Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija
Kengūros konkurso organizavimo komitetas
Matematikos ir informatikos institutas
Leidykla TEV

KANGUR 2009

Puchatek

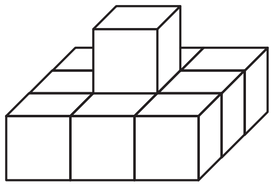
Klasy 1 i 2

Czas trwania konkursu 50 min

Podczas konkursu używać kalkulatorów nie wolno

Pytania po 3 punkty

1. Z jednakowych drewnianych klocków ułożono budowlę przedstawioną na rysunku obok. Z ilu klocków?

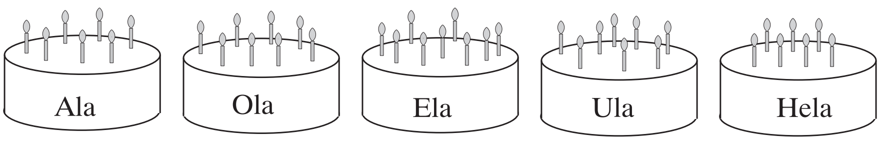


A) 12 **B**) 8 **C**) 9 **D**) 10 **E**) 11

2. Ile jest równa suma cyfr liczby 2009?

A) 7 **B**) 11 **C**) 12 **D**) 18 **E**) 209

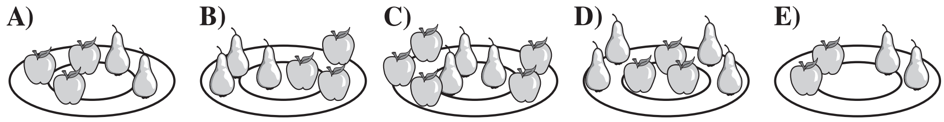
3. Przygotowano torty urodzinowe dla Ali, Oli, Eli, Uli i Heli.



Która z tych dziewczynek jest najstarsza?

A) Ala **B**) Ola **C**) Ela **D**) Ula **E**) Hela

4. Na którym talerzyku jabłek jest mniej niż gruszek?



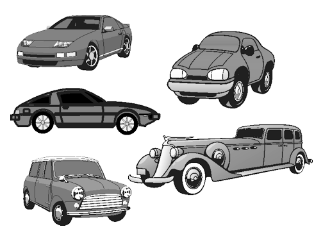
5. Ola umieściła w tabelce cztery liczby, których suma jest równa 50. Na jakiej liczbie usiadł motylek?

A) 18 **B**) 3 **C**) 9 **D**) 13 **E**) 8

5	
20	17

6. Piotrek ma 12 samochodzików, a Paweł ma o 4 samochodziki więcej niż Piotrek. Ile łącznie samochodzików mają Paweł i Piotrek?

A) 28 **B**) 16 **C**) 48 **D**) 20 **E**) 8



Pytania po 4 punkty

7. W dniu zakończenia roku szkolnego tata wraz z trójką swoich dzieci w wieku szkolnym wybrał się do cyrku.

KASA	
Bilet dla dzieci	9 zł
Bilet dla dorosłych	12 zł

Ile zapłacił tata za bilety?

A) 48 zł **B**) 21 zł **C**) 39 zł **D**) 30 zł **E**) Inna suma

8. Ania poprawnie wykonała dwa działania. Na niektóre liczby nakleiła naklejki – takie same na identyczne liczby.

21 – 7 = ❀
2 · ❀ = ✹ + 1

Jaka liczba znajdowała się pod naklejką ✹?

A) 15 **B**) 14 **C**) 25 **D**) 27 **E**) 28

9. Lekarz przepisał Adzie lekarstwo, 60 tabletek, i zalecił zażywanie ich codziennie po jednej. Ada rozpoczęła kurację w poniedziałek. W jakim dniu tygodnia zażyje ostatnią tabletkę?

A) W poniedziałek **B**) We wtorek **C**) W środę **D**) W czwartek
E) W piątek

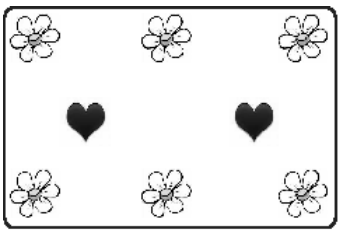
10. Mama Zosi kupiła 6 jednakowych pudełek kredek świecowych. Zosia wysypała kredki z dwóch pudełek – było ich 18. Ile kredek kupiła mama?

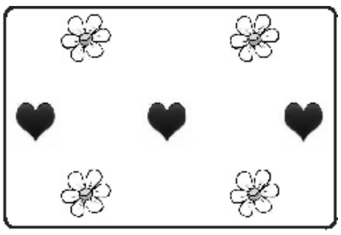
A) 26 **B**) 54 **C**) 24 **D**) 108 **E**) 9

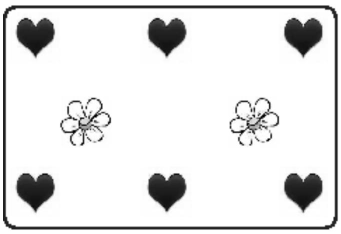
11. Tomek jest wyższy od Piotra o 2 cm, a od Pawła o 5 cm. O ile centymetrów Piotr jest wyższy od Pawła?

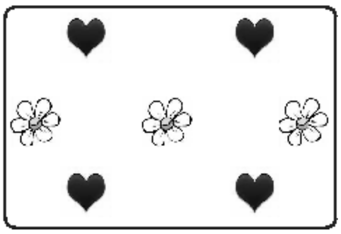
A) 7 cm **B**) 3 cm **C**) 10 cm **D**) Paweł jest wyższy od Piotra
E) Nie można ustalić

12. Ewa narysowała 6 kwiatków, a Ola 4 serduszka. Ilona narysowała 3 razy mniej kwiatków niż Ewa i o 2 serduszka więcej niż Ola. Który z poniższych obrazków narysowała Ilona?

A)


B)


C)


D)


E) Żadny z przedstawionych

Pytania po 5 punktów

13. W ogrodzie zoologicznym zgromadzono 19 małp – wśród nich: 4 szympansy i 3 pawiany. Pozostałe małpy to kapucynki, które umieszczono w trzech pawilonach, po tyle samo w każdym pawilonie. Ile kapucynek umieszczono w każdym z nich?

A) 5 **B**) 7 **C**) 3 **D**) 6 **E**) 4

14. Janek ma obecnie 4 lata, a jego tata ma 26 lat. Ile lat będzie miał tata Janka, gdy Janek będzie 3 razy starszy niż jest teraz?

A) 78 **B**) 38 **C**) 42 **D**) 34 **E**) Inna odpowiedź

15. Babcia przygotowała pierogi z serem i pierogi z jagodami – łącznie 31 pierogów. Gdyby przygotowała o 11 pierogów z serem więcej, to pierogów z serem i pierogów z jagodami byłoby tyle samo. Ile pierogów z serem przygotowała babcia?

A) 10 **B**) 21 **C**) 20 **D**) 15 **E**) Inna odpowiedź

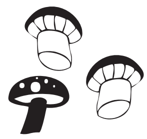
16. Ewa kupiła 2 jednakowe zeszyty. Pozostało jej jeszcze 4 zł. Gdyby chciała dokupić jeszcze dwa takie zeszyty, to zabrakłoby jej 2 zł. Ile kosztował jeden zeszyt?

A) 2 zł **B**) 10 zł **C**) 6 zł **D**) 3 zł **E**) Inna odpowiedź

17. Adam, Maciek, Paweł i Tomek przeglądali swoje albumy ze znaczkami. Okazało się, że Maciek miał więcej znaczków niż Paweł, a Tomek miał mniej niż Adam. Wiadomo także, że to nie Tomek miał najmniej znaczków. Który z chłopców miał najmniej znaczków?

A) Adam **B**) Maciek **C**) Paweł **D**) Tomek **E**) Nie można tego ustalić

18. Tata zbierał grzyby przez 2 godziny. W ciągu pierwszej godziny zebrał 39 grzybów. Ile grzybów zebrał w ciągu drugiej godziny, jeżeli wiadomo, że mama wszystkie grzyby zebrane przez tatę oczyściła w ciągu 40 minut, oczyszczając po 7 grzybów w ciągu każdych 5 minut?



A) 74 **B**) 56 **C**) 49 **D**) 39 **E**) 17

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija
Kengūros konkurso organizavimo komitetas
Matematikos ir informatikos institutas
Leidykla TEV

KANGUR 2009

Czas trwania konkursu 75 min
Podczas konkursu używać kalkulatorów nie wolno

Maluch
Klasy 3 i 4

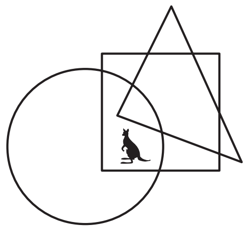
Pytania po 3 punkty

1. $200 \cdot 9 + 200 + 9$?

A) 418 **B**) 1909 **C**) 2009 **D**) 4018 **E**) 20009

2. Gdzie znajduje się kangur?

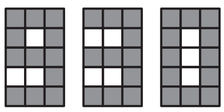
A) W kole i w trójkącie, ale nie w kwadracie
B) W kole i w kwadracie, ale nie w trójkącie
C) W trójkącie i w kwadracie, ale nie w kole
D) W kole, lecz nie w kwadracie i nie w trójkącie
E) W kwadracie, lecz nie w kole i nie w trójkącie



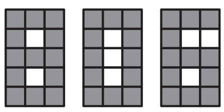
3. W pewnej rodzinie jest pięciu braci. Każdy z nich ma jedną siostrę. Ile rodzeństwa jest w tej rodzinie?

A) 10 **B**) 9 **C**) 8 **D**) 7 **E**) 6

4. Na tablicy wyświetlono liczbę 930.



Ile małych kwadratów musi zmienić kolor, aby pojawiła się liczba 806?

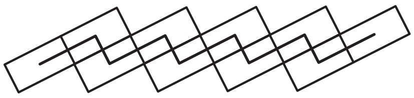


A) 5 **B**) 6 **C**) 7 **D**) 8 **E**) 9

5. Mama kupiła 16 mandarynek. Karol zjadł połowę wszystkich mandarynek, Ewa zjadła dwie, a Zosia pozostałe. Ile mandarynek zjadła Zosia?

A) 4 **B**) 6 **C**) 8 **D**) 10 **E**) 12

6. Do wykonania ścieżki w ogrodzie użyto 10 prostokątnych płytek o wymiarach 4 dm na 6 dm. Następnie namalowano czarną linię łączącą środki płytek (rysunek obok).



Jaka jest długość czarnej linii?

A) 25 dm **B**) 40 dm **C**) 46 dm **D**) 50 dm **E**) 92 dm

7. Magda wykonała cztery rzuty kostką do gry i otrzymała w sumie 23 punkty. Ile razy wyrzuciła 6 oczek?

A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) 3 **E**) 4

8. O godzinie 17:10 rozpoczął się film trwający 90 minut. Został dwukrotnie przerwany blokami reklamowymi, z których jeden trwał 8 minut, a drugi 5 minut. O której godzinie skończył się ten film?

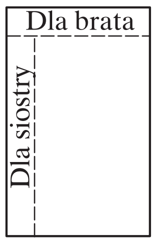
A) 18:13 **B**) 18:27 **C**) 18:47 **D**) 18:53 **E**) 19:13

Pytania po 4 punkty

9. Kurs tańca rozpoczęła grupa 25 chłopców i 19 dziewcząt. Każdego tygodnia do grupy dołączało 2 chłopców i 3 dziewczynki. Po ilu tygodniach w grupie było tyle samo chłopców co dziewcząt?

A) 6 **B**) 5 **C**) 4 **D**) 3 **E**) 2

10. Piotr podzielił czekoladę w następujący sposób: odłamał rząd pięciu kawałków dla swojego brata, a następnie rząd siedmiu kawałków dla swojej siostry, jak na rysunku obok. Z ilu kawałków składała się cała czekolada?



A) 28 **B**) 32 **C**) 35 **D**) 40 **E**) 54

11. Kangur rudy i kangur szary ważą razem 139 kg. Kangur rudy waży o 35 kg mniej niż kangur szary. Ile waży kangur szary?

A) 104 kg **B**) 87 kg **C**) 52 kg **D**) 96 kg **E**) 53 kg

12. W pola tabeli 3×3 wpisano liczby, jak na rysunku obok. W jednym posunięciu możemy zamienić miejscami dwie dowolne liczby. Jaka jest najmniejsza liczba takich posunięć, aby otrzymać tabelę, w której suma liczb w każdym wierszu dzieli się przez 3?

4	5	1
8	10	4
7	1	2

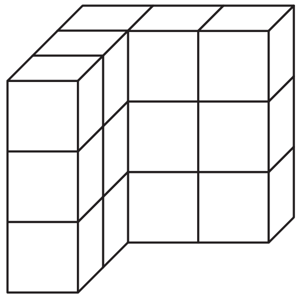
A) Nie można w ten sposób otrzymać takiej tabeli
B) 3 **C**) 1 **D**) 4 **E**) 2

13. Jeden bok prostokąta ma długość 8 cm, drugi zaś jest dwa razy krótszy. Jaka jest długość boku kwadratu, którego obwód jest równy obwodowi tego prostokąta?

A) 4 cm **B**) 6 cm **C**) 8 cm **D**) 12 cm **E**) 24 cm

14. Z jednakowych drewnianych klocków ułożono budowlę przedstawioną na rysunku obok. Z ilu?

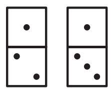
A) 6 **B**) 12 **C**) 13 **D**) 15 **E**) 16

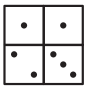
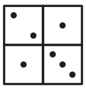
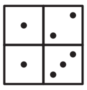
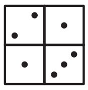
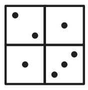


15. Trzy wiewiórki: Hela, Mela i Tola znalazły łącznie 7 orzechów. Każda z nich znalazła inną liczbę orzechów, przy czym każda z nich znalazła co najmniej jeden. Hela znalazła najmniej, a Mela najwięcej. Ile orzechów znalazła Tola?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5 Nie można tego ustalić

16. Której figury nie da się otrzymać z przedstawionych na rysunku obok kamieni domino?



A)  B)  C)  D)  E) 

Pytania po 5 punktów

17. Gospodarz posiada 30 krów, pewną liczbę kur i nie posiada żadnych innych zwierząt. Liczba nóg wszystkich kur jest równa liczbie nóg wszystkich krów. Ile zwierząt posiada ten gospodarz?

A) 60 **B**) 90 **C**) 120 **D**) 180 **E**) 240

18. Piotr i Paweł przebywali na obozie harcerskim. Podczas zbiórki harcerze ustawili się w szeregu. Po jednej stronie Pawła stało 27, a po drugiej stronie 13 harcerzy. Piotr stał dokładnie pośrodku tego szeregu. Ilu harcerzy stało pomiędzy Piotrem i Pawłem?

A) 6 **B**) 7 **C**) 8 **D**) 14 **E**) 21

19. Tajny agent chce odgadnąć sześciocyfrowy kod. Wiadomo, że suma pierwszej, trzeciej i piątej cyfry tego kodu jest równa sumie drugiej, czwartej i szóstej cyfry. Który z poniższych zapisów może być takim kodem?

A) 81∗∗61 **B**) 7∗727∗ **C**) 4∗4141 **D**) 12∗9∗8 **E**) 181∗2∗

20. Pani Florentyna codziennie sprzedaje na targu jajka. W środę sprzedała 60 jajek, a w czwartek 96 i zauważyła, że w tym tygodniu każdego dnia liczba sprzedanych jajek była równa sumie liczb sprzedanych jajek w dwóch dniach poprzednich. Ile jajek sprzedała pani Florentyna w poniedziałek?

A) 20 **B**) 24 **C**) 36 **D**) 40 **E**) 48

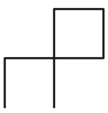
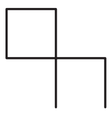
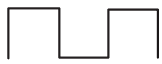
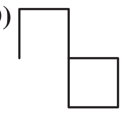
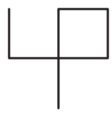
21. Bukiet składa się z czterech kwiatków – czerwonego, niebieskiego, żółtego i białego. Pszczółka Maja usiadła na każdym kwiatku dokładnie raz, przy czym pierwszym kwiatkiem, na którym usiadła, był czerwony. Na ile sposobów Maja mogła odwiedzić wszystkie kwiatki, pod warunkiem, że na pewno nie przefrunęła bezpośrednio z żółtego na biały?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

22. O godzinie 6:15 zniknął duszek Kacperek i w tym momencie szalony zegar, który dotychczas pokazywał prawidłową godzinę, zaczął chodzić z prawidłową prędkością, ale wstecz. Duszek pojawił się z powrotem o 19:30. Którą godzinę pokazywał szalony zegar w momencie powrotu Kacperka?

A) 17:00 **B**) 17:45 **C**) 18:30 **D**) 19:00 **E**) 19:15

23. Agnieszka rysowała figury składające się z odcinków długości 1. Na końcu każdego odcinka Agnieszka zawsze skręcała pod kątem prostym w lewo lub w prawo. Za każdym razem, gdy skręcała w prawo, zapisywała na kartce symbol $\heartsuit$, a gdy skręcała w lewo, zapisywała symbol $\spadesuit$. Pewnego dnia narysowała figurę i zapisała te symbole w następującej kolejności: $\heartsuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\heartsuit\heartsuit$. Który z poniższych rysunków mogła narysować Agnieszka?

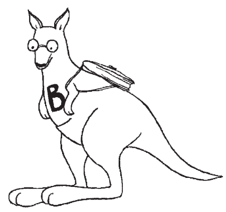
A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

24. W krainie Śmieszne Stopy każdy mężczyzna ma lewą stopę o jeden lub dwa rozmiary większą niż prawą. Mimo to buty sprzedawane są w parach i buty w parze są tego samego rozmiaru. Grupa przyjaciół postanowiła kupić sobie buty i, aby zaoszczędzić, dokonała zakupu wspólnie. Gdy po udanych zakupach wszyscy założyli pasujące na nich buty, pozostały dwa buty: jeden w rozmiarze 36 i jeden w rozmiarze 45. Jaka jest najmniejsza liczba osób, która mogła w taki sposób dokonać zakupu?

A) 5 **B**) 6 **C**) 7 **D**) 8 **E**) 9

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija
Kengūros konkurso organizavimo komitetas
Matematikos ir informatikos institutas
Leidykla TEV

KANGUR 2009



Beniamin
Klasy 5 i 6

Czas trwania konkursu 75 min
Podczas konkursu używać kalkulatorów nie wolno

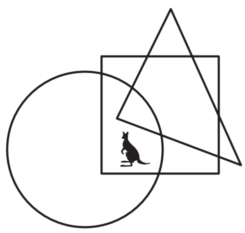
Pytania po 3 punkty

1. Która z poniższych liczb jest parzysta?

A) 2009 **B**) $2+0+0+9$ **C**) $200-9$ **D**) $200 \cdot 9$ **E**) $200+9$

2. Gdzie znajduje się kangur?

A) W kole i w trójkącie, lecz nie w kwadracie
B) W kole i w kwadracie, lecz nie w trójkącie
C) W trójkącie i w kwadracie, lecz nie w kole
D) W kole, lecz nie w kwadracie i nie w trójkącie
E) W kwadracie, lecz nie w kole i nie w trójkącie



3. Ile liczb naturalnych znajduje się między 2,008 a 20,09?

A) 17 **B**) 18 **C**) 19 **D**) 16 **E**) Więcej niż 19

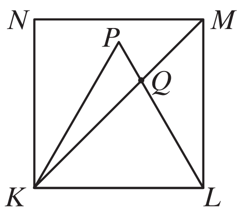
4. Najmniejszą liczbą cyfr, które należy wykreślić w liczbie 12323314 tak, aby pozostałe cyfry, bez zmiany porządku, utworzