KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
VU MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS

KENGŪRA 2010

MAŽYLIS, NYKŠTUKAS

I–IV KLASĖS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Autorius-sudarytojas JUOZAS MAČYS

TEV
VILNIUS 2010

UDK 51(079)
Ke–108

Autorius-sudarytojas *Juozas Mačys*

Redaktorius *Valdas Vanagas*
Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*
Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*
Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Aldona Žalienė*
Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė http://www.tev.lt

© Leidykla TEV, Vilnius, 2010
© Juozas Mačys, 2010
© Dail. Sigita Populaigienė, 2010

ISBN 978–609–433–023–0

TURINYS

Pratarmė 4

2010 m. konkurso užduočių sąlygos 11

Nykštukas (I ir II klasės) 11

Mažylis (III ir IV klasės) 14

Sprendimai 18

Nykštukas (I ir II klasės) 18

Mažylis (III ir IV klasės) 22

Atsakymai 28

PRATARMĖ

Populiariausios pasaulyje mokinių matematikos varžybos yra tarptautinis *Kengūros* žaidimas-konkursas. Sumanytas Australijoje, jis bemat išplito. 1994 metais buvo įkurta asociacija „Kengūra be sienų“ (*Kangourou sans frontières*), kuriai dabar priklauso 45 šalys iš visų žemynų (išskyrus Australiją, jau seniai turinčią savo *Kengūrą*, na ir jos kaimynę Antarktidą). 2010 metais konkurse varžėsi per 5 milijonus mokinių, o į Gineso rekordų knygą jis seniai įrašytas kaip masiškiausias.

Kad mokiniai galėtų geriau pasirengti konkursams, organizavimo komiteto bei Matematikos ir informatikos instituto rūpesčiu nuo 1999 metų kasmet leidykloje TEV yra išleidžiamos konkurso užduočių ir sprendimų knygelės. Be to, leidykla TEV, bendradarbiaudama su Torunės M. Koperniko universitetu ir leidykla „Aksjomat“ (Lenkija), leidžia ankstesnių metų (kai Lietuva konkurse dar nedalyvavo) konkursų užduočių knygeles. Jau išleistos knygelės „Kengūra 1993–1998. Mažylis“, „Kengūra 1991–1998. Bičiulis“, „Kengūra 1991–1998. Kadetas“ ir „Kengūra 1991–1998. Junioras“. 2007 metais pirmą kartą konkursas buvo organizuotas ir „Nykštuko“ grupei — I ir II klasių mokiniams. Jiems rengtis konkursams taip pat išleistos knygelės „Nykštukas“ ir „Gudrutis“. Mėgstantiems spręsti uždavinius prie kompiuterio, parengti ir kompiuteriniai *Kengūros* konkursų variantai. Interneto knygyne TEVUKAS galima įsigyti tiek kiekvienų metų ir kiekvienos amžiaus grupės, tiek ir visų metų visų grupių rinkinius kompiuterinėse plokštelėse.

Lietuvoje ir kitose šalyse, 2010 metų konkursas įvyko kovo 18 dieną (laikantis taisyklės — kovo trečias ketvirtadienis). Konkurse dalyvavo per 60 tūkstančių mokinių iš daugiau kaip tūkstančio Lietuvos mokyklų. Visiems konkurse dalyvavusiems mokiniams buvo įteikti dalyvio pažymėjimai. Kiekvienas mokinys atminimui gavo konkurso užduočių tekstus ir suvenyrinį *Kengūros* pieštuką.

Konkurso rezultatai buvo apdoroti Nacionaliniame egzaminų centre. Kompiuterinė programa nustatė mokinius, kurių atsakymų rinkiniai buvo identiški, t. y. sutapo *visi* — ir teisingi, ir neteisingi atsakymai. Jei kurioje nors mokykloje toje pačioje grupėje buvo du identiški atsakymai, tai jų autoriai išskirti nuspalvinimu arba *kursyvu*. Jeigu identiškų atsakymų buvo daugiau, o jų autoriai pretendavo į savo klasės geriausiųjų penkiasdešimtuką, tai tie autoriai internete iškelti už 50-uko lentelės brūkšnio.

Rajonai ir mokyklos savo dalyvių rezultatus gali pasižiūrėti interneto svetainėje www.kengura.lt; jiems paliekama teisė patiems spręsti, buvo ar nebuvo pažeistos konkurso sąlygos (pvz., ar buvo galimybių nusirašyti, spręsti kolektyviai, spręsti ilgiau nei buvo nurodyta ir pan.) ir kaip traktuoti identiškus darbus. Penkiasdešimtukai spausdinami ir šioje knygelėje (žr. p. 6–9) — juk kiekvienam dalyviui malonu matyti savo pavardę tarp geriausiųjų. Ką gi laimi konkurso nugalėtojai, kaip jie apdovanojami? Dešimt geriausiai konkurse pasirodžiusių juniorų kartu su dar penkiais lenkų mokyklų mokiniais rugpjūtį vyko į tarptautinę kengūrininkų stovyklą Zakopanėje (Lenkija), grupė lyderių stovyklavo Minske (Baltarusija). Būrys mūsų geriausių bičiulių ir kadetų rugpjūčio pradžioje ilsėjosi ir treniravosi puikiuose „Toliejos“ poilsio namuose, įsikūrusiuose tarp ežerų ir miškų Molėtų rajone. Stovykloje buvo visų Lietuvos rajonų atstovų. Kartu ten vyko ir tarptautinė *Kengūros* stovykla, kurioje kartu su mūsų laimėtojais dalyvavo svečiai iš Lenkijos ir Baltarusijos.

Visi dalyviai, patekę į savo klasės penkiasdešimtukus, taip pat kiekvieno miesto, rajono ar savivaldybės 10 geriausių sprendėjų (net ir nepatekusių į 50-tukus) gavo *Kengūros* užrašų knygutę.

Kartą metuose *Kengūros* asociacijos šalių atstovai susirenka į visuotinį suvažiavimą. 2009 metais toks suvažiavimas vyko Minske (Baltarusija) spalio mėnesį. Jame buvo apsvarstytos užduotys 2010 metų konkursui. Prieš suvažiavimą iš įvairių šalių atsiųsti uždaviniai buvo atitinkamai suskirstyti į 5 grupes ir sudėti į storą knygą. Tokį rinkinį gavo kiekvienos šalies atstovai. Iš viso sąrašo balsuojant buvo sudarytos rekomenduojamos užduotys (kaip įprasta, mažylių grupei — 24 klausimai, kitoms grupėms — po 30 klausimų), tada užduotys buvo tikslinamos, redaguojamos, ir išvažiuodama kiekviena šalis turėjo angliškai parengtą preliminarų užduočių rinkinį (beje, be sprendimų). Vis dėlto galutinės užduotys gerokai skyrėsi nuo rekomenduotųjų — kiekviena šalis turi teisę užduotyse šį bei tą keisti, atsižvelgdama į savo skonį ir matematikos programas. Be to, šalys, organizuojančios konkursą „Nykštuko“ grupei, 18 užduočių jam rengia pačios.

Konkurso metu negalima naudotis skaičiuokliais. Konkursas testinis, — tai reiškia, kad tik vienas atsakymas iš penkių pateiktų yra teisingas, ir tą atsakymą reikia nustatyti. Gautą atsakymą dalyvis nurodo savo kortelėje (dalyvio kortelės pavyzdys įdėtas 10 psl.; ten paaiškinta, kaip ją reikia užpildyti). Jeigu jūs beveik neabejojate atsakymu, tai geriausia parašyti tą atsakymą, pasižymėti jį sau, sakykime, klaustuku, ir grįžti prie jo tik tada, jei liktų laiko (beje, jo dažniausiai nelieka). Konkursas yra labai demokratiškas — sakysime, geras, bet lėtas ir specialiai konkursui nesirengęs olimpiadininkas gali parodyti blogesnį rezultatą negu pritingintis, bet greitos orientacijos mokinys.

