BIČIULIS (V ir VI klasės)

B1. Ⓒ $(2+0)\times(0+3)$

! Suprantama, reikia viską suskaičiuoti. **A** duoda penkis, **B** — nulį, **C** — šešis, **D** — nulį, **E** — nulį. Taigi didžiausia reiškinio **C** reikšmė yra 6.
Teisingas atsakymas **C**.

B2. Ⓑ Žalia
Žr. uždavinio M3 sprendimą.

B3. Ⓐ 13

! Tokiuose uždaviniuose svarbiausia neapsirikti. Sveikieji skaičiai tarp 2,09 ir 15,3 yra 3, 4, 5, ..., 14, 15. Patogiausia samprotauti taip: skaičių nuo 3 iki 15 yra tiek pat, kiek ir skaičių nuo 1 iki 13 (iš abiejų skaičių atėmėme po 2). Dabar aišku, kad skaičių yra 13.
Teisingas atsakymas **A**.

B4. Ⓒ 12

? Peržiūrėję atsakymus, matome, kad atsakymai **A** ir **B** netinka — skaičiai 1 ir 6 nesidalija iš 4. Atsakymas **C** tinka — skaičius 12 tenkina uždavinio sąlygą.
Renkamės atsakymą **C**.

! Ieškomas skaičius turi dalytis iš 6. Surašykime 6 kartotinius: 6, 12, 18, 24, ... Matome, kad jau 12 dalijasi iš 4.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Į tą skaičių turi įeiti daugikliai 2^2 ir 3, t. y. jis turi dalytis iš 12. Mažiausias toks skaičius yra 12.

B5. Ⓑ 10

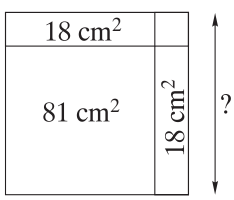
! Kadangi apatinio rato skaičių suma lygi 55, tai $Y = 55-11-14-2-13-7 = 55-25-2-20 = 10-2 = 8$. Kadangi viršutinio rato skaičių suma lygi 55, tai $X = 55-8-11-8-9-9 = 55-20-8-8-9 = 10$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Kadangi kiekviename iš abiejų ratų skaičių suma ta pati (ir net neįdomu, kokia ji!), tai ji liks vienoda ir atmetus bendrus ratų skaičius Y ir 11: $X+8+9+9 = 14+2+13+7$, $X = 36-26 = 10$.

B6. Ⓐ 1000

! Tomas šimtinėmis turi $9\cdot 100 = 900$ litų, dešimtinėmis $9\cdot 10 = 90$ litų ir dar 10 litų, t. y. turi $900+90+10 = 900+100 = 1000$ litų.
Teisingas atsakymas **A**.

B7. Ⓓ 11



? Didžiojo kvadrato plotas nedaug didesnis už $81+18+18 = 117\,\text{cm}^2$, todėl spėjame, kad jo kraštinė 11 cm.
Renkamės atsakymą **D**.

! Vidutinio kvadrato plotas lygus $81\,\text{cm}^2$, todėl jo kraštinė lygi 9 cm. Vadinasi, stačiakampio plotis yra $18 : 9 = 2\,\text{cm}$, o didžiojo kvadrato kraštinė $9+2 = 11\,\text{cm}$.
Teisingas atsakymas **D**.

B8. A 24
Žr. uždavinio M15 sprendimą.

B9. C 3
Žr. uždavinio M6 sprendimą.

B10. B 6

? Imkime mažiausią atsakymą, skaičių 4. Jis turi 3 daliklius: 1, 2, 4. Tikriname 6 — jis turi 4 daliklius: 1, 2, 3, 6.
Renkamės atsakymą **B**.

! Nesunku rasti mažiausią tokį skaičių ir kai atsakymai neduoti. Skaičius 1 netinka — jis turi tik vieną daliklį 1. Skaičiai 2, 3 ir 5 pirminiai, turi po du daliklius. Skaičius 4 turi tris daliklius. O štai skaičius 6 turi keturis daliklius: 1, 2, 3, 6.
Teisingas atsakymas **B**.

B11. C 22

! Sprendžiant šį uždavinį, svarbu tik nesupainioti sviedinio spindulio ir skersmens. Viršutinio sviedinio spindulys yra $6 : 3 = 2\,\mathrm{dm}$, kubo briauna $2 + 4 = 6\,\mathrm{dm}$, apatinio sviedinio skersmuo $6 \cdot 2 = 12\,\mathrm{dm}$, viršutinio — $2 \cdot 2 = 4\,\mathrm{dm}$. Todėl klounas Pilypas stovi $12 + 6 + 4 = 22\,\mathrm{dm}$ aukštyje.
Teisingas atsakymas **C**.

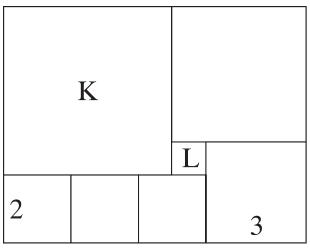
B12. C 7

! Sudarykime visas galimas sumas: $1+2$, $1+3$, $2+3$, $1+4$, $2+4$, $3+4$, $1+5$, $2+5$, $3+5$, $4+5$. Matome, kad gauname visas įmanomas sumas nuo 3 iki 9 (beje, tam užtenka imti pirmos eilutės ir paskutinio stulpelio sumas). Vadinasi, skirtingos sumos yra 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 — iš viso septynios.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Nėra labai išmintinga sudarinėti visas galimas sumas — geriau pagalvoti, kokia suma mažiausia ir kokia didžiausia. Mažiausią sumą sudaro mažiausi dėmenys, $1 + 2 = 3$. Didžiausią sumą sudaro didžiausi dėmenys $4 + 5 = 9$. Lieka įsitikinti, kad galima gauti visas tarpines sumas: $4 = 1 + 3$, $5 = 1 + 4$, $6 = 1 + 5$, $7 = 2 + 5$, $8 = 3 + 5$, $9 = 4 + 5$. Suskaičiuokime, kiek skaičių yra nuo 3 iki 9. Jų yra tiek pat, kiek ir nuo 1 iki 7 (atėmėme po 2 — skaičiuoti mes įpratę nuo 1). Vadinasi, gauname 7 sumas.

B13. B 25

? Kvadrato L kraštinė mažesnė už 2 — taigi greičiausiai lygi 1. Kvadrato K kraštinės ilgis didesnis už 4, bet mažesnis už 6 — taigi greičiausiai ji lygi 5. Tada kvadrato K plotas 25, kvadrato L plotas 1.
Renkamės atsakymą **B**.



! Iš paveikslėlio matome, kad kvadrato L kraštinė $\ell = 3 - 2 = 1$, o kvadrato K kraštinė $k = 3 \cdot 2 - \ell = 3 \cdot 2 - 1 = 5$. Todėl kvadrato K plotas didesnis už kvadrato L plotą $(5 \cdot 5) : (1 \cdot 1) = 25$ kartus.
Teisingas atsakymas **B**.

B14. Ⓔ $a+b$
Žr. uždavinio M18 sprendimą.

B15. Ⓑ 4

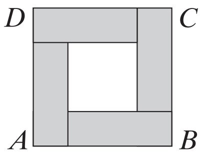
Iš sąlygos išplaukia, jog 3 kamuoliukai žali, 5 juodi, 8 geltoni. Vadinasi, mėlynų kamuoliukų yra $20-3-5-8=4$.
Teisingas atsakymas **B**.

B16. Ⓑ 5

Eidamas į mokyklą, Jonas pažymėjo 1-mą, 3-čią, 5-tą, 7-tą, 9-tą, 11-tą, 13-tą, 15-tą, 17-tą medžius. Grįždamas atgal jis pažymėjo 17-tą, 14-tą, 11-tą, 8-tą, 5-tą, 2-rą medžius. Taigi liko nepažymėti 4-tas, 6-tas, 10-tas, 12-tas, 16-tas medžiai, — iš viso 5 medžiai.
Teisingas atsakymas **B**.

B17. Ⓐ 400

Kadangi kvadrato plotas lygus kraštinės kvadratui, tai tinkamas atrodo atsakymas **A**. Tada kvadrato kraštinė lygi 20 cm, ir jeigu stačiakampio plotis lygus 5 cm, tai ilgis yra 15 cm, ir viskas išeina.
Renkamės atsakymą **A**.



Pažymėkime stačiakampio ilgį a, plotį b. Kadangi stačiakampio perimetras $40 = 2a + 2b$, tai $a + b = 20$. Bet iš paveikslėlio matome, kad kvadrato $ABCD$ kraštinė kaip tik lygi $a + b$, t. y. 20 cm. Vadinasi, kvadrato $ABCD$ plotas lygus 400 cm^2.
Beje, iš sprendimo matome, kad visai nesvarbu, kokie yra a ir b didumai, — svarbu tik, kad jų suma būtų 20.
Teisingas atsakymas **A**.

B18. Ⓑ 2003-03-22

2003 min = 30 h 203 min = 33 h 23 min. Vadinasi, būtų praėję mažiau nei 2 paros, bet daugiau nei 2 paros be 15 h, t. y. būsime tarp 2003-03-22 dienos 05:03 valandos ir 20:03 valandos, t. y. bus 2003-03-22 diena.
Teisingas atsakymas **B**.

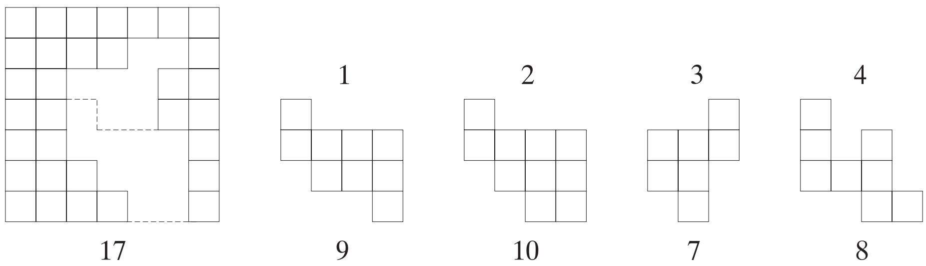
B19. Ⓑ 4
Žr. uždavinio M24 sprendimą.

B20. Ⓓ 4
Žr. uždavinio M21 sprendimą.

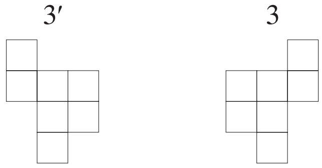
B21. Ⓐ
Žr. uždavinio M19 sprendimą.

B22. Ⓒ 2 ir 3

? Užrašykime, kiek kvadratėlių trūksta kvadrate ir kiek jų turi figūros 1, 2, 3 ir 4:

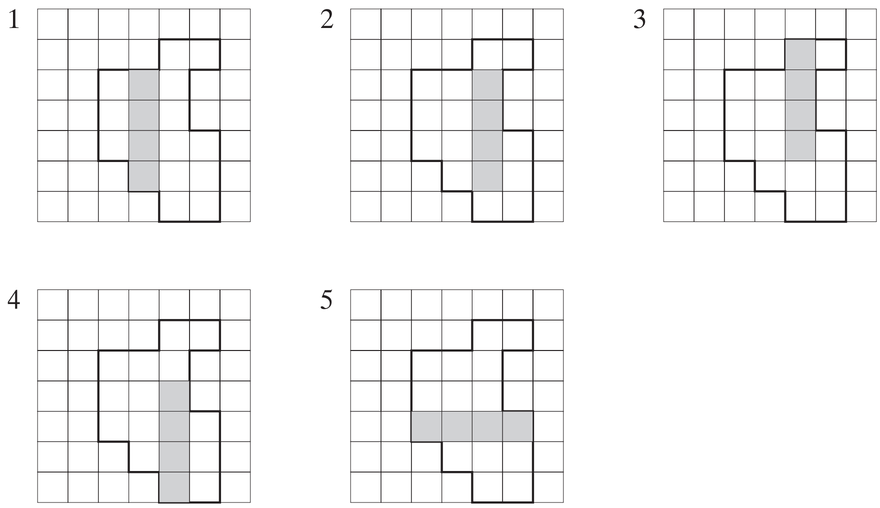


Vadinasi, galėtų tikti tik atsakymai **C** $(10+7)$ ir **D** $(9+8)$. Matome, kad labai lengvai įmontuojame figūrą 2 — nereikia jos nė vartyti. Sunkiau atpažinti likusią figūrą, nes ji apversta: pasukę 90° prieš laikrodžio rodyklę, gauname figūrą $3'$, o ją apvertę per vertikaliąją ašį — figūrą 3.

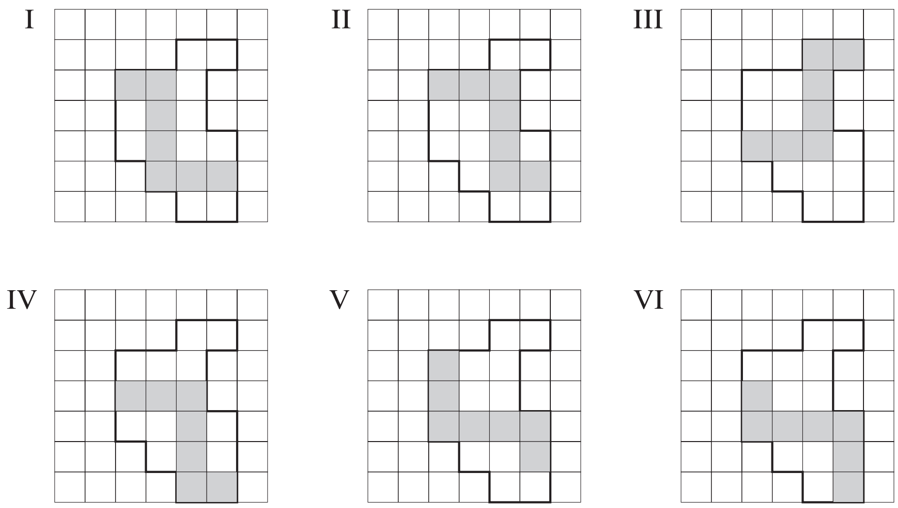


Renkamės atsakymą **C**.

! Įsitikinkime, kad nepavyksta įstatyti figūrų 1 ir 4. Tai padaryti galima, pavyzdžiui, taip. Įstatinėkime figūrą 1. Ji, be kita ko, turi 4 langelius vienoje linijoje, o iš 4 langelių „bokšto“ į vieną pusę — du langelius, o į kitą — 1 langelį (neužmirškime, kad figūrą galima vartyti). Jau vien įdėti 4 langelių bokštą yra tik 5 padėtys.



Prie padėties 1 dviejų langelių atšaką galima prilipdyti tik nuo apačios į dešinę — gauname I iš žemiau pavaizduotų šešių padėčių. Prie stulpo 2 didesnę atšaką tenka lipdyti viršuje į kairę — gauname II padėtį. Prie stulpo 3 didesnę atšaką prisieina lipdyti apačioje į kairę — gauname III padėtį. Prie stulpo 4 didesnę atšaką lipdome viršuje į kairę — gauname IV padėtį. Prie stulpo 5 atšakas galima lipdyti bet kaip: vieną į viršų, kitą į apačią — gauname V ir VI padėtis.



Dabar užbaigti sprendimą paprasta: kiekvienoje iš likusių neužtušuotų iškarpos vietų yra mažiau kaip 8 langeliai, todėl figūra 4, turinti 8 langelius, niekur tilpti nebegali.
Teisingas atsakymas **C**.
Žinoma, sprendimą galima užbaigti ir kitais žodžiais: galima įsitikinti, kad bet kaip padėta figūra 1 iškirptą sritį dalija į dvi nesusisiekiančias (matematikai sakytų: nesusijusias) sritis.

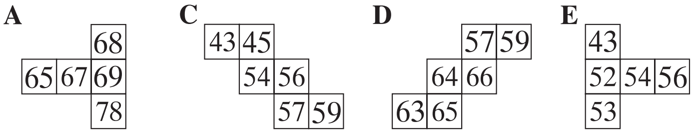
!!! Žinoma, sunkiausia skaitant sąlygą ir yra suvokti, kad figūras galima vartyti. Lietuviškajame variante tai padaryta taip: pasakyta, kad figūros iškirptos iš languoto sąsiuvinio lapo, o languoto sąsiuvinio lapo abi pusės vienodos — kvadratėliai sutampa. Kitų valstybių konkursuose nebuvo net kalbama apie languotą sąsiuvinio lapą, taigi susiprotėti, kad figūrą galima vartyti, buvo dar sunkiau.

