kortelės. Kuria kortele reikia papildyti dėlionę?



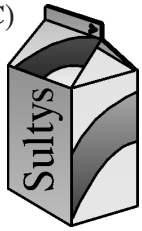
A) **B)** **C)** **D)**

N5. Šios dienos data — 2011 03 17. Po produktu parašytas jo galiojimo laikas. Kuris produktas nebetinkamas?

A) 
2011 09 15

B)

2012 03 04

C) 

2011 06 11

D)

2011 02 25

N6. Martyno močiutė po 36 metų švęs savo šimtąjį gimtadienį. Kiek metų Martyno močiutei dabar?

A) 74 **B**) 64 **C**) 66 **D**) 36

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

N7. Ona turi šunų, taip pat 4 kates. Kačių ausų skaičius lygus šunų kojų skaičiui. Kiek šunų turi Ona?

A) 8 **B**) 2 **C**) 4 **D**) 6

N8. Simas turi du vienodus akvariumus. Pirmame iš jų yra 26 litrai vandens, antrame — 42 litrai. Kiek litrų vandens Simas turi perpilti iš antro akvariumo į pirmą, kad abiejuose akvariumuose vandens būtų tiek pat?

A) 6 **B**) 16 **C**) 10 **D**) 8

N9. Žemiau matome traukinių tvarkaraščio fragmentą.

IŠVYKIMAS IŠ DRUSKININKŲ					
Į VILNIŲ	6:55	8:30	9:35	11:15	12:50

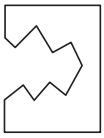
Dabar yra 8:45. Tomas važiuos iš Druskininkų į Vilnių artimiausiu traukiniu. Traukinys įveikia tą kelią per 2 valandas 45 minutes. Kelintą valandą Tomas bus Vilniuje?

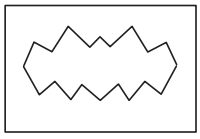
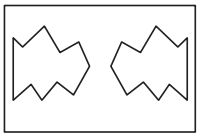
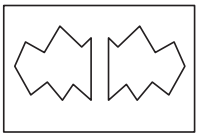
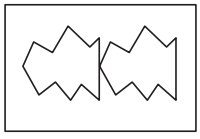
A) 11:25 **B**) 12:20 **C**) 11:10 **D**) 12:05

N10. Už tris vienodus spalvotus pieštukus, du tušinukus ir du trintukus Kotryna sumokėjo 11 Lt 60 ct. Ona pirko tokius pat vieną spalvotą pieštuką, du tušinukus ir du trintukus, o sumokėjo 8 Lt 40 ct. Kiek kainavo spalvotas pieštukas?

A) 1 Lt 20 ct **B**) 1 Lt 50 ct **C**) 1 Lt 60 ct **D**) 3 Lt 20 ct

N11. Neda popieriaus lapą sulenkė pusiau ir iškirpo iš jo gabalą, kaip pavaizduota paveikslėlyje šalia. Kuris iš apačioje pavaizduotų lapų yra atlenktas Nedos karpinys?



A) 
B) 
C) 
D) 

N12. Ponas Zigmas turi tris dukteris. Jauniausiai 5 metai. Vidurinė 4 metais jaunesnė už vyriausiąją ir 6 metais vyresnė už jauniausiąją dukterį. Kiek metų vyriausiajai pono Zigmo dukteriai?

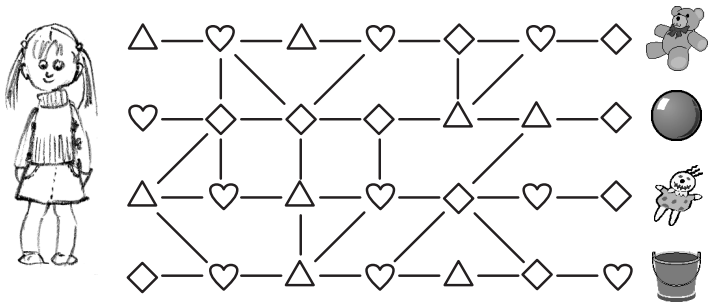
A) 10 **B**) 11 **C**) 9 **D**) 15

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

N13. Gėlių parduotuvėje gėlės pamerktos į tris vazas. Vienoje yra 16 gėlių, antroje — 11, o trečioje — 17. Pardavėja pardavinėjo tik puokštes iš 5 gėlių. Tam tikru momentu ji pamatė, kad nebegali sudaryti tokios puokštės net iš visų likusių gėlių. Kiek gėlių liko parduotuvėje?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4

N14. Kad susirastų savo žaisliuką, Onutė turi eiti keliu, nužymėtu vienas po kito ženklais △, ♡, ◇, △, ♡, ◇, △, ♡, ◇.



Kuris žaislas priklauso Onutei?

A) **B)** **C)** **D)**

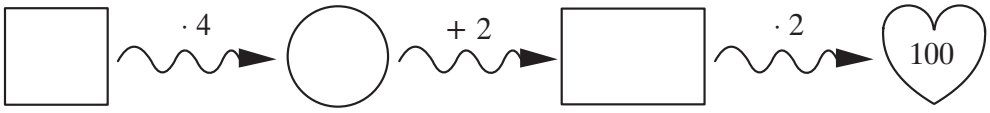
N15. Šuo Amsis, katinas Murklys ir 4 beždžionytės kartu sveria 24 kg. Amsis ir viena beždžionytė kartu sveria 11 kg, o Murklys ir 2 beždžionytės kartu sveria 1 kilogramu mažiau nei Amsis ir viena beždžionytė kartu. Kiek sveria katinas Murklys?

A) 3 kg **B**) 4 kg **C**) 5 kg **D**) 6 kg

N16. Agnė, Kamilė, Mikas ir Darius varžėsi, kas suvalgys daugiau obuolių. Darius suvalgė obuolių daugiau už Kamilę, o Mikas — mažiau nei Agnė. Darius varžytuvių nelaimėjo. Kas suvalgė daugiausiai obuolių?

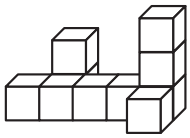
A) Agnė **B**) Kamilė **C**) Mikas **D**) Nustatyti neįmanoma

N17. Kokį skaičių reikia įrašyti į kvadratą, kad atlikę veiksmus gautume 100?

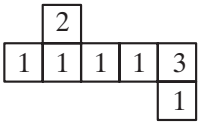


A) 11 **B**) 9 **C**) 14 **D**) 12

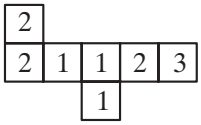
N18. Paulius ir Jonas statė statinius iš vienodų kubinių trinkelių. Pauliaus statinys pavaizduotas 1 paveikslėlyje, o 2 paveikslėlyje matome to statinio vaizdą iš viršaus. Jono pastatyto statinio vaizdą iš viršaus matome 3 paveikslėlyje. (Dėmesio: skaičiai rodo, kiek trinkelių toje vietoje sukrauta viena ant kitos.)



1 pav.

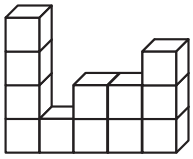


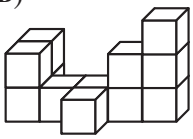
2 pav.

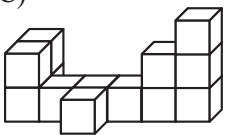


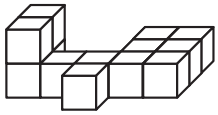
3 pav.

Kurį statinį sustatė Jonas?

A) 

B) 

C) 

D) 

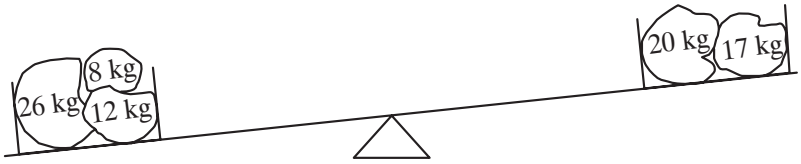
MAŽYLIS (III ir IV klasės)

KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

M1. Balys nusprendė pasidaryti didžiulį plakatą su žodžiu ŽALGIRIS. Kiekvieną dieną jis išvedžioja po raidę. Balys pradeda dirbti trečiadienį. Kurią dieną jis parašys paskutinę raidę?

A) Pirmadienį **B**) Antradienį **C**) Trečiadienį
D) Ketvirtadienį **E**) Penktadienį

M2. Urvinis žmogus nori pasiekti, kad akmenys kairėje ir dešinėje svertų vienodai.



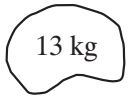
Kurį akmenį jis turi pridėti prie akmenų, kad svoriai pasidarytų vienodi?

A)

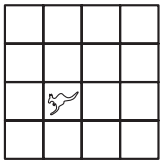
B)

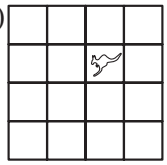
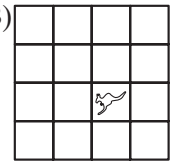
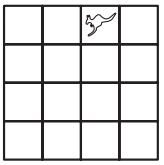
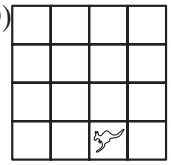
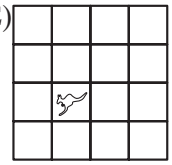
C)

D)

E) 

M3. Žaisliukas yra viename iš kvadrato langelių (žr. paveikslėlį). Jonas keletą kartų perstumia žaisliuką iš vieno langelio į gretimą. Iš pradžių jis stumia žaislą į dešinę, tada aukštyn, tada į kairę, tada žemyn, o tada į dešinę. Kuris paveikslėlis rodo, kur atsidurs žaisliukas?

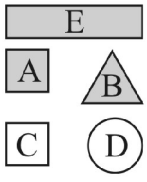


A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

M4. Simas atsikėlė prieš pusantros valandos. Po trijų su puse valandos jis sės į traukinį ir važiuos pas močiutę. Kiek valandų praeis nuo jo atsikėlimo iki išvykimo?

A) Dvi valandos **B**) Trys su puse valandos **C**) Keturios valandos
D) Keturios su puse valandos **E**) Penkios valandos

M5. Marytė pasirinko vieną iš pavaizduotų figūrų. Tai ne kvadratas. Ta figūra — pilka. Ji gal apskrita, o gal trikampė. Kurią figūrą pasirinko Marytė?



A) A **B**) B **C**) C **D**) D **E**) E

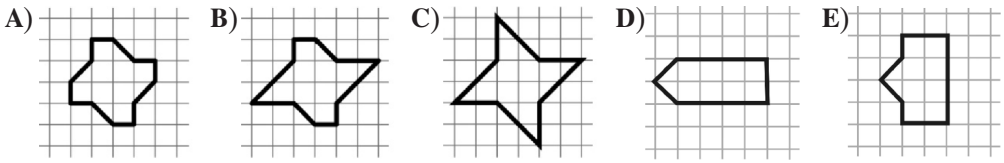
M6. Už tris porcijas ledų Elena užmokėjo 1 litą ir 50 centų. Mikas užmokėjo 2 litus ir 40 centų už du pyragaičius. Kiek už vieną porciją ledų ir vieną pyragaitį užmokėjo Ignas?

A) 1 Lt 70 ct **B**) 1 Lt 90 ct **C**) 2 Lt 20 ct **D**) 2 Lt 70 ct **E**) 3 Lt 90 ct

M7. Bokšto laikrodis muša valandas tiek kartų, kuri yra valanda (pavyzdžiui 9:00 jis muša 9 kartus). Dar jis po vieną kartą muša pusvalandžius (pavyzdžiui, 9:30 jis muša vieną kartą). Kiek kartų muš laikrodis nuo 7:55 iki 10:45?

A) 6 **B**) 18 **C**) 27 **D**) 30 **E**) 33

M8. Kurios figūros plotas didžiausias?

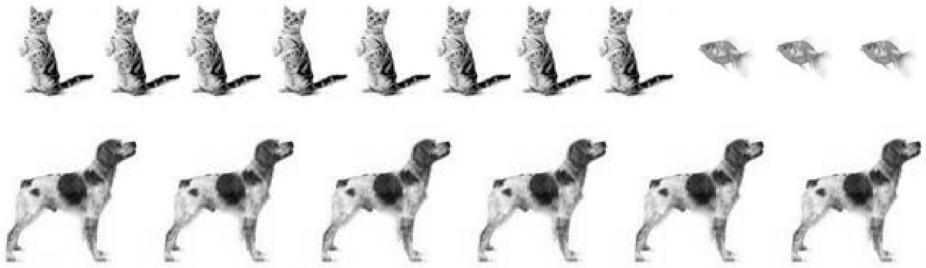


KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

M9. Pardavėja kiaušiniams sudėti turi dviejų dydžių dėžutes: 6 kiaušinių ir 12 kiaušinių. Kiek mažiausiai dėžučių jai prireiks sudėti 66 kiaušinius?

A) 5 **B**) 6 **C**) 9 **D**) 11 **E**) 13

M10. Kiekvienas klasės mokinys turi vieną arba du gyvūnėlius. Visi jų gyvūnėliai pavaizduoti paveikslėlyje.



Du mokiniai turi ir šunį, ir žuvytę. Trys mokiniai turi ir katę, ir šunį. Kiti mokiniai turi po vieną gyvūnėlį. Kiek mokinių toje klasėje?

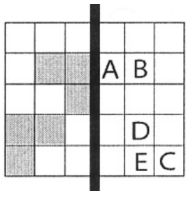
A) 11 **B**) 12 **C**) 13 **D**) 14 **E**) 17

M11. Jonas kišenėje turi 13 monetų, visos yra 5 arba 10 centų. Kuris skaičius negali reikšti visų Jono turimų centų?

A) 80 **B**) 60 **C**) 70 **D**) 115 **E**) 125

M12. Popieriaus lapas sulenkiamas per storąją liniją.
Kurios raidės neuždengs pilkas kvadratėlis?

A) A **B**) B **C**) C **D**) D **E**) E



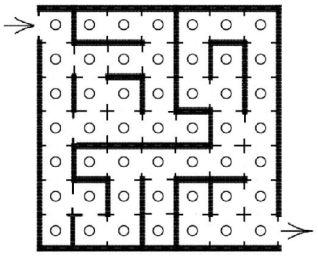
M13. Alius, Birutė, Celestinas, Danguolė, Elena ir Feliksas kiekvienas meta kauliuką. Jiems visiems atvirto skirtingas akučių skaičius. Aliui atvirto dukart didesnis akučių skaičius nei Birutei. Aliaus skaičius triskart didesnis už Celestino. Danguolės skaičius keturiskart didesnis už Elenos. Kiek akučių atvirto Feliksui?

A) 2 **B**) 3 **C**) 4 **D**) 5 **E**) 6

M14. Viktorina vyksta pagal tokias taisykles. Kiekvienas dalyvis gauna iš pradžių 10 taškų ir turi atsakyti į 10 klausimų. Už teisingą atsakymą 1 taškas pridedamas, už klaidingą atsakymą 1 taškas atimamas. Julius iš viso surinko 14 taškų. Keli iš jo atsakymų buvo klaidingi?

A) 7 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 3 **E**) 6

M15. Kiekviename magiškojo labirinto kvadratėlyje yra sūrio gabaliukas. Pelytė Mitė nori susirinkti sūrio kuo daugiau, bet ji negali į kvadratėlį patekti dukart. Kiek daugiausiai sūrio gabaliukų gali susirinkti Mitė?



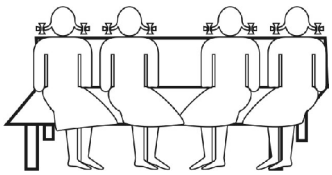
A) 17 **B**) 33 **C**) 37 **D**) 41 **E**) 49

M16. Švenčiant gimtadienį kiekvienas iš dviejų vienodų pyragų buvo padalytas į keturias lygias dalis. Tada kiekviena iš dalių buvo padalyta į tris lygius gabalus. Kai kiekvienas vakarėlio dalyvis pasiėmė po gabalą, dar liko trys gabalai. Kiek vaikų šventė gimtadienį?

A) 24 **B**) 21 **C**) 18 **D**) 27 **E**) 13

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

M17. Keturios draugės Alė (A), Dalė (D), Ulė (U) ir Valė (V) sėdėjo ant suoliuko. Iš pradžių Alė susikeitė vietomis su Ule. Vėliau Ulė susikeitė su Vale. Dabar mergaitės sėdi ant suoliuko (iš kairės į dešinę) tokia tvarka: ADUV. Kokia tvarka jos sėdėjo iš pradžių?

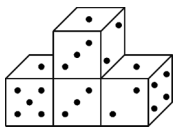


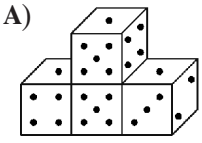
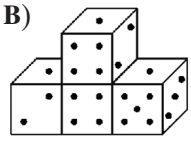
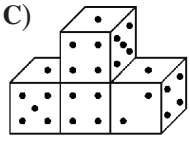
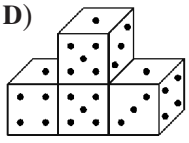
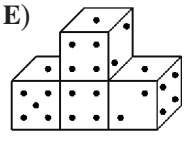
A) ADUV **B**) AUVD **C**) UDVA **D**) DAUV **E**) VADU

M18. Elektroninis laikrodis visada rodo keturis skaitmenis. Kiek kartų per parą jis rodo visus keturis vienodus skaitmenis? (Paveikslėlyje laikrodis rodo du skirtingus skaitmenis.)

A) 1 **B**) 24 **C**) 3 **D**) 5 **E**) 12

M19. Iš priekio pavaizduotas statinys sudarytas iš keturių vienodų lošimo kauliukų. Bet kurių dviejų priešingų sienų akučių suma yra 7. Kaip statinys atrodo iš užpakalio?

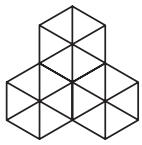


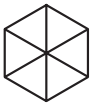
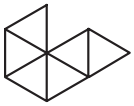
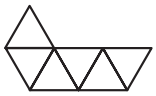
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

M20. Paveikslėlyje pavaizduotos trys kortelės. Iš jų galima sudaryti įvairius skaičius, pavyzdžiui, 989 ar 986. Kiek triženklių skaičių galima sudaryti iš šių kortelių?

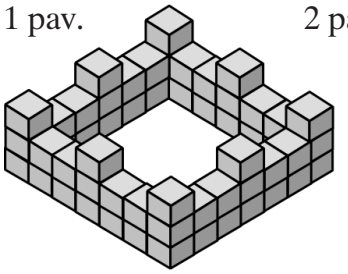
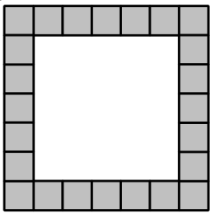
A) 4 **B**) 6 **C**) 8 **D**) 9 **E**) 12

M21. Andrius sudėliojo dešinėje pavaizduotą ornamentą iš vienodų detalių, dėdamas jas vieną šalia kitos. Iš kurių detalių Andrius negalėtų sudėlioti savo ornamento?



A)  **B)** **C)**  **D)**  **E)**

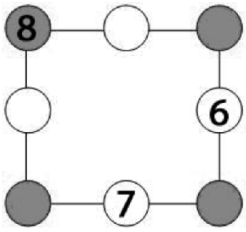
M22. Pirmame paveikslėlyje pavaizduota pilis, sustatyta iš kubų. Iš viršaus ta pilis atrodo kaip antrame paveikslėlyje.

1 pav.  2 pav. 

Kiek kubų prireikė piliai sustatyti?

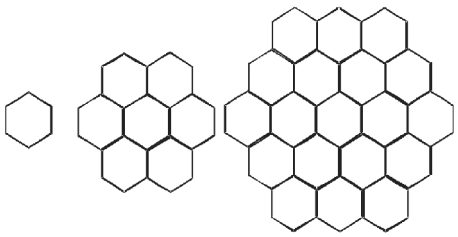
A) 56 **B**) 60 **C**) 64 **D**) 68 **E**) 72

M23. Jonas skaičius 6, 7 ir 8 įrašė į skritulius, kaip parodyta paveikslėlyje. Dabar jis nori skaičius 1, 2, 3, 4 ir 5 įrašyti į likusius skritulius taip, kad kiekvienoje kvadrato kraštinėje skaičių suma būtų lygi 13. Kam bus lygi skaičių suma keturiuose užtušuotuose skrituliuose?



A) 12 **B**) 13 **C**) 14 **D**) 15 **E**) 16

M24. Silvija paeiliui piešia figūras, sudarytas iš šešiakampių (žr. pav.).



Iš kelių šešiakampių bus sudaryta penkta figūra?

A) 37 **B**) 49 **C**) 57 **D**) 61 **E**) 64

SPRENDIMAI

NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

N1. Ⓒ 4

! Sudėję skaičiaus 2011 skaitmenis, turime: $2+0+1+1=4$.
Teisingas atsakymas **C**.

N2. Ⓑ

? Galime peržiūrėti atsakymus. Lėlė **A** be kasyčių, be kasyčių ir **C**. Lėlė **B** su suknele, su kasytėmis ir laiko vieną gėlytę, taigi tenkina sąlygą.
Renkamės atsakymą **B**.

A)
B)
C)
D)

! Iki išsamaus sprendimo liko patikrinti atsakymą **D**. Bet jis netinka — lėlė **D** laiko dvi gėlytes.
Teisingas atsakymas **B**.

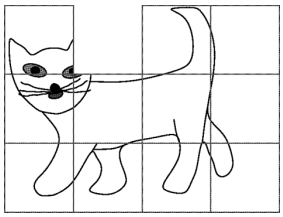
!! Koks gi sprendimas būtų trumpiausias? Trys lėlės su suknelėmis, trys laiko po vieną gėlytę, todėl geriausiai pradėti nuo kasyčių. Su kasytėmis lėlės **B** ir **D**, bet lėlė **D** laiko dvi gėlytes. Lieka tik lėlė **B**. Dar sąlyga reikalauja, kad lėlė būtų su suknele. Lėlė **B** tokia ir yra.

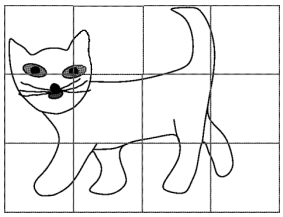
N3. Ⓒ 24

! Kadangi batų pora — tai du batai, tai 12 porų yra $2\cdot 12=24$ batai.
Teisingas atsakymas **C**.

N4. Ⓐ

! Matome, kad dėlionėje trūksta dalies akytės (žr. 1 pav.).

1 pav. 

2 pav. 

Kadangi akytė tamsi, tai tiktų tik kortelės **A** ir **D**. Bet dėlionėje trūksta ir ausytės, kurios aukštis apie pusė kortelės, todėl kortelė **D** netinka, ir lieka **A**, kuri ir tinka dėlionei (žr. 2 pav.). Teisingas atsakymas **A**.

N5. Ⓓ

2011 02 25

! Nebetinkamas tik tas produktas, kuriame nurodyta diena yra ankstesnė nei 2011 03 17. Iš datų 2011 09 15, 2012 03 04, 2011 06 11 ir 2011 02 25 tokia data vienintelė — tai 2011 02 25. Vadinasi, nebetinkama vartoti yra grietinė.
Teisingas atsakymas **D**.

N6. Ⓑ 64

Kadangi močiutei 100 metų sukaks po 36 metų, tai jai dabar yra $100 - 36 = 64$ metai.
Teisingas atsakymas **B**.

N7. Ⓑ 2

Onos katės turi $4 \cdot 2 = 8$ ausis. Vadinasi, Onos šunys turi 8 kojas. Bet vienas šuo turi 4 kojas, todėl šunų yra $8 : 4 = 2$.
Teisingas atsakymas **B**.

N8. Ⓓ 8

Iš viso akvariumuose yra $26 + 42 = 68$ litrai vandens. Kai vandens akvariumuose bus po lygiai, tai kiekviename iš jų bus $68 : 2 = 34$ litrai vandens. Vadinasi, iš antro akvariumo Simas turi nupilti tiek, kad jame liktų 34 litrai. Taigi Simas turi nupilti į pirmą akvariumą $42 - 34 = 8$ litrus vandens.
Teisingas atsakymas **D**.

N9. Ⓑ 12:20

Kadangi dabar yra 8 valandos 45 minutės, tai artimiausias traukinys bus 9 val. 35 min.

IŠVYKIMAS IŠ DRUSKININKŲ					
Į VILNIŲ	6:55	8:30	9:35	11:15	12:50

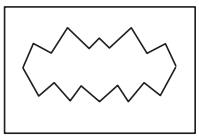
Tomas traukiniu važiuos 2 val. 45 min., todėl Vilniuje bus

9 val. 35 min. + 2 val. 45 min. = 11 val. 80 min.,

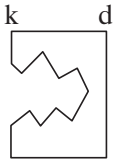
t. y. 12 val. 20 min.
Teisingas atsakymas **B**.

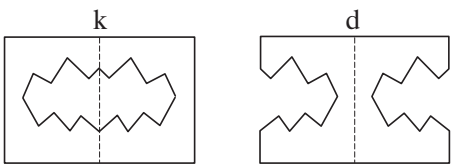
N10. Ⓒ 1 Lt 60 ct

Kotryna pirko dviem pieštukais daugiau ir mokėjo 11 Lt 60 ct − 8 Lt 40 ct = 3 Lt 20 ct daugiau. Vadinasi, vienas pieštukas kainuoja 3 Lt 20 ct : 2 = 1 Lt 60 ct.
Teisingas atsakymas **C**.

N11. Ⓐ 

Pasižiūrėkite į paveikslėlį, kuriame pavaizduotas sulenktas Nedos karpinys. Čia svarbu nepražiopsoti, kad jame lenkimo linija gali būti kairėje (k), o gali būti ir dešinėje (d). Atlenkę atitinkamai gausime tokius paveikslėlius:





Antro paveikslėlio tarp atsakymų nėra, o pirmas paveikslėlis — tai **A**.
Teisingas atsakymas **A**.

N12. Ⓓ 15

! Kadangi vidurinė duktė 6 metais vyresnė už jauniausiąją, tai jai $5 + 6 = 11$ metų. Bet vyriausioji 4 metais vyresnė už vidurinę, todėl jai $11 + 4 = 15$ metų.
Teisingas atsakymas **D**.

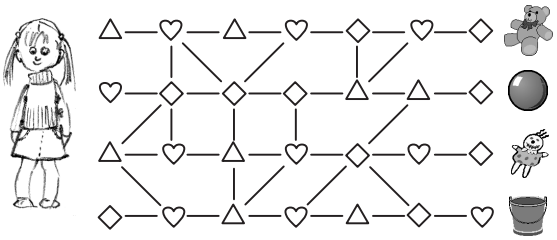
!! Galima skaičiuoti ir kiek kitaip. Kadangi vyriausioji vyresnė už vidurinę 4 metais, o vidurinė vyresnė už jauniausiąją 6 metais, tai vyriausioji vyresnė už jauniausiąją $4 + 6 = 10$ metų. Vadinasi, vyriausiajai dukteriai yra $5 + 10 = 15$ metų.

N13. Ⓓ 4

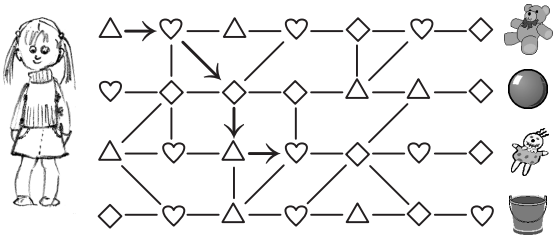
! Iš viso gėlininkė turėjo $16 + 11 + 17 = 44$ gėles. Kadangi puokščių ji pardavė kiek tik galėjo, tai pardavė $40 = 5 \cdot 8$ gėlių, o jai liko 4 gėlės.
Teisingas atsakymas **D**.

N14. Ⓐ

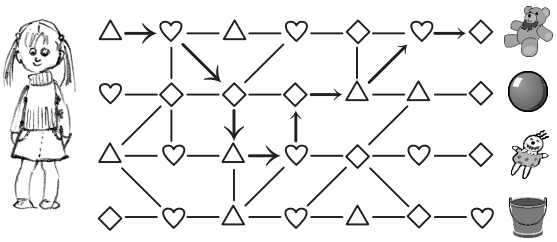
! Turime eiti keliu △, ♡, ◇, △, ♡, ◇, △, ♡, ◇. Pradedame nuo pirmo ženklo — trikampiuko (△), jis yra I ir III eilėse. Dabar reikia eiti pro širdutę (♡), taigi atsidursime I, III arba IV eilėje.



Bet iš IV eilės širdelės į kvadratėlį (◇) nebepateksime. Taigi esame antro stulpelio I arba III eilėje. Dabar galime patekti į II eilės pirmuosius du kvadratėlius. Iš pirmojo kvadratėlio į trikampiuką patekti galima tik į III eilės pirmą stulpelį, bet tada kelias veda į širdutę, iš kurios (kaip jau matėme) į kvadratėlį vienu ėjimu nebepatenkame. Taigi lieka tik antra galimybė, ir po to galima leistis žemyn į trikampiuką.



Iš jo į širdutę galima eiti tik į dešinę. Iš širdutės į kvadratėlį galima eiti į dešinę ir į viršų. Bet nuėjus į dešinę nebėra kelio per trikampiuką į širdutę. Vadinasi, einame iš III eilutės IV stulpelio širdutės į kvadratėlį viršun, tada vienintelis kelias dešinėn į trikampiuką, o iš jo į širdutę ir į kvadratėlį. Atsidūrėme prie meškiuko.



Teisingas atsakymas **A**.

!! Matome, kad toks aprašymas vargina. Susitarkime žymėti kiekvieną ženklą eilutės (iš viršaus į apačią) numerio ir stulpelio (iš kairės į dešinę) numerio pora; pavyzdžiui, kairysis apatinis kvadratėlis bus (4; 1), o dešinysis viršutinis — (1; 7). Tada mūsų maršrutas bus

$$\triangle\,(1;1) \to \heartsuit\,(1;2) \to \diamondsuit\,(2;3) \to \triangle\,(3;3) \to \heartsuit\,(3;4) \to \diamondsuit(2;4) \to$$
$$\to \triangle\,(2;5) \to \heartsuit\,(1;6) \to \diamondsuit\,(1;7).$$

Taigi patekome prie meškiuko — tai ir yra Onutės žaislas.
Teisingas atsakymas **A**.

!!! Ir vis dėlto yra daug trumpesnis būdas atspėti atsakymą arba išsamiai spręsti — pradėti nuo galo. Kadangi mums dabar reikia iš kvadratėlio per širdutę patekti į trikampiuką, tai vienintelė galimybė yra

$$\diamondsuit\,(1;7) \to \heartsuit\,(1;6) \to \triangle\,(2;5).$$

Vadinasi, jau aišku, kad pradėti galima tik nuo meškiuko, taigi atsakymą jau turime. Įsitikinkime, kad taip ateisime iki pat pradžios. Iš $\triangle\,(2;5)$ reikia eiti per kvadratėlį į širdutę. Bet jei eisime

$$\triangle\,(2;5) \to \diamondsuit\,(1;5) \to \heartsuit\,(1;4),$$

tai toliau per trikampiuką nebepatenkame į kvadratėlį. Vadinasi, einame

$$\triangle\,(2;5) \to \diamondsuit\,(2;4) \to \heartsuit\,(3;4).$$

Iš širdutės reikia per trikampiuką patekti į kvadratėlį, tam yra tik viena galimybė

$$\heartsuit\,(3;4) \to \triangle\,(3;3) \to \diamondsuit\,(2;3).$$

Iš šito kvadratėlio einame per širdutę į pirmo stulpelio trikampiuką:

$$\diamondsuit\,(2;3) \to \heartsuit\,(1;2) \to \triangle\,(1;1).$$

Kaip ir turėjo būti, gavome tą patį vienintelį maršrutą, tik surašytą atvirkščiai. Beje, matematikoje dažnai griebiamasi šios gudrybės — pradedama nuo galo.

N15. Ⓑ 4 kg

! Kadangi Amsis ir beždžionytė sveria 11 kg, tai Murklys ir 2 beždžionytės sveria $11 - 1 = 10$ kg. Todėl abi šios kompanijos sveria $11 + 10 = 21$ kg. Bet tai yra Amsio, Murklio ir 3 beždžionyčių svoris. Vadinasi, 1 beždžionytė sveria $24 - 21 = 3$ kg. Kadangi Murklys ir 2 beždžionytės sveria 10 kg, tai vienas Murklys sveria $10 - 2 \cdot 3 = 4$ kg.
Teisingas atsakymas **B**.

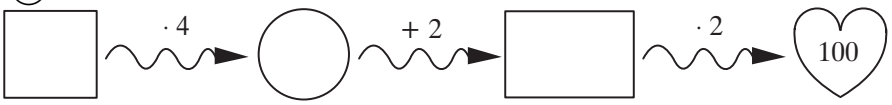
N16. Ⓐ Agnė

? Kadangi Kamilė suvalgė obuolių mažiau už Darių, o Darius varžybų nelaimėjo, tai ne jie suvalgė daugiausiai. Kadangi Agnė suvalgė daugiau už Miką, tai ji ir laimėjo varžybas.
Renkamės atsakymą **A**.

! Žinoma, dalyvaujant konkurse sprendimo **?** visai užtenka. Bet gali kilti klausimas — o gal taip iš viso būti negalėjo? Todėl visai neblogai tokiais atvejais pavyzdžiu parodyti, kad taip būti galėjo.

Sakykime, kad Agnė suvalgė 6 obuolius, Mikas — 5 obuolius, Darius — 4 obuolius, o Kamilė — 3 obuolius. Tada uždavinio sąlygos tikrai išpildytos: Darius suvalgė daugiau už Kamilę, Mikas — mažiau nei Agnė, Darius varžybų nelaimėjo.
Pavyzdys leidžia ne tik patikrinti, ar situacija įmanoma. Dar daugiau — pavyzdžiu dažnai „pagauname“ savo klaidą, padarytą sprendime.
Teisingas atsakymas **A**.

N17. Ⓓ 12

! 

Vėl (kaip ir 14 uždavinį) verta pradėti spręsti nuo galo:

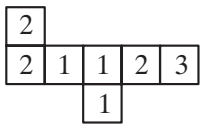
$$100 : 2 = 50, \qquad 50 - 2 = 48, \qquad 48 : 4 = 12.$$

Teisingas atsakymas **D**.

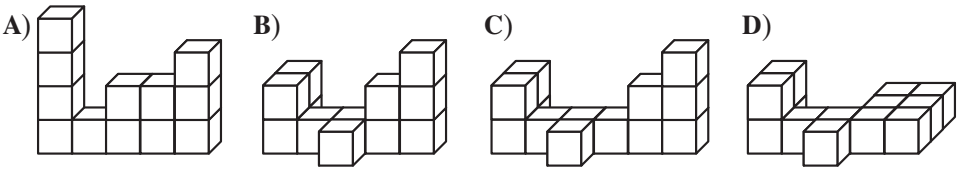
!! Žinoma, galima spręsti ir taip: $(x \cdot 4 + 2) \cdot 2 = 100$, ir atspėti x nesunku.
Bet čia galima apsieiti ir be skliaustų: stačiakampyje yra $x \cdot 4 + 2$, o pradėjus nuo galo — jame yra $100 : 2 = 50$. Turime $x \cdot 4 + 2 = 50$, ir vėl atspėjame x.

N18. Ⓑ

? Iš sąlygos 3 pav. matome, kad dešinėje turi stovėti 3 trinkelių bokštas, taigi atsakymas **D** netinka (ten dešiniojo galo aukštis — 1 trinkelė). Kairės pusės aukštis — 2 trinkelės, taigi atkrinta ir statinys **A** (čia kairiojo galo aukštis — 4 trinkelės). Atkrinta ir atsakymas **C** — čia 3 trinkelės sudaro eilę, kurios aukštis — 1 trinkelė. Lieka statinys **B**.
Renkamės atsakymą **B**.



3 pav.



!! Kad sprendimas **?** taptų išsamus, reikia patikrinti, ar statinio **B** vaizdas iš viršaus bus toks kaip 3 pav. Tuo nesunkiai įsitikiname.
Teisingas atsakymas **B**.

!!! Dar vienas būdas — skaičiuoti trinkeles.
3 paveikslėlis rodo, kad jų turi būti $2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 = 12$. Bet statiniuose **C** ir **D** matome po 13 trinkelių (o gal jų pasislėpusių yra ir daugiau), taigi lieka **A** ir **B** — juose matome po 12 trinkelių. Bet priekinėje eilėje turi būti tik 1 trinkelė, taigi **A** netinka. Liko statinys **B**. Kadangi jau matome 12 trinkelių, tai daugiau jų (pasislėpusių) nėra.

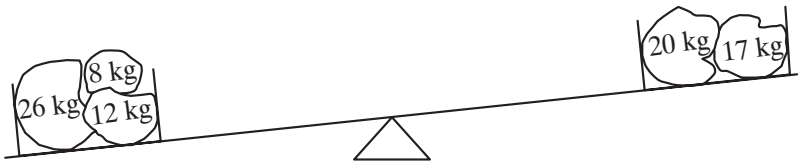
MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. Ⓒ Trečiadienis

Žodyje ŽALGIRIS yra 8 raidės. Antrą raidę Balys išvedžios po 1 dienos, trečią — po dviejų dienų, o 8 — po 7 dienų. Bet septynios dienos — tai savaitė, o po savaitės vėl bus trečiadienis.
Teisingas atsakymas **C**.

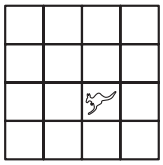
M2. Ⓒ 9 kg

Kairės pusės akmenys sveria $26 + 12 + 8 = 46$ kg, o dešinės pusės — $20 + 17 = 37$ kg.

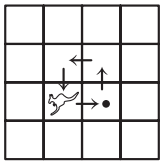


Vadinasi, reikia prie dešinės pusės akmenų pridėti $46 - 37 = 9$ kg.
Teisingas atsakymas **C**.

M3. Ⓑ



Sąlygos paveikslėlyje rodyklėmis nurodykime žaisliuko kelią. Matome, kad jis atsidurs trečios eilutės trečiame stulpelyje, t. y. kaip tai pavaizduota paveikslėlyje **B**.
Teisingas atsakymas **B**.

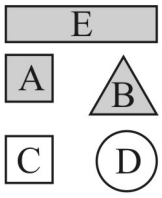


M4. Ⓔ Penkios valandos

Nuo atsikėlimo iki išvykimo praeis 1 h 30 min + 3 h 30 min = 5 h.
Teisingas atsakymas **E**.

M5. Ⓑ B

Kadangi Marytės psirinktoji figūra ne kvadratas, bet pilka, tai yra viena iš figūrų **B** ir **E**. Bet **E** nei apskrita, nei trikampė, taigi lieka figūra **B**.
Teisingas atsakymas **B**.



M6. Ⓐ 1 Lt 70 ct

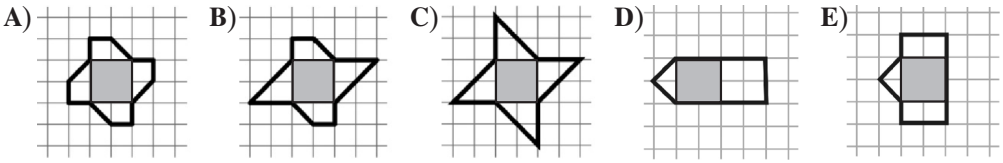
Kadangi 3 porcijos ledų kainavo 1 Lt 50 ct, tai viena porcija kainavo $150 : 3 = 50$ ct. Kadangi 2 pyragaičiai kainavo 2 Lt 40 ct, tai pyragaitis kainavo 2 Lt 40 ct : $2 = 1$ Lt 20 ct. Vadinasi, 1 porcija ledų ir vienas pyragaitis kainavo 50 ct + 1 Lt 20 ct = 1 Lt 70 ct.
Teisingas atsakymas **A**.

M7. Ⓓ 30

! Nuo 7:55 iki 10:45 laikrodis muš 8, 9 ir 10 valandą ir pusvalandžius 8:30, 9:30 ir 10:30. Taigi iš viso jis muš $8+9+10+1+1+1=30$ kartų.
Teisingas atsakymas **D**.

M8. Ⓒ

! Į kiekvieną figūrą įeina sveiki kvadratėliai ir jų pusės. Laikykime 1 kvadratėlio plotą vienetu, tada pusės kvadratėlio plotas bus $\frac{1}{2}$.
Suskaičiuojame, kiek kvadratėlių ir kiek pusikių įeina į figūras. Skaičiuoti patogu horizontalėmis.
A) $\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+3\right)+\left(3+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+1\right)=10$;
B) $\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+3+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+3+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+1\right)=11$;
C) $2\left(\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}\right)+2\left(\frac{1}{2}+3+\frac{1}{2}\right)=12$;
D) $\left(\frac{1}{2}+4\right)\cdot 2=9$;
E) $2\cdot 2+2\left(\frac{1}{2}+2\right)=9$.
Taigi didžiausią plotą turi figūra **C**.
Teisingas atsakymas **C**.

!! 

Galima skaičiuoti ir paprasčiau. Iškirpkime iš visų figūrų po kvadratą 2×2. Tada figūroje **A** liks plotas $4\cdot 1\frac{1}{2}=6$, **B** liks $2\cdot 1\frac{1}{2}+2\cdot 2=7$, **C** liks $4\cdot 2=8$, **D** liks $4+1=5$, **E** liks $2\cdot 2+1=5$. Daugiausiai ploto (8 vienetai) liks figūroje **C**.

!!! Visas figūras horizontale padalykime į dvi vienodas. Tada pusė figūros **A** turi plotą $1\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}=$ $=5$, pusė figūros **B** turi plotą $1\frac{1}{2}+4=5\frac{1}{2}$, pusė figūros **C** turi plotą $2+4=6$, pusė figūros **D** turi plotą $4\frac{1}{2}$, pusė figūros **E** turi plotą $4\frac{1}{2}$. Iš šių plotų didžiausias — pusė **C**.

M9. Ⓑ 6

! Galima elgtis kaip parduotuvėje — iš pradžių galvoti tik apie didžiausias dėžutes (mokėdami visada pradedame nuo didžiųjų kupiūrų). Tada dedame 12, dar 12, dar 12, dar 12, dar 12 ir sudedame $12\cdot 5=60$ kiaušinių. Lieka 6 kiaušiniai — juos dedame į mažąją (arba didžiąją) dėžutę. Taigi prireikė 6 dėžučių.
Teisingas atsakymas **B**.

M10. Ⓑ 12

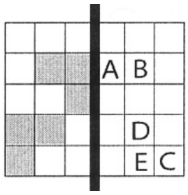
! Kadangi 5 mokiniai turi po 2 gyvūnėlius, tai jie turi $2\cdot 5=10$ gyvūnėlių. Bet paveikslėlyje matome 17 gyvūnėlių, taigi lieka 7 gyvūnėliai. Kadangi tuos 7 gyvūnėlius laikantys mokiniai jų turi po vieną, tai tų mokinių yra 7. Pridėję anuos 5 mokinius, turime 12.
Teisingas atsakymas **B**.

M11. Ⓑ 60

? Jeigu visos monetos būtų po 5 centus, tai sudarytų $13\cdot 5=65$ centus. Jei visos monetos būtų po 10 centų, tai jos sudarytų 130 centų. Vadinasi, Jono turimų pinigų suma yra tarp 65 ir 130. Todėl Jonas negali turėti 60 centų.
Renkamės atsakymą **B**.

! Bet gal dar yra sumų, kurių Jonas negali turėti?
Pirma abejonė — ar gali Jonas turėti 65 centus ar 130 centų? Tai reikštų, kad Jonas turi tik vienos vertės monetų. O sąlygą galima ir suprasti dvejopai — gal jis turi ir 5-cenčių, ir 10-cenčių, o gal turi tik vienos kurios nors vertės monetų. Vis dėlto mūsų uždavinio atveju tai nėra tiek svarbu: nei atsakymo 65 centai, nei atsakymo 130 centų tarp nurodytųjų nėra. Liko įsitikinti, kad visos kitos sumos Jonui įmanomos. Paprasčiausia tai padaryti taip.
Imkime 13 dešimtcenčių, t. y. 130 centų. Pakeitę vieną 10-centį 5-cenčiu, sumą sumažinsime 5 centais. Pakeitę du 10-cenčius, ją sumažinsime $5 \cdot 2$ centais, ir t. t. Vadinasi, paprasta gauti visas sumas nuo 130 iki 65, dalias iš 5. Taigi galima gauti ir sumas, nurodytas atsakymuose **A**, **C**, **D**, **E**.
Teisingas atsakymas **B**.

M12. Ⓔ E



! Raides E, B, D, C uždengs kvadratėliai, simetriški lenkimo linijos atžvilgiu. Neuždengta liks tik raidė E — jai simetriškas kvadratėlis neužtušuotas.
Teisingas atsakymas **E**.

M13. Ⓓ 5

! Geriausia pradėti nuo Danguolės: jos akučių skaičius dalijasi iš 4, o toks skaičius tarp 1, 2, 3, 4, 5, 6 vienintelis — tai 4. Vadinasi, Elenai atvirto 1. Trigubas Celestino skaičius ne didesnis už 6, todėl jo skaičius ne didesnis už 2. Bet 1 jau užimtas, taigi Celestinui atvirto 2, o Aliui — triskart daugiau, t. y. 6. Birutei atvirto dvigubai mažesnis skaičius nei Alei, todėl jos skaičius 3. Taigi Feliksui liko 5.
Teisingas atsakymas **D**.

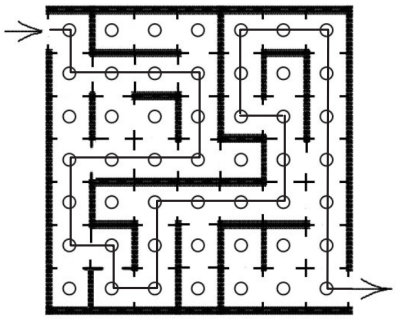
M14. Ⓓ 3

? Labai paprasta atspėti teisingą atsakymą. Pradėkime nuo vidurinio 5 (atsakymas **C**). Tada Julius turėtų 5 klaidingus, 5 teisingus atsakymus ir surinktų $10+5-5=10$ taškų. Vadinasi, klaidingų atsakymų buvo mažiau. Jeigu tai 4 (atsakymas **B**), tai jis būtų surinkęs $10+6-4=$ $=12$ taškų. Taigi tai turėtų būti 3 (atsakymas **D**). Ir iš tikrųjų, tada Julius gauna $10+7-3=$ 14 taškų.
Renkamės atsakymą **D**.

! Sakykime, kad klaidingi buvo k atsakymų. Tada teisingi buvo $10-k$ atsakymų. Taigi Julius surinko $10+10-k-k=14$ taškų. Matome, kad tinka $k=3$.
Teisingas atsakymas **D**.

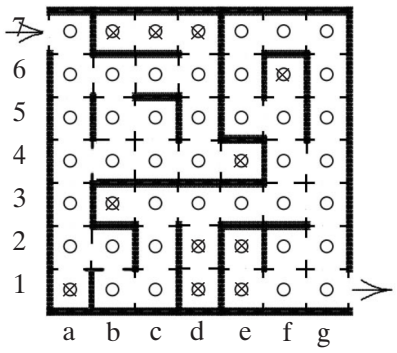
!! Galima apsieiti ir be lygčių. Jeigu Julius atsakytų į visus klausimus, jis gautų 20 taškų. Neatsakęs į kurį klausimą, jis praranda 1 tašką, kurio už tą klausimą neuždirba, ir dar 1 tašku jis baudžiamas už klaidingą atsakymą. Taigi 1 neteisingas atsakymas jam kainuoja 2 taškus. Kadangi Julius surinko 14 taškų, tai jis prarado $20-14=6$ taškus, o tai reiškia, kad jis neteisingai atsakė į $6:2=3$ klausimus.
Teisingas atsakymas **D**.

M15. Ⓒ 37



? Keletą kartų pabandę, greitai randame neblogą maršrutą iš 37 langelių.
Renkamės atsakymą **C**.

?? O gal tiesiog mums nepasisekė, ir galima aplankyti daugiau langelių? Kad būtų lengviau kalbėtis, sunumeruokime langelius šachmatiškai. Pasirodo, patogu kalbėti apie langelius, iš kurių išeiti nebegalima. Pavyzdžiui, jei jau patekome į langelį a1, tai į jį patekome iš a2. Grįžti į a2 pagal sąlygą nebegalima, o kito kelio iš a1 nėra. Pavadinkime a1 aklaviete. Panašios aklavietės yra d1, e2, b3, e4, f6, b7 — iš jų judėti nebeįmanoma. O patekę į vieną iš jų, nebepateksime į kitą. Taigi jau aišku, kad maršrutas nebus ilgenis kaip $7\cdot 7-5=44$ langeliai, ir atsakymas **E** netinka.



Nesunku įsitikinti, kad netinka ir atsakymas **D** 41. Už aklavietę b7 ne ką geresni ir langeliai c7 ir d7 — į juos patekę, būtinai pateksime ir į aklavietę. Tokie pat „pusakliai“ yra ir langeliai e1, d2. Kadangi Mitės maršrutas turi užsibaigti langeliu g1, tai ji negali patekti į minėtus blogus langelius a1, d1, e1, d2, e2, b3, e4, f6, b7, c7, d7, o jų yra 11. Vadinasi, pelytės maršrutas ne ilgesnis kaip 38 langeliai.
Dabar jau galima neabejoti, kad teisingas atsakymas **C**.

! Kitas dalykas, jeigu šitame uždavinyje teisingas atsakymas nebūtų duotas. Pavyzdžiui, ar negali būti maršruto iš 38 langelių? Pasirodo — ne, negali: yra dar vienas langelis, langelis a5, kurio aplankyti tikrai neverta. Iš tikrųjų, pirmi du ėjimai labirinte yra a7 ir a6. Dabar reikia rinktis — eiti į a5 ar į b6. Eikime į a5, tada toliau priversti eiti į a4, o dabar jau blogai. Jeigu eisime į a3, tai niekad nebepateksime į dar 9 langelius (neskaitant aklųjų) — b4, c4, d4, b5, c5, d5, b6, c6, d6, ir maršrutas bus ne ilgesnis kaip $38-9=29$ langeliai. O jeigu eisime į b4, tai į a5 nebepateksime: į a5 galima patekti tik iš b4, ir jeigu kada nors eisime iš b4 į a5, langelyje a5 užstrigsime.
Įrodėme, kad negalime patekti į 12 langelių, taigi maršruto ilgis ne didesnis už 37. O kad įmanomas 37 langelių maršrutas — jau matėme.
Teisingas atsakymas **C**.

M16. Ⓑ 21

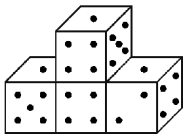
! Du pyragus padalijus į 4 dalis, pasidarė $4\cdot 2=8$ dalys. Kai kiekvieną jų perpjovė į 3, buvo $3\cdot 8=24$ gabalai. Kadangi liko 3 gabalai, tai dalyviai suvalgė $24-3=21$ gabalą. Vadinasi, dalyvių ir buvo 21.
Teisingas atsakymas **B**.

M17. Ⓒ UDVA

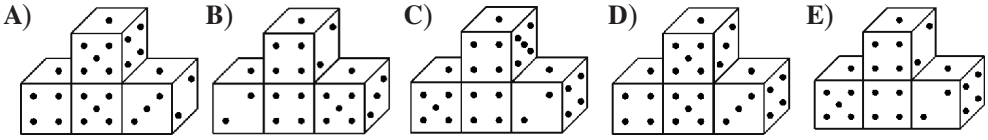
! Ir šį uždavinį geriausia spręsti nuo galo. Kai Ulė susikeitė vietomis su Vale, mergaitės sėdėjo tvarka ADUV. Vadinasi, prieš tai jos sėdėjo tvarka ADVU. Bet taip jos susėdo, kai Alė susikeitė su Ule — vadinasi, prieš tai (t. y. iš pradžių) jos sėdėjo tvarka UDVA.
Teisingas atsakymas **C**.

M18. Ⓒ 3

! Kai laikrodis rodo 4 vienodus skaitmenis, tai valandų abu skaitmenys sutampa. Taigi tai gali būti tik 00, 11, 22 (nes net jeigu laikrodis rodo valandas iki 24, tai didesnio kaip 2 pirmo skaitmens būti negali, beje, paveikslėlis mums sufleruoja, kad čia būtent toks laikrodis: jeigu jis rodytų valandas „angliškai“, iki 12, tai laikrodis tuo momentu rodytų 03:51). Bet tokių valandų skaičius gali atitikti ir minučių skaičiai 00, 11, 22. Beje, gali kilti abejonė, kad laikrodis vidurnaktį rodo ne 00:00, o 24:00. Tada atsakymas būtų ne 3, o 2 — bet tokio atsakymo nėra (vėl pasufleravimas). Taigi yra trys momentai, kai laikrodis rodo 4 vienodus skaitmenis — 00:00, 11:11, 22:22.
Teisingas atsakymas **C**.

M19. Ⓒ 

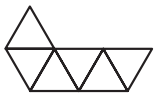
! Kadangi žiūrint iš užpakalio kairysis kauliukas stovi dešinėje, tai apatiniai kauliukai (iš kairės į dešinę) rodys 5, 4 ir 2 akutes.



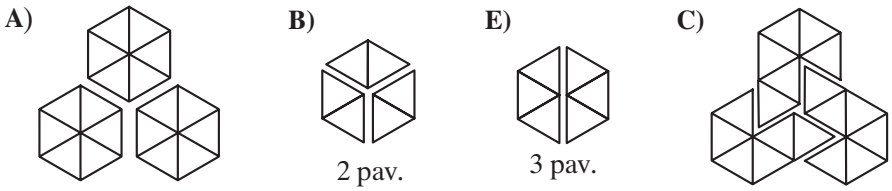
Tokie būtų atsakymai **C** ir **E**. Nepadeda ir tai, kad viršutinio kauliuko priekinė sienelė 3 — abiem atvejais iš užpakalio matysime 4. Ir padeda tik matomoji viršutinio kauliuko šoninė sienelė: dešinėje sienelėje matome 2, vadinasi, kairėje yra 5, o žiūrint iš užpakalio tas penketas bus dešinėje. Taigi lieka vienintelis atsakymas **C**. Teisingas atsakymas **C**.

M20. Ⓔ 12

! Apvertus kortelę su skaitmeniu 8, niekas nepasikeičia. Ta kortelė gali būti pirmas, antras ir trečias skaitmuo. Kiekvienu ir šių trijų atvejų kitas dvi korteles galima sudėti $2 \cdot 2 = 4$ būdais: 66, 69, 96, 99. Taigi turime $4 \cdot 3 = 12$ galimybių.
Teisingas atsakymas **E**.

M21. Ⓓ 

? Akivaizdu, kad iš šešiakampių sudėlioti ornamentą galima (žr. 1 pav.).



Kadangi iš detalių **B** ir **E** galima sudėlioti šešiakampius (žr. 2 ir 3 pav.), tai galima sudėlioti ir ornamentą. Šiek tiek daugiau išradingumo reikia sudėti ornamentą iš **C** detalių (4 pav.). Liko vienintelis atsakymas.
Renkamės atsakymą **D**.

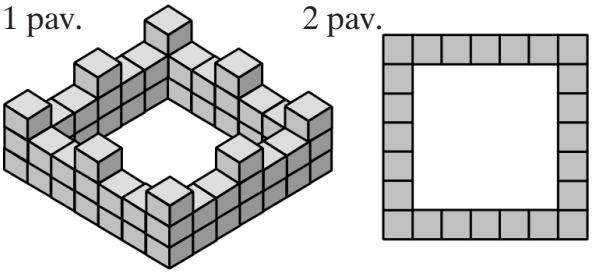
! Mums lieka įrodyti, kad iš detalių **D** sudėti ornamento negalima. Tai padaryti galima, pavyzdžiui, taip. Detalėje **D** 5 trikampiai sudaro trapeciją su pagrindais 3 ir 2. Nekreipkime dėmesio į detalės **D** trikampuką, neįeinantį į trapeciją. Kad ir kur padėtume trapeciją, kitas

tokias trapecijas galėsime padėti tik lygiagrečiai pirmajai. Bet trijų lygiagrečių juostų po 5 trikampukus mūsų ornamente nėra.
Teisingas atsakymas **D**.

M22. Ⓐ 56

! Remdamiesi 2 pav. suskaičiuojame, kiek kubų turi sienos pilnas sluoksnis: $6 \cdot 4 = 24$.

1 pav. 2 pav.



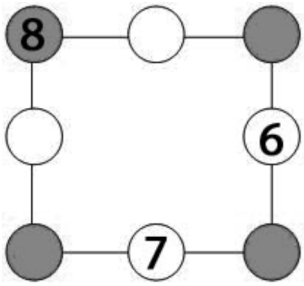
Du pilni sluoksniai turi 48 kubus, o ant jų uždėti dar 8 kubai. Iš viso turime 56 kubus.
Teisingas atsakymas **A**.

M23. Ⓔ 16

? Skaičių 5 galima įrašyti tik į dešinį apatinį skrituliuką — kitaip dviejų skaičių suma $8 + 5$ būtų jau 13, ir kraštinės skaičių suma būtų per didelė. Toliau viskas vyksta automatiškai: kairėje apačioje bus $13 - 7 - 5 = 1$, dešinėje viršuje $13 - 5 - 6 = 2$. Taigi užtušuotuose skrituliukuose bus $1 + 2 + 5 + 8 = 16$.
Renkamės atsakymą **E**.

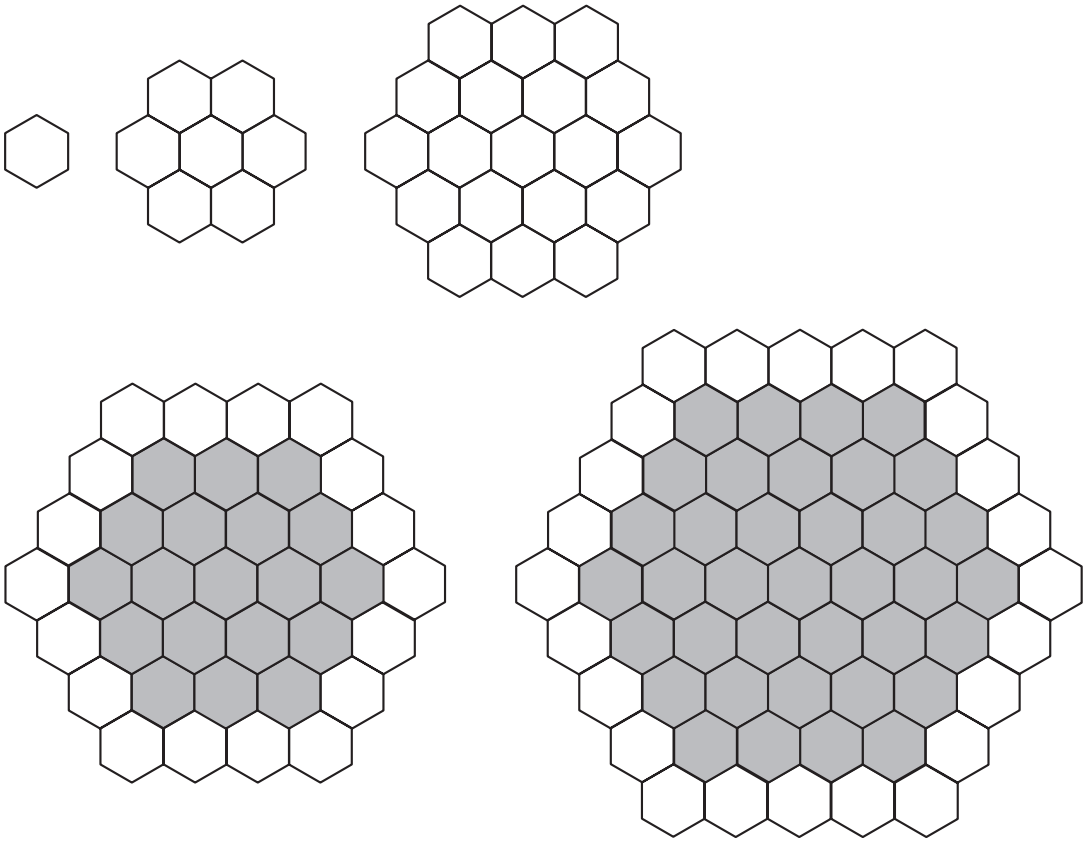
! Ko gi trūksta iki uždavinio pilno sprendimo? Ogi reikia įsitikinti, kad užpildyti pagal sąlygą skrituliukus galima (skaičiai turi skirtis ir būti nuo 1 iki 8). Tęsiame sprendimą **?**. Viršuje viduryje turėsime $13-8-2 = 3$, kairėje viduryje $13-8-1 = 4$. Vadinasi, surašyti skaičius pagal sąlygos reikalavimus įmanoma.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Galima būtų apsieiti ir be konkretaus skaičių surašymo. Sakykime, kad skaičiai jau surašyti, kiekvienas skaičius nuo 1 iki 8 parašytas vieną kartą, o kiekvienos kvadrato kraštinės skaičių suma lygi 13. Sudėkime visų kraštinių sumas: $13 \cdot 4 = 52$. Į juos užtušuotųjų skrituliukų skaičiai įeina po 2 kartus, likusieji — po 1 kartą. Todėl jeigu iš tos sumos atmesime visus kvadrato skaičius, liks kaip tik užtušuotieji skaičiai. Kadangi visų skaičių suma lygi $1+2+3+4+5+6+7+8 = 9 \cdot 4 = 36$, tai užtušuotųjų skaičių sumai lieka $52 - 36 = 16$.



M24. Ⓓ 61

Iš sąlygos paveikslėlių matome, kad kiekviena paskesnė figūra gaunama iš ankstesnės apjuosiant ją šešiakampių juosta. Antroje figūroje tą juostą sudaro 6 šešiakampiai, trečioje — 12 šešiakampių. Nupiešę ketvirtą figūrą įsitikintume, kad išorinėje juostoje yra 18 šešiakampių, o penktos figūros išorinėje juostoje — 24 šešiakampiai.



Iš viso figūra turi $1 + 6 + 12 + 18 + 24 = 61$ šešiakampį.
Teisingas atsakymas **D**.

ATSAKYMAI

Klausimo Nr.	Grupė	
	N	**M**
1	C	C
2	B	C
3	C	B
4	A	E
5	D	B
6	B	A
7	B	D
8	D	C
9	B	B
10	C	B
11	A	B
12	D	E
13	D	D
14	A	D
15	B	C
16	A	B
17	D	C
18	B	C
19		C
20		E
21		D
22		A
23		E
24		D

KENGŪRA 2011. I–IV klasės
Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai
Juozas Mačys

2011 09 29. 2 sp. l.
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius
Spausdino AB „Spauda“
Laisvės pr. 60, LT-05120 Vilnius
www.spauda.com