Vertinant darbus, už teisingą atsakymą duodamas prieš uždavinį nurodytas taškų skaičius, už nenurodytą atsakymą — 0 taškų, už nurodytą neteisingą atsakymą atimama ketvirtadalis uždaviniui skiriamų taškų. Kad nebūtų neigiamų rezultatų, kiekvienam dalyviui iš karto skiriamai taškai: nykštukams — 78, mažyliams — 54. Todėl dalyvis nykštukas iš viso gali surinkti nuo nuo 60 iki 150 taškų, mažylis — nuo 30 iki 150 taškų.

Kortelės teisingas užpildymas taip pat yra testo dalis, ir iš apsirikusių užpildant kortelę jokios pretenzijos nepriimamos. Beje, internete buvo nurodytos neteisingai kortelę užpildžiusių dalyvių pavardės, ir jiems buvo suteikta galimybė per savaitę patikslinti duomenis (dalis dalyvių ta galimybe sėkmingai pasinaudojo).

Šioje knygelėje pateiktos 2010 m. *Kengūros* konkurso užduotys ir jų sprendimai. Kad mokinys galėtų pasitreniruoti ir pasitikrinti, knygelės gale yra teisingų atsakymų lentelė. Mokinys galėtų daryti taip: pasiimti iš pradžių, pavyzdžiui, žemesnės klasės užduotį ir atlikti ją per 75 minutes. Po to jis gali pasitikrinti atsakymus ir spręsti apie savo galimybes. Lygiai tą patį jis gali atlikti su savo ar vyresnės klasės užduotimi — dauguma vyresniųjų klasių uždavinių taip pat „įkandami“ jaunesniesiems.

Knygelėje pateikti visų uždavinių detalūs sprendimai, ir truputėlį pasitreniravus, juos galima tiesiog skaityti. Kad būtų patogiau, sprendimų dalyje po uždavinio numerio iš karto nurodoma, kuris atsakymas teisingas.

? Ženklu **?** pažymėtas „spėjimas“. Žinoma, dažniausiai tas spėjimas yra sprendimas arba beveik sprendimas, tik spėjime dažniausiai remiamasi tuo, kad teisingas yra vienintelis iš penkių siūlomų atsakymų. Todėl atspėjus atsakymą ir pasitikrinus, kad jis tinka, nieko daugiau daryti nebereikia. Kai spėti atsakymą beprasmiška, spėjimas knygelėje iš viso neduodamas ir iš karto pateikiamas sprendimas. Dar kartą pabrėžiame — rengiantis *Kengūros* konkursui visiškai pakanka pabandyti savarankiškai paspręsti uždavinius ir paskaityti klaustuko ženklu pažymėtus spėjimus ar trumpą sprendimą. Keliais klaustukais žymimi kiti spėjimo būdai.

! Ženklu **!** žymimas griežtas sprendimas. Suprantama, perskaityti sprendimą labai naudinga: čia įrodoma, kad kiti atsakymai netinka, mokoma logiškai samprotauti. Tai pravers gyvenime ir mokykloje.

!! Ženklu **!!** (o kartais ir ženklu **!!!**) žymimi kiti sprendimai, dažnai trumpesni, bet reikalaujantys daugiau žinių. Keliais šauktukais taip pat žymimos pastabos, komentarai mokytojui, siūlomi sunkesni panašūs uždaviniai ir kt.

Kiek daug gali skirtis uždavinio atsakymo spėjimas (pakankamas dalyvaujant konkurse) ir to uždavinio griežtas sprendimas, labai gerai matyti, pavyzdžiui, iš uždavinių M13, M21. Apčiuopti teisingą atsakymą čia paprasta, o griežtai išspręsti uždavinį — labai sunku.

Stengiantis padėti pasirengti konkursui rusų, lenkų ir anglų mokyklų mokiniams internete pateiktos 2010 m. užduočių sąlygos jų kalbomis. Tai ypač svarbu žemesniųjų klasių mokiniams, kuriems skaityti matematinį tekstą lietuviškai sunku.

Daugiau informacijos rasite internete: http://www.kengura.lt.

Visais iškilusiais klausimais prašom kreiptis į *Kengūros* organizavimo komitetą — tel.: (8-5) 2729803 ir (8-5) 2109324, el. paštas: info@kengura.lt, adresas: Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius.

2011 metų konkursas įvyks kovo 17 dieną, o sąlygos vėl bus parengtos lietuvių, lenkų, rusų ir anglų kalbomis. Sėkmės rengiantis konkursui! Kviečiame gausiai dalyvauti!

Organizavimo komitetas

Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą.*
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: Pavardė P A V A R D E N I S

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

- Lietuvių ☐
- Lenkų ☐
- Rusų ☐
- Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9(G1)	10(G2)	11(G3)	12(G4)
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	☐

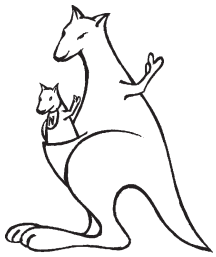
PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o už klaidingą atsakymą atimama 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2009

2010 m. konkurso užduočių sąlygos

NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

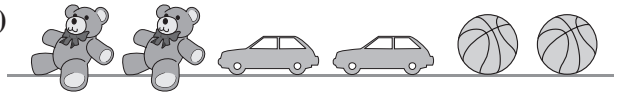


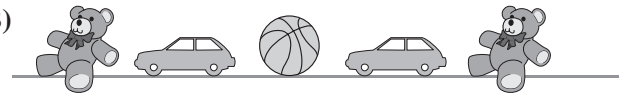
KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

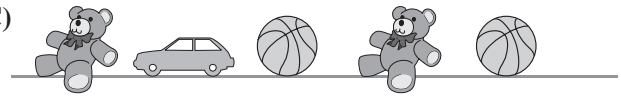
N1. Kuris iš žemiau nurodytų skaičių yra mažiausias?

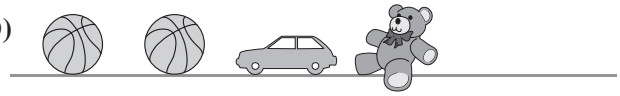
A) $2-0+1-0$
B) $2-0+1+0$
C) $2+0+1+0$
D) $2+0+1-0$
E) $2+0-1+0$

N2. Dominyko lentynoje yra du meškiukai, mašinėlė ir du kamuoliai. Kuris paveikslėlis vaizduoja jo lentyną?

A) 

B) 

C) 

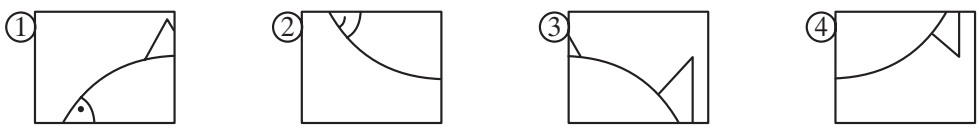
D) 

E)

N3. Keturiolika vaikų sustojo poromis. Kiek susidarė porų?

A) 6 **B**) 14 **C**) 7 **D**) 24 **E**) 28

N4. Iš keturių dėlionės dalių galima sudėti žuvį.

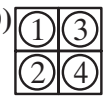


Pagal kurią taisyklę reikia sudėti dėlionės dalis, kad gautume tą žuvį?

A)

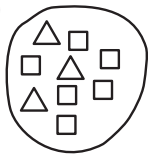
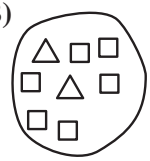
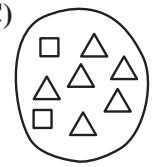
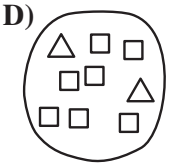
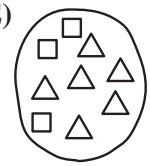
B)

C)

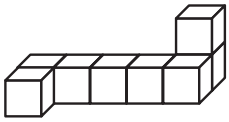
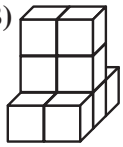
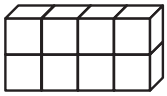
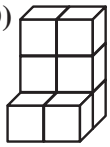
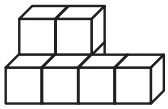
D) 

E)

N5. Kuriame paveikslėlyje kvadratų yra triskart daugiau nei trikampių?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

N6. Visi statiniai, kuriuos sustatė Marius, sudėti iš 8 vienodų medinių kubelių. Kuris iš statinių tikrai ne Mariaus?

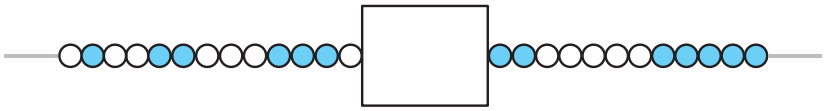
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

N7. Alė aplankė močiutę ketvirtadienį, sausio 21 dieną, ir užkvietė ją į savo gimtadienį, kurį švęs vasario 3 dieną. Kurią savaitės dieną Alė švęs gimtadienį?

A) Sekmadienį
B) Pirmadienį
C) Antradienį
D) Trečiadienį
E) Ketvirtadienį

N8. Birutė padarė karolius, verdama ant siūlo karoliukus pagal tam tikrą paprastą taisyklę:



Kaip atrodo tų karoliukų uždengta dalis?

A) **B)** **C)** **D)** **E)**

N9. Iš žemiau parašytų skaičių nurodykite didžiausią nelyginį skaičių.

A) $3 \cdot 1 + 2 \cdot 4$
B) $3 \cdot (1 + 2 \cdot 3)$
C) $3 \cdot (1 + 2) \cdot 4$
D) $(3 \cdot 1 + 2) \cdot 4$
E) $3 \cdot (1 + 2 \cdot 4)$

N10. Vytautas savo gimtadienį šventė salėje, kurioje stovi 9 keturviečiai staliukai. Kai Vytautas ir visi jo svečiai užėmė vietas, liko dar 7 tuščios vietos. Kiek svečių atėjo į Vytauto gimtadienį?

A) 29 **B**) 28 **C**) 27 **D**) 25 **E**) 24

N11. Martai mama davė 20 eurų. Ji nupirko pakelį pieno, 1 kilogramą bananų, batoną, du pakelius sviesto, o už likusius pinigus nusipirko saldainių ant pagaliuko.

2 € 5 € 2 € 2 € 50 ct 1 € 50 ct

Kiek saldainių nusipirko Marta?

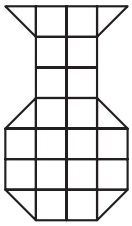
A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 6 **E**) 7

N12. Šokių varžybose dalyvauja 12 šokėjų porų. Jonukas suskaičiavo, kad valsą šoko 18 šokėjų. Kelios poros nešoko valso?

A) 7 **B**) 6 **C**) 5 **D**) 4 **E**) 3

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

N13. Paveikslėlį, vaizduojantį vazą, galima sudėti iš kartoninių kvadratėlių □, kai kuriuos iš jų perkirpus pusiau. Kiek mažiausiai kvadratėlių prireiks sudėti paveikslėliui?



A) 19 **B**) 20 **C**) 21 **D**) 24 **E**) 25

N14. Alė turi 3 saldainius, Daiva turi 2 saldainiais mažiau nei Birutė, o Birutė turi 4 kartus daugiau saldainių nei Alė. Kiek saldainių mergaitės turi kartu?

A) 17 **B**) 19 **C**) 21 **D**) 23 **E**) 25

N15. Spektaklis yra dviejų dalių po 45 minutes, kurias skiria pertrauka. Jis prasidėjo 10:50, o baigėsi 12:40. Kiek minučių truko pertrauka?

A) 10 **B**) 15 **C**) 20 **D**) 25 **E**) 30

N16. Pasakų karalystėje gyvena slibinai, turintys dvi arba tris galvas. Dvigalvių slibinų yra triskart daugiau nei trigalvių. Visi slibinai kartu turi 27 galvas. Kiek slibinų gyvena karalystėje?

A) 16 **B**) 15 **C**) 14 **D**) 13 **E**) 12

N17. Grybaudamas Adomas kas 40 žingsnių rasdavo grybą. Adomo žingsnis yra pusė metro, o surinko jis 20 grybų. Kiek metrų jis nuėjo nuo pirmo iki paskutinio savo grybo?

A) 380 **B**) 360 **C**) 340 **D**) 400 **E**) 420

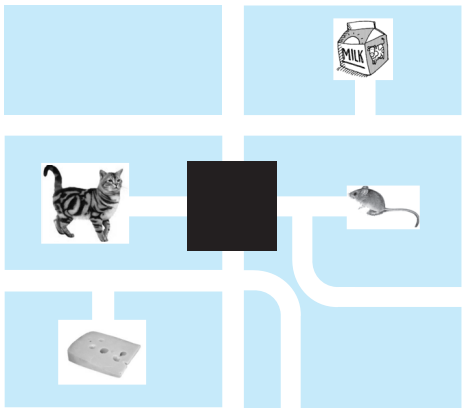
N18. Gatvė, kurioje gyvena Elė ir Ulė, eina palei upę, ir namai stovi tik vienoje gatvės pusėje. Į kairę nuo Elės namo yra 47 namai, o į dešinę — 23 namai. Į kairę ir į dešinę nuo Ulės namo yra tiek pat namų. Kiek namų stovi tarp Elės namo ir Ulės namo?

A) 10 **B**) 11 **C**) 12 **D**) 13 **E**) 14

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

M1. Pavaizduotame labirinte katė gali patekti į patalpą, kurioje yra pakelis pieno, o pelė — į patalpą, kurioje yra sūrio, bet katė ir pelė susitikti negali.



Kaip atrodo paslėptoji labirinto dalis?

A) **B)** **C)** **D)** **E)**

M2. 40-ties minučių pamoka prasidėjo 11:50. Per patį pamokos vidurį į klasę įskrido žvirblis. Kada tai įvyko?

A) 11:30 **B)** 12:00 **C)** 12:10 **D)** 12:20 **E)** 12:30

M3. Kuris iš žemiau nurodytų skaičių yra didžiausias?

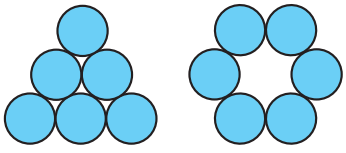
A) $2+0-1+0$ **B)** $2-0-1+0$ **C)** $2+0-1-0$

D) $2-0+1+0$ **E)** $2-0-1-0$

M4. Kavinėje sriuba kainuoja 4 litus, kepsnys — 9 litus, ledai — 5 litus. Kompleksiniai pietūs, kuriuos sudaro sriuba, kepsnys ir ledai, kainuoja 15 litų. Kiek litų sutaupoma, užsisakius kompleksinius pietus, o ne tris atskirus patiekalus?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

M5. Trikampiu guli 6 monetos. Jums reikia kai kurias monetas perkelti taip, kad jos gulėtų ratu, kaip kad pavaizduota antrame paveikslėlyje. Kiek mažiausiai monetų reikės perkelti?

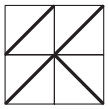
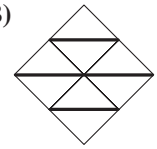
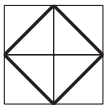
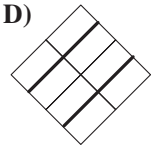
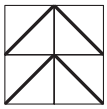


A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

M6. Keturi draugai valgė ledus. Mikas suvalgė daugiau nei Tadas, Jonas suvalgė daugiau nei Vytas, Jonas suvalgė mažiau nei Tadas. Kuriame atsakyme berniukai išrikiuoti nuo suvalgiusio daugiausiai iki suvalgiusio mažiausiai?

A) Mikas, Jonas, Vytas, Tadas
B) Vytas, Mikas, Tadas, Jonas
C) Mikas, Tadas, Jonas, Vytas
D) Jonas, Vytas, Mikas, Tadas
E) Jonas, Mikas, Vytas, Tadas

M7. Turime vien tik plyteles . Kurio rašto neįmanoma iš jų sudėlioti?

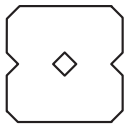
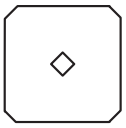
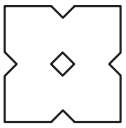
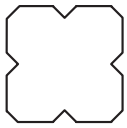
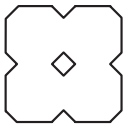
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

M8. Šimtakojis Bobas turi 100 kojų. Vakar jis nusipirko 16 porų batų ir juos apsiavė. Vis dėlto 14 kojų tebėra basos. Kiek Bobo kojų buvo su batais prieš apsipirkimą?

A) 27 **B**) 40 **C**) 54 **D**) 70 **E**) 77

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

M9. Dukart sulenkusi kvadratinę servetėlę, Marija gavo kvadratą su perpus mažesne kraštine. Tada ji nukirpo visus keturis gautojo kvadrato kampus, o servetėlę atlankstė. Kuri servetėlė Marijos?

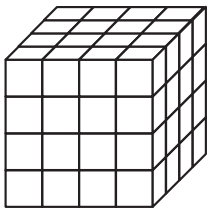
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

M10. Tomas ir Klara gyvena dangoraižyje. Klara gyvena 12 aukštų aukščiau nei Tomas. Sykį Tomas lipo laiptais aplankyti Klaros. Nuėjęs pusę kelio, jis atsidūrė aštuntame aukšte. Kuriame aukšte gyvena Klara?

A) 12 **B**) 14 **C**) 16 **D**) 20 **E**) 24

M11. Didysis kubas sudėtas iš 64 medinių vienodų kubelių. Didžiojo kubo 5 sienos nuspalvintos žaliai. Kiek kubelių turi 3 žalias sieneles?

A) 4 **B**) 8 **C**) 16 **D**) 20 **E**) 24

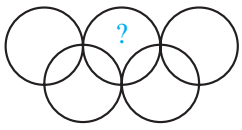


M12. Ketvirtadienį keltas per upę iš kairiojo kranto į dešinįjį perkėlė 42 mašinas — lengvuosius automobilius ir sunkvežimius. Kiekvienąsyk jis kėlė arba 10 lengvųjų automobilių, arba 6 sunkvežimius. Kiek keltas padarė reisų?

A) 10 **B**) 7 **C**) 6 **D**) 8 **E**) 5

M13. Susikertantys penki apskritimai riboja devynias sritis. Į jas, po vieną į kiekvieną sritį, yra įrašyti visi skaičiai nuo 1 iki 9 taip, kad bet kuriame skritulyje įrašytų skaičių suma yra 11. Koks skaičius yra įrašytas į sritį, pažymėtą klaustuku?

A) 5 **B**) 6 **C**) 7 **D**) 8 **E**) 9



M14. Jonas ruošėsi konkursui penkias dienas. Pirmą dieną jis išsprendė vieną uždavinį, o tada kiekvieną dieną uždavinių išsprendė dukart daugiau negu vakarykštę dieną. Kiek iš viso uždavinių išsprendė Jonas?

A) 15 **B**) 16 **C**) 31 **D**) 33 **E**) 63

M15. Vaikai aikštelės ilgį matavo žingsniais. Onai išėjo 15 lygių žingsnių, Valei — 17, Domui — 12, o Jonui — 14. Kurio iš jų žingsnis ilgiausias?

A) Onos **B**) Valės **C**) Domo **D**) Jono **E**) Nustatyti neįmanoma

M16. Abiejose eilutėse skaičių sumos yra lygios.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	199
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	x

Kam lygi x reikšmė?

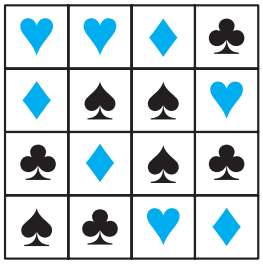
A) 99 **B**) 100 **C**) 209 **D**) 289 **E**) 299

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

M17. Ką išreiškia sandauga $60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 7$?

A) 7 savaites, paverstas sekundėmis
B) 60 dienų, paverstų valandomis
C) 7 valandas, paverstas sekundėmis
D) 1 savaitę, paverstą sekundėmis
E) 24 savaites, paverstas minutėmis

M18. Kiekviename lentelės 4×4 langelyje yra figūra (žr. paveikslėlį). Vienu ėjimu galima vietomis sukeisti bet kurias dvi figūras. Kiek mažiausiai ėjimų prireiks, kad kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje būtų keturios skirtingos figūros?



A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

M19. Prieš dvejus metus kačių Tonės ir Tinės amžių suma buvo 15 metų. Dabar Tonei 13 metų. Po kelių metų Tinei sukaks 9 metai?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

M20. Kamilė visus skaičius nuo 1 iki 100 paeiliui surašė į lentelę po 5 skaičius į kiekvieną eilutę (lentelės dalis pavaizduota paveikslėlyje). Jos brolis išsikirpo lentelės gabalą ir ištrynė keletą skaičių. Kuriame paveikslėlyje pavaizduotas tas gabalas?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

A)

	43			
		48		

B)

				60
	52			

C)

			69	
	72			

D)

	81			
	86			

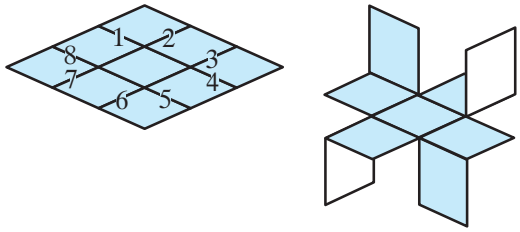
E)

		87		
			94	

M21. Birutė, Daiva ir Rasa susiruošė į mokyklos biblioteką. Mokytojas sako, kad bibliotekoje yra apie 2000 knygų, ir siūlo mergaitėms atspėti tikslų knygų skaičių. Birutė spėja, kad knygų yra 2010, Daiva — kad 1998, o Rasa — kad 2015. Mokytojas sako, kad šie skaičiai skiriasi nuo tikrojo 12, 7 ir 5, tik konkrečiai nenurodo, kuria tvarka. Kiek knygų yra bibliotekoje?

A) 2003 **B**) 2005 **C**) 2008 **D**) 2020 **E**) 2022

M22. Kvadratinis popieriaus lakštas yra spalvotas iš viršaus ir baltas iš apačios. Onutė tą lakštą įkirpo 4 vietose iš 8 pažymėtų. Kuriose?



A) 1, 3, 5 ir 7 **B**) 2, 4, 6 ir 8
C) 2, 3, 5 ir 6 **D**) 3, 4, 6 ir 7
E) 1, 4, 5 ir 8

M23. Viktoras, Stefanas, Robertas ir Markas susitiko koncerte Londone. Jie atvyko iš skirtingų miestų: Paryžiaus, Vilniaus, Romos ir Berlyno. Viktoras ir berlynietis niekada nėra buvę nei Paryžiuje, nei Romoje. Robertas ne berlynietis, o į Londoną jis atvyko tuo pat metu kaip ir paryžietis. Markui ir paryžiečiui koncertas labai patiko. Iš kur atvyko Markas?

A) Iš Paryžiaus
B) Iš Romos
C) Iš Vilniaus
D) Iš Berlyno
E) Iš Londono

M24. Kiekvienas iš Boriso draugų sudėjo savo gimimo mėnesio ir dienos numerius ir gavo 35. Visų Boriso draugų gimtadieniai nesutampa. Kiek daugiausiai draugų gali turėti Borisas?

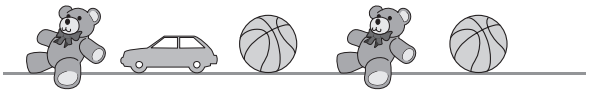
A) 7 **B**) 8 **C**) 9 **D**) 10 **E**) 12

SPRENDIMAI

NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

N1. Ⓔ $2+0-1+0$

! Kadangi nulius galima išbraukti, tai lieka tik skaičiai $2+1$ ir $2-1$. Mažesnis iš jų yra $2-1$.
Teisingas atsakymas **E**.

N2. Ⓒ 

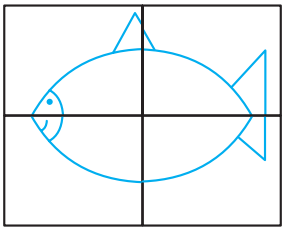
! Paveikslėliuose **A** ir **B** yra dvi mašinėlės, — netinka. Paveikslėlyje **D** yra tik vienas meškiukas, **E** yra tik vienas kamuolys — netinka. O štai paveikslėlyje **C** kaip tik yra du meškiukai, mašinėlė ir du kamuoliai.
Teisingas atsakymas **C**.

N3. Ⓒ 7

! Į porą įeina 2 vaikai. Kadangi yra 14 vaikų, tai porų turi būti 7.
Teisingas atsakymas **C**.

N4. Ⓓ

! Labai neblogai pradėti nuo uodegos. Matome, kad 3 dalis — tai nugara, o 4 dalis — pilvas, taigi dedame . Jau aišku, kad tinka tik atsakymas **D**, bet dėliojame toliau. 1 ir 2 dalys — tai galva, ir matome, kad 1 dalyje nugara, o 2 dalyje — pilvas. Gauname . Galime nusipiešti, ką sudėjome:



Teisingas atsakymas **D**.

N5. Ⓑ

! Remiantis sąlyga, kvadratų daugiau nei trikampių, todėl iš karto atkrinta atsakymai **C** ir **E**. Liko atsakymai **A**, **B** ir **D**. Atsakymas **A** netinka — jame 3 trikampiai, taigi kvadratų turėtų būti 9, o yra tik 6. Atsakymas **D** taip pat netinka — jame 2 trikampiai, taigi kvadratų turėtų būti 6, o yra 7. Liko atsakymas **B** — jame 2 trikampiai ir kaip tik 6 kvadratai.
Teisingas atsakymas **B**.

N6. Ⓑ

? Iš karto pastebime, kad statinyje **B** „daug“ kubelių: viršuje matome 4, apačioje 4. Bet ant ko stovi kairieji viršutiniai 2 kubeliai? Po jais būtinai turi būti dar vienas kubelis, taigi statinyje **B** mažiausiai 9 kubeliai. Vadinasi, statinys **B** yra ne Mariaus.
Renkamės atsakymą **B**.

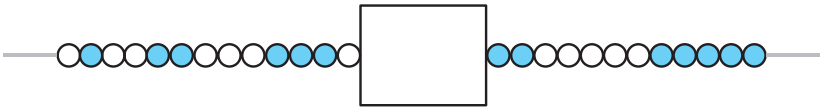
! Ar gali kiti statiniai būti Mariaus? Statinyje **A** tikrai 8 kubeliai. O štai kituose statiniuose gali būti 8, o gali būti ir daugiau kubelių, kurie užstatyti ir kurių nematome. Taigi *tikrai* ne Mariaus yra tik statinys **B**.
Teisingas atsakymas **B**.

N7. Ⓓ Trečiadienį

! Sausis turi 31 dieną. Sausio 21 diena buvo ketvirtadienis, taigi ir $21+7=28$ diena buvo ketvirtadienis, iki 31 buvo likusios 3 dienos, taigi 31 diena buvo sekmadienis ($4+3=7$). Vadinasi, vasario 1 buvo pirmadienis, o vasario 3 — trečiadienis.
Teisingas atsakymas **C**.

N8. Ⓒ

! Žiūrėkime į karoliukų virtinę iš kairės.



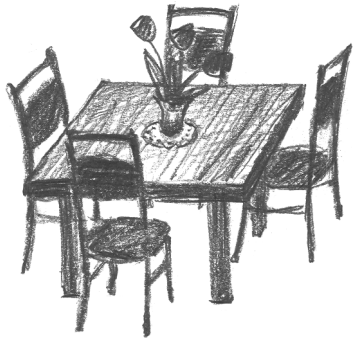
Matome, kad Birutė vėrė 1 baltą karoliuką, tada 1 juodą, po to 2 baltus, 2 juodus, po jų 3 baltus, 3 juodus. Vadinasi, uždengta karolių gabalo, turinčio 4 baltus ir 4 juodus karoliukus, dalis (toliau matome 5 baltus ir 5 juodus karoliukus). Iš tų 4 baltų karoliukų matome 1 baltą, taigi uždengti 3 balti karoliukai. Iš 4 juodų karoliukų matome 2, taigi uždengti 2 juodi karoliukai. O 3 balti, po to 2 juodi karoliukai yra tik atsakyme **C**.
Teisingas atsakymas **C**.

N9. Ⓔ $3\cdot(1+2\cdot 4)$

! Suskaičiavę turime: **A** $3+8=11$, **B** $3\cdot(1+6)=21$, **C** $3\cdot 3\cdot 4=36$, **D** $(3+2)\cdot 4=20$, **E** $3\cdot(1+8)=27$. Didžiausias iš nelyginių skaičių 11, 21, 27 yra 27.
Teisingas atsakymas **E**.

N10. Ⓐ 29

! Salėje buvo $4\cdot 9=36$ vietos. Jeigu liko 7 neužimtos vietos, tai svečiai užėmė $36-7=29$ vietas. Vadinasi, svečių buvo 29.
Teisingas atsakymas **A**.



N11. Ⓑ 4

Pienas, bananai, batonas ir du pakeliai sviesto Martai kainavo

$$2 + 5 + 2 + 2{,}50 \cdot 2 = 9 + 5 = 14 \text{ eurų.}$$

1 € 50 ct

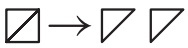
Jai liko $20 - 14 = 6$ eurai, o už juos Marta nusipirko 4 saldainius (2 saldainiai kainuoja 3 eurus, o 4 — saldainiai — 6 eurus).
Teisingas atsakymas **B**.

N12. Ⓔ 3

Valsą šoko 18 šokėjų, o tai yra 9 poros. Vadinasi, valso nešoko $12 - 9 = 3$ poros.
Teisingas atsakymas **E**.

N13. Ⓒ 21

Kadangi du trikampukai sudaro vieną kvadratėlį, tai pirmai eilei reikia 3 kvadratėlių, antrai — 2, trečiai — 2, ketvirtai — 3, penktai — 4, šeštai — 4, septintai — 3. Iš viso reikės $3+2+2+3+4+4+3 = 21$ kvadratėlio.
Teisingas atsakymas **C**.



N14. Ⓔ 25

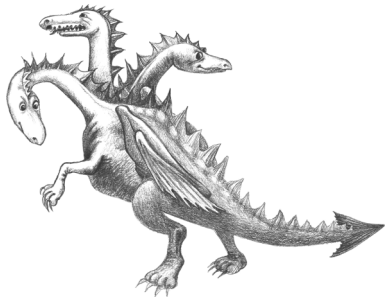
Birutė turi $3 \cdot 4 = 12$ saldainių, Daiva turi $12 - 2 = 10$ saldainių. Vadinasi, kartu mergaitės turi $3 + 10 + 12 = 25$ saldainius.
Teisingas atsakymas **E**.

N15. Ⓒ 20

Spektaklis neskaitant pertraukos truko $45 \cdot 2 = 90$ minučių. Su pertrauka jis truko $12{:}40 - 10{:}50 = 2{:}40 - 0{:}50 = 60 \cdot 2 + 40 - 50 = 110$ minučių. Vadinasi, pertrauka truko $110 - 90 = 20$ minučių.
Teisingas atsakymas **C**.

Galima skaičiuoti ir gudriau. Pirma dalis baigėsi $10{:}50 + {:}45 = 11{:}35$. Antra dalis prasidėjo $12{:}40 - {:}45 = 12{:}00 - {:}5 = 11{:}55$. Todėl pertrauka truko nuo 11:35 iki 11:55, t. y. 20 minučių.
Teisingas atsakymas **C**.

N16. Ⓔ 12



! Galima išbandyti visas galimybes ir pasirinkti tenkinančią kurį nors iš pateiktų atsakymą.
Jeigu būtų 1 trigalvis slibinas, tai būtų 3 dvigalviai, ir turėtume $3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 9$ galvas (o sąlygoje — 27 galvos).
Jei būtų 2 trigalviai, tai būtų 6 dvigalviai, jie turėtų $3 \cdot 2 + 2 \cdot 6 = 18$ galvų.
Jei būtų 3 trigalviai, tai būtų 9 dvigalviai, jie turėtų $3 \cdot 3 + 2 \cdot 9 = 27$ galvas — kaip tik tiek, kiek reikia.
Jei būtų trigalvių slibinų daugiau, tai galvų būtų dar daugiau — atsakymams netiktų. Vadinasi, turi būti 3 trigalviai ir 9 dvigalviai — iš viso $3 + 9 = 12$ slibinų.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Kadangi dvigalvių slibinų 3 kartus daugiau, tai slibinus galima suskirstyti į slibinų ketvertus: 1 trigalvis + 3 dvigalviai. Vieno ketverto slibinai turi $3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 9$ galvas. Kadangi galvų yra 27, tai turime 3 slibinų ketvertus. Vadinasi, iš viso yra $4 \cdot 3 = 12$ slibinų.
Teisingas atsakymas **E**.

N17. Ⓐ 380

! Nuo pirmo surasto grybo iki antro Adomas nuėjo $40 \cdot \frac{1}{2} = 20$ metrų. Kadangi jam liko nupjauti dar 18 grybų, tai jis nuėjo dar $20 \cdot 18 = 360$ metrų. Taigi iš viso Adomas nuėjo $20 + 360 = 380$ metrų.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Dar paprasčiau skaičiuoti taip. Tarp dviejų gretimų grybų yra 1 „tarpas“, o tarp 20 grybų — 19 tarpų. Kiekvienas tarpas yra $40 \cdot \frac{1}{2} = 20$ metrų, todėl Adomas nuėjo $20 \cdot 19 = 380$ metrų.
Teisingas atsakymas **A**.

N18. Ⓑ 11

! Iš viso gatvėje yra

$$47 + \underbrace{1}_{\text{Elės namas}} + 23 = 71 \text{ namas.}$$

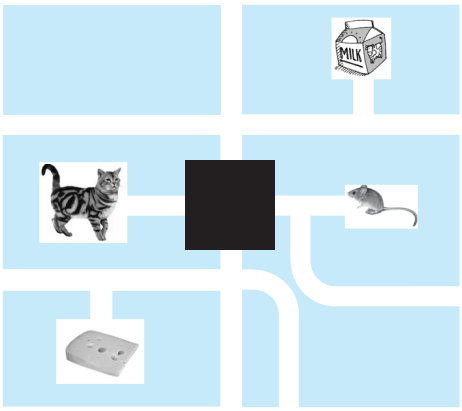
Vadinasi, nuo Ulės namo į kairę ir į dešinę stovi po 35 namus.

$$35 + \underbrace{1}_{\text{Ulės namas}} + 35.$$

Iš 47 namų, kurie stovi į kairę nuo Elės namo, atmetę 36 namus (35 namus ir Ulės namą), gauname, kad tarp mergaičių namų yra $47 - 36 = 11$ namų.
Teisingas atsakymas **B**.

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. Ⓔ



Atveju **A** katė nepatenka niekur, taigi nepatenka ir prie pieno. Atveju **B** pelė nepatenka niekur, taigi nepatenka ir prie sūrio. Atvejais **C** bei **D** katė ir pelė susitinka, o to būti negali. Lieka atsakymas **E**. Tada išpildytos visos uždavinio sąlygos: katė patenka prie pieno, pelė — prie sūrio, o susitikti katė ir pelė negali.
Teisingas atsakymas **E**.

M2. Ⓒ 12:10

Kadangi pamoka trunka 40 minučių, tai jos vidurys bus po 20 minučių, t. y. $11{:}50 + 0{:}20 = 12{:}10$.
Teisingas atsakymas **C**.

M3. Ⓓ $2-0+1+0$

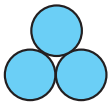
Atlikę visus veiksmus gauname:
A $2+0-1+0=1$, **B** $2-0-1+0=1$, **C** $2+0-1-0=1$, **D** $2-0+1+0=3$, **E** $2-0-1-0=1$.
Didžiausias skaičius yra 3.
Teisingas atsakymas **D**.

M4. Ⓐ 3

Atskirai užsisakius pietums sriubą, kepsnį ir ledus, tai kainuotų $4+9+5=18$ litų. Vadinasi, užsakant kompleksą sutaupoma $18-15=3$ litai.
Teisingas atsakymas **A**.

M5. Ⓑ 2

Perkėlus 1 monetą, kur nors liks „trikampis“, sudarytas iš 3 besiliečiančių monetų, bet to nėra rate. Taigi reikia perkelti mažiausiai 2 monetas. O perkelti 2 monetas užtenka — galima paimti viršutinę monetą ir „pagrindo“ vidurinę monetą ir jas padėti į apačią simetriškai dviem viršutinėms.



Teisingas atsakymas **B**.

M6. Ⓒ Mikas, Tadas, Jonas, Vytas

Draugus pažymėkime jų vardų pirmosiomis raidėmis: Mikas — M, Tadas — T, Jonas — J, Vytas — V. Kadangi Mikas suvalgė daugiau nei Tadas, tai Tadas stovi Miko dešinėje:

M T

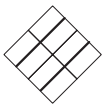
Kadangi Jonas suvalgė mažiau nei Tadas, tai tuomet:

M T J

Kadangi Vytas suvalgė mažiau nei Jonas, tai:

M T J V

Tokia tvarka draugai surašyti atsakyme **C**.
Teisingas atsakymas **C**.

M7. Ⓓ 

? Plytelėje linija eina iš kampo į kampą, todėl tikrai negalima sudėti rombo **D** — ten linija plytelėje eina iš rombo krašto vidurio į priešingo krašto vidurį.
Renkamės atsakymą **D**.

! Nesunku įsitikinti, kad raštus **A**, **B**, **C**, **E** sudėti galima.
Teisingas atsakymas **D**.

M8. Ⓒ 54

! Nusipirkęs 16 porų batų, Bobas apsiavė batais 32 kojas. Bet dar liko 14 basų kojų, taigi prieš jam perkant batus basų buvo $14 + 32 = 46$ kojos. Vadinasi, prieš apsipirkimą apautos buvo $100 - 46 = 54$ kojos.
Teisingas atsakymas **C**.

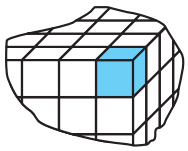
M9. Ⓔ

! Jeigu Marija lenktų servetėlę per įstrižainę, tai gautų trikampį. Vadinasi, ji lenkė per priešingų kraštų vidurio taškus, po to dar vieną kartą taip lenkė.
Toliau samprotauti galima įvairiai. Pavyzdžiui, aišku, kad viduryje bus skylė, taigi **D** netinka. Taip pat aišku, kad neliks ne tik sveikos visos kvadrato kraštinės, bet netgi jos pusės, taigi netinka **A**, **B**, **C**.
Teisingas atsakymas **E**.

M10. Ⓑ 14

! Tomui iš 8 aukšto reikės lipti dar $12 : 2 = 6$ aukštus. Vadinasi, Klara gyvena $8 + 6 = 14$ aukšte.
Teisingas atsakymas **B**.

M11. Ⓐ 4



! Bent viena kubelio sienelė gali būti nuspalvinta tik tada, jei ji priklauso kubo $6 \times 6 \times 6$ išorinei sienai. Tris išorines sieneles turi tik kampiniai kubeliai. Kampinių kubelių yra 8. Kubas turi 6 sienas, iš jų nudažytos 5, taigi nenudažyta viena siena — sakykime, apatinė. Tada 4 kampiniai viršutiniai kubeliai turės po 3 nuspalvintas sieneles, o likę 4 kampiniai apatiniai kubeliai turės tik po 2 nuspalvintas sieneles. Vadinasi, 3 nuspalvintas sieneles turi 4 kubeliai.
Teisingas atsakymas **A**.

M12. Ⓔ 5

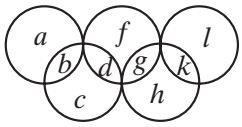
? Jeigu keltas 4 kartus perkeltų po 10 mašinų (žinoma, lengvųjų automobilių), tai liktų 2 neperkeltos mašinos. Jeigu jis po 10 mašinų keltų 3 kartus, tai liktų 12 mašinų, o jas galima perkelti 2 reisais. Iš viso būtų padaryti 5 reisai.
Renkamės atsakymą **E**.

! Galima paprasčiausiai baigti tikrinti. Jeigu 10 mašinų keltas keltų 2 kartus, tai liktų 22 mašinos, ir po 6 kelti nebeišeina. Jeigu 10 mašinų keltas keltų 1 kartą, tai liktų 32 mašinos, — vėl 32 iš 6 nesidalija. Pagaliau, jei jis nė karto nekeltų 10 mašinų, tai visas 42 mašinas po 6 jis perkeltų 7 reisais. Tiek reisų nurodyta atsakyme **B**.
Ir vis dėlto dar kartą skaitykime sąlygą: keltas tikrai kėlė ir kažkiek lengvųjų automobilių, ir kažkiek sunkvežimių, taigi atsakymas **B** netinka.
Teisingas atsakymas **E**.

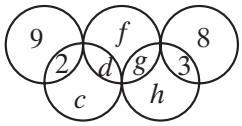
!! Gražus sprendimas būtų toks. Bendras mašinų skaičius 42 dalijasi iš 3. Kadangi sunkvežimius galima suskirstyti į šešetukus, tai jų skaičius taip pat dalijasi iš 3. Vadinasi, ir lengvųjų automobilių skaičius dalijasi iš 3. Bet jos suskirstytos dešimtukais, todėl iš 3 turi dalytis reisų su lengvaisiais automobiliais skaičius. Skaičius 0 netinka — tada lengvųjų iš viso nebūtų. 3 reisai tinka — likusius $42 - 10 \cdot 3 = 12$ sunkvežimių pervežame 2 reisais. O didesni trijų kartotiniai nebetinka — mašinų būtų ne mažiau kaip 6 reisai po 10, t. y. net 60. Vadinasi, prireikė $3 + 2 = 5$ reisų.
Teisingas atsakymas **E**.

M13. Ⓑ 6

? Aišku, kad spėti atsakymo neverta — geriau bandyti įrašinėti skaičius. Sužymėkime sritis iš kairės į dešinę taip.

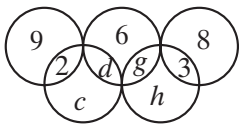


Kadangi skaičiai 9 ir 8 „dideli“, tai juos verta įrašyti į a ir l sritis — tų sričių skrituliai turi po mažiausiai skaičių (po du). Jeigu 9 įrašyti į sritį a, tai srityje b bus $11 - 9 = 2$, srityje l bus 8, srityje k bus $11 - 8 = 3$ (trumpai tai žymėsime $a = 9$, $b = 2$, $l = 8$, $k = 3$).

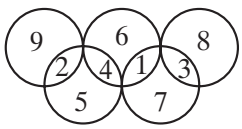


Kur dabar įrašyti 6? Sričiai d jis netinka, nes tada srityje c būtų $11 - 6 - 2 = 3$, bet trejetas jau panaudotas. Lygiai taip pat 6 netinka sritims c, h ir g. Vadinasi, 6 yra srityje f.
Renkamės atsakymą **B**.

! Kad spėjimas taptų sprendimu, pasižiūrėkime, ar pavyksta surašyti likusius skaičius taip, kad sąlyga būtų išpildyta. Tai padaryti nesunku ir paprasčiausiai bandant, bet įdomiau pasamprotauti.



Srityje d negali būti 1, nes tada srityje c atsirastų dar vienas aštuonetas. Skaičiai 2 ir 3 jau įrašyti. Vadinasi, srityje d stovi 4 (5 ar daugiau stovėti negali — tada „viduriniame“ skritulyje suma būtų didesnė už 11). Todėl srityje g yra $11 - 6 - 4 = 1$, srityje c yra $11 - 4 - 2 = 5$, srityje h įrašyta $11 - 1 - 3 = 7$.



Teisingas atsakymas **B**.

M14. Ⓒ 31

! Antrą dieną Jonas išsprendė 2 uždavinius, III dieną — 4, IV — 8 ir V — 16. Iš viso jis išsprendė $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$ uždavinį.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Sumą $1+2+4+8+16$ lengva surasti paprasčiausiai sudedant. Įdomu, kad panašias, net ir dideles sumas nesunku rasti mintinai. Sakykime, reikia sudėti $1+2+4+8+16+32+64+128$. Apskaičiuokime vienetu didesnę sumą: $1+1+2+4+8+16+32+64+128$. Sudėję $1+1$, gauname 2. Sudėję 2 ir 2, gauname 4. Sudėję 4 ir 4, gauname 8. Tęsdami, galų gale gauname $128+128=256$. Dabar reikia neužmiršti atimti 1, ir randame sumą 255. Taigi suma $1+2+4+8+16=2\cdot 16-1=31$.
Teisingas atsakymas **C**.

M15. Ⓒ Domo

! Kuo žingsnis ilgesnis, tuo mažiau jų reikės padaryti matuojant aikštelę. Taigi didžiausias žingsnis Domo, nes jis padarė mažiausiai žingsnių.
Teisingas atsakymas **C**.

M16. Ⓐ 99

! Nežinomąjį x lengva rasti, sudėjus pirmos eilutės skaičius ir iš jų atėmus antros eilutės skaičius: $254-155=99$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	199
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	99

Teisingas atsakymas **A**.

!! Beje, sudėti pirmos eilutės skaičius galima mintyse. 1 ir 9; 2 ir 8; 3 ir 7; 4 ir 6 duoda po 10, todėl pirmoje eilėje yra $55+199=254$. Panašiai antroje eilutėje yra $30\cdot 4+35=155$. Bet dar geriau pastebėti, kad kiekvieno iš 10 stulpelių apatinis skaičius 10 vienetų didesnis už viršutinį. Todėl paskutinis antros eilutės skaičius x yra $10\cdot 10=100$ mažesnis už viršutinį ir lygus 99.
Teisingas atsakymas **A**.

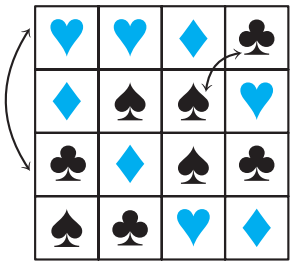
M17. Ⓓ 1 savaitę, paverstą sekundėmis

? Daugiklis 7 sandaugoje tarsi rodo, kad galėtų tikti tik atsakymai **A** ir **C**. 7 valandos turi $7\cdot 60$ minučių, arba $7\cdot 60\cdot 60$ sekundžių, ir atsakymas **C** netinka. Vadinasi, lieka atsakymas **A**.
Renkamės atsakymą **A**.

! Raskime atsakymų skaičius:
A 7 savaitės — tai $7\cdot 7$ dienos, $7\cdot 7\cdot 24$ valandos, $7\cdot 7\cdot 24\cdot 60$ minučių, $7\cdot 7\cdot 24\cdot 60\cdot 60$ sekundžių.
B $60\cdot 24$ valandos.
C $7\cdot 60$ minučių, $7\cdot 60\cdot 60$ sekundžių.
D 7 dienos, $7\cdot 24$ valandos, $7\cdot 24\cdot 60$ minučių, $7\cdot 24\cdot 60\cdot 60$ sekundžių.
E $24\cdot 7$ dienos, $24\cdot 7\cdot 24$ valandos, $24\cdot 7\cdot 24\cdot 60$ minučių.
Matome, kad linka tik atsakymas **D**. Anksčiau mus apgavo savaitėse „paslėpta“ septyniukė (juk savaitėje 7 dienos).
Teisingas atsakymas **D**.

M18. Ⓑ 2

! Matome, kad yra 3 eilutės, kuriose yra po 2 vienodas figūras: I eilutėje dvi širdys, II — du lapai, III — du kryžiai. Vienu ėjimu galima „ištaisyti“ ne daugiau kaip vieną eilutę, todėl reikia ne mažiau kaip 2 ėjimų. O štai 2 ėjimais viską padaryti paprasta. Pavyzdžiui, I ėjimu pirmame stulpelyje širdį keičiame su kryžiumi, II ėjimu pirmos eilutės kryžių keičiame su antros eilutės trečio stulpelio lapu.



Teisingas atsakymas **B**.

M19. Ⓒ 3

! Prieš dvejus metus kačių amžių suma buvo 15. Per metus ta suma padidėja 2, vadinasi, dabar jų amžių suma yra 19. Todėl Tinei dabar $19 - 13 = 6$ metai. Vadinasi, 9 metai jai sukaks po $9 - 6 = 3$ metų.
Teisingas atsakymas **C**.

M20. Ⓒ

! Lentelėje po kiekvienu skaičiumi stovi 5 vienetais didesnis skaičius. Atsakyme **A** po skaičiumi 43 stovi ištrintas 47, atsakyme **B** po skaičiumi 60 stovi ištrintas 55, atsakyme **E** po skaičiumi 87 stovi ištrintas 93, taigi tie atsakymai atkrinta. Atsakymas **D** netinka, nes jei vienetų skaičius baigiasi skaitmeniu 1, tai jis turi būti pirmame stulpelyje. Lieka atsakymas **C**, o atstatytas lentelės gabalas

66	67	68	69	70
71	72	73	74	75

tikrai tinka į lentelę.
Teisingas atsakymas **C**.

M21. Ⓐ 2003

? Šiaip jau tai būtų sunkus spręsti uždavinys. Bet kadangi atsakymai duoti, tai užtenka juos patikrinti. Daiva sakė, kad knygų yra 1998, todėl atsakymas **E** reikštų, kad jos skaičius skiriasi nuo tikrojo skaičiaus $2022 - 1998 = 24$ (o turėtų būti vienas iš skaičių 5, 7 ir 12). Atsakymas **D** reikštų, kad tas skirtumas lygus $2020 - 1998 = 22$, o atsakymas **C** — kad skirtumas $2008 - 1998 = 10$. Atsakymas **B** reikštų, kad Rasa apsiriko $2015 - 2005 = 10$. Lieka atsakymas **A**. Tada mergaitės apsiriko $2010 - 2003 = 7$, $2003 - 1998 = 5$, $2015 - 2003 = 12$.
Teisingas atsakymas **A**.

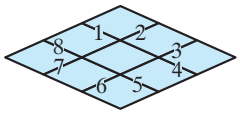
! Uždavinio autoriai buvo numatę tokį sprendimą. Mergaičių paklaidos spėjant buvo 5, 7 ir 12. Dviejų mergaičių spėjinių skirtumas lygus arba jų paklaidų sumai (kai abi suklydo į tą pačią pusę nuo tikrojo knygų skaičiaus) arba skirtumui. Rasos ir Daivos spėjinių skirtumas $2015 - 1998 = 17$, bet 17 galima gauti tik sudėjus 12 ir 5. Vadinasi, paklaida 7 priklauso Birutei, taigi knygų skaičius lygus 2010 ± 7, t. y. 2017 arba 2003. Bet pirmu atveju Daivos paklaida būtų $2017 - 1998 = 19$. Vadinasi, knygų buvo 2003 (šį atsakymą jau patikrinome).

!! Vis dėlto yra dar trumpesnis sprendimas. Kadangi Birutės ir Daivos spėjiniai lyginiai, tai jų paklaidos arba abi lyginės, arba abi nelyginės. Vadinasi, tai paklaidos 5 ir 7. Todėl paklaida 12 priklauso trečiai mergaitei, Rasai, ir knygų skaičius gali būti tik 2015 ± 12, t. y. 2003 arba 2027. Bet antru atveju Daivos paklaida būtų per didelė: $2027 - 1998 = 29$.

M22. Ⓑ 2, 4, 6 ir 8

? Norint užlenkti kvadratėlį 12 per kraštinę 1, reikia padaryti pjūvį per kraštinę 2. Panašiai nustatome, kad reikia daryti pjūvius per 4, 6, 8.
Renkamės atsakymą **B**.

! Lankstėme kvadratą nepasukę jo, bet sąlygoje apie tai nekalbama. Kas gi atsitiktų, jei jį pasuktume?



Tada reikia daryti pjūvius per 8, 2, 4, 6, ir matome, kad atsakymas lieka tas pats.
Teisingas atsakymas **B**.

M23. Ⓓ Iš Berlyno

? Sunumeruokime teiginius.
1) Viktoras ir berlynietis niekada nėra buvę nei Paryžiuje, nei Romoje.
2) Robertas ne berlynietis, o į Londoną jis atvyko tuo pat metu kaip ir paryžietis.
3) Markui ir paryžiečiui koncertas labai patiko.
Viktoras ne paryžietis (iš teiginio 1)), Robertas ne paryžietis (2), Markas ne paryžietis (3). Vadinasi, paryžietis — tai Stefanas.
Taigi Stefanas — ne berlynietis. Bet ir Viktoras ne berlynietis (1), ir Robertas ne berlynietis (2), todėl berlynietis — tai Markas.
Renkamės atsakymą **D**.

! Kad spėjimas ? taptų sprendimu, reikia įsitikinti, kad sąlygą galima išpildyti.
Jau nustatėme, kad būtinai Markas — berlynietis, Stefanas — paryžietis. Todėl Viktoras — ne berlynietis, ne paryžietis, iš 1) — ne romietis, vadinasi, jis — vilnietis. Lieka Robertas — romietis būtent jis.
Dabar 1) sąlygą galima išpildyti: Viktoras ir Markas puikiausiai galėjo nebūti buvę nei Paryžiuje, nei Romoje. 2) sąlyga bus išpildyta, jei tik Robertas ir Stefanas atvyko į Londoną tuo pačiu metu. 3) sąlyga irgi bus išpildyta, jei Markui ir Stefanui koncertas labai patiko (o kodėl jis turėjo nepatikti?).
Teisingas atsakymas **D**.

M24. Ⓑ 8

! Sausį niekas negalėjo būti gimęs — didžiausia mėnesio ir dienos suma yra 32. Vasarį ta didžiausia suma $2+29$, kovą $1+31$, balandį $4+30$ (balandyje 30 dienų). Likusiais mėnesiais draugai galėjo būti gimę: $5+30$, $6+29$, $7+28$, $8+27$, $9+26$, $10+25$, $11+24$, $12+23$. Vadinasi, daugiausiai galėjo būti 8 draugai.
Teisingas atsakymas **B**.

ATSAKYMAI

Klausimo Nr.	Grupė	
	N	**M**
1	E	E
2	C	C
3	C	D
4	D	A
5	B	B
6	B	C
7	D	D
8	C	C
9	E	E
10	A	B
11	B	A
12	E	E
13	C	B
14	E	C
15	C	C
16	E	A
17	A	D
18	B	B
19		C
20		C
21		A
22		B
23		D
24		B

KENGŪRA 2010. I–IV klasės
Tarptautinio matematikos konkurso užduotys ir sprendimai
Juozas Mačys

2010 11 12. 3,5 sp. l.
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius
Spausdino AB „Spauda“
Laisvės pr. 60, LT-05120 Vilnius