B23. Ⓑ

? Kadangi skaitmeniu 8 pasibaigiantis skaičius gali būti tik lentelės dešiniajame krašte, tai neįmanomas paveikslėlis **B**.
Renkamės atsakymą **B**.

0	2	4	6	8
1	3	5	7	9
10	12	14	16	18
11	13	15	17	19
20	22	24	26	28
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

! Nesunku įsitikinti, kad Valdo lentelėje visi kiti fragmentai yra. Pavyzdžiui, fragmentas **A**, papildytas skaičiais 67, 69 ir 78, yra lentelės 13, 14 ir 15 eilutėse. Taip pat nesunku nustatyti, kur yra fragmentai **C**, **D**, **E**.



Teisingas atsakymas **B**.

B24. D

Žr. uždavinio M22 sprendimą.

B25. D 6

Trikampį sudaryti galima tik tada, kai dviejų mažesniųjų atkarpų suma yra didesnė už trečiąją. Todėl iš karto atkrenta variantas 1, 2, 3. Vadinasi būtinai tame trikampyje turi būti kraštinė, didesnė už 2000.
Dvi mažosios (iš 1, 2, 3) kraštinės netinka, nes net $2 + 3 < 2000$. Todėl būtinai bus bent dvi kraštinės, didesnės už 2000.
Visos trys didžiosios kraštinės tinka, ir turime trejetą (2001, 2002, 2003).
Jei į trejetą įeina dvi iš didžiausiųjų — 2001 ir 2002, tai kaip trečia tinka ir 2, ir 3, tad gauname trejetus (2, 2001, 2002) ir (3, 2001, 2002). Jei į trejetą įeina 2001 ir 2003, tai kaip trečia tinka tik 3, ir gauname trejetą (3, 2001, 2003).
Pagaliau jei į trejetą įeina 2002 ir 2003, tai tinka ir 2, ir 3, — gauname trejetus (2, 2002, 2003) ir (3, 2002, 2003).
Iš viso gavome 6 trejetus.
Teisingas atsakymas **D**.

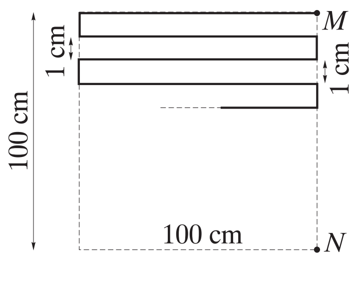
B26. C 8

Raudonų slibinų skaičių pasižymėkime r, žalių — z. Tada pagal sąlygą $2r + 4z = 44$, $6z + 6 = 6r$. Iš čia $r + 2z = 22$ ir $r = z + 1$. Todėl $z = r - 1$, ir $r + 2(r - 1) = 22$, $3r = 24$, $r = 8$.
Teisingas atsakymas **C**.

Raudonas slibinas turi tiek galvų (šešias), kiek žalias — kojų. Kadangi žalių kojų buvo šešiomis mažiau, tai žalių slibinų buvo vienu mažiau. Pridėkime mintyse vieną žalią slibiną. Tada uodegų būtų 48, slibinų būtų po lygiai, o kadangi slibinų pora turi 6 uodegas, tai, pridėjus žalią slibiną, porų būtų $48 : 6 = 8$. Vadinasi, yra 8 raudoni slibinai.

B27. D 10 100

Lengva suvokti, kad „nukristi“ turime 100 cm. Sunkiau suskaičiuoti, kiek bus horizontalių linijų (100 ar 101). Taškas M yra 100 cm aukštyje virš pagrindo. Kai padarysime „ėjimą“ kairėn-žemyn-



dešinėn-žemyn, atsidursime po tašku M 98 cm aukštyje. Vadinasi, po 49 tokių ėjimų atsidursime $100 - 49 \cdot 2 = 2$ cm aukštyje. Vėl pakartoję kelią kairėn-žemyn-dešinėn-žemyn jau pateksime į tašką N. Vadinasi, horizontalios linijos eis 1, 2, ..., 99, 100 cm aukštyje. Jų bendras ilgis yra $100 \cdot 100$ cm, o visos linijos, jungiančios M su N, ilgis yra $100 \cdot 100 + 100 = 101 \cdot 100 = 10\,100$ cm.
Teisingas atsakymas **D**.

B28. Ⓑ 7

Iš karto aišku, kad kvadratukas reiškia 6: jeigu jis reikštų 5 ar mažiau, tai suma būtų mažesnė už $600+600+600=1800$, o jeigu jis reikštų 7 ar daugiau, tai suma būtų didesnė už $700 \cdot 3 = 2100$. Turime

$$\begin{array}{rccc} & 6 & 6 & 6 \\ + & 6 & 6 & \bigcirc \\ & 6 & \triangle & \triangle \\ \hline 2 & 0 & 0 & 3 \end{array}$$

Kadangi iš trečio stulpelio į antrą ateina 1 arba 2 mintyse, tai $\triangle$ negali būti didesnis už 7. Bet tada $\bigcirc + \triangle < 17$, ir iš trečio stulpelio matome, kad $\bigcirc + \triangle = 7$. Vadinasi, į antrą stulpelį ateina mintyse 1, todėl $\triangle = 7$, o tada $\bigcirc = 0$. Gauname

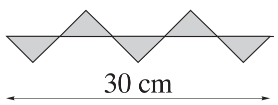
$$\begin{array}{rccc} & 6 & 6 & 6 \\ + & 6 & 6 & 0 \\ & 6 & 7 & 7 \\ \hline 2 & 0 & 0 & 3 \end{array}$$

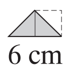
Teisingas atsakymas **B**.

Galima rašyti ir lygtį: pažymėję kvadratuką x, trikampuką y, o skrituliuką z, turime
$111x + 110x + z + 100x + 11y = 2003$, $321x + 11y + z = 2003$.
Matome, kad $321x + 99 + 9 \geqslant 2003$, $321x \geqslant 1995$, $x \geqslant 6$. Kita vertus, $321x \leqslant 2003$, $x < 7$. Taigi $x = 6$, ir $11y + z = 77$.
Kadangi z skaitmuo ir dalijasi iš 11, tai $z = 0$, o tada $y = 7$. Taigi $x + z = 6$.

B29. Ⓓ 45

Apskaičiuokime vieno trikampio plotą. Jo įžambinė lygi $30 : 5 = 6\,\text{cm}$.





Padalinę trikampį aukštine pusiau, matome, kad jo plotas lygus plotui kvadrato, kurio kraštinė lygi $3\,\text{cm}$, t. y. trikampio plotas lygus $9\,\text{cm}^2$. Vadinasi, užtušuotos figūros plotas lygus $9 \cdot 5 = 45\,\text{cm}^2$.
Teisingas atsakymas **D**.

B30. Ⓑ 3

Kadangi iš 4 pieštukų bent 2 yra tos pačios spalvos, tai spalvų yra ne daugiau kaip 3 (priešingu atveju paimtume po 1 pieštuką kiekvienos iš keturių spalvų). Toliau, nėra 4 vienos spalvos pieštukų (tada paimtume tuos keturis ir dar vieną). Vadinasi, kiekvienos spalvos pieštukų yra ne daugiau kaip 3.
Kadangi pieštukų yra 9, spalvų ne daugiau kaip 3, o kiekvienos spalvos pieštukų yra ne daugiau kaip 3, tai aišku, jog spalvų yra 3, o kiekvienos spalvos pieštukų yra 3 (iš tikrųjų, jeigu kurios nors spalvos pieštukų būtų $\leqslant 2$, tai iš viso turėtume $\leqslant 2 + 3 + 3$ pieštukų).
Kadangi mėlynos spalvos pieštukų pagal sąlygą tikrai yra, tai jų yra lygiai 3.
Teisingas atsakymas **B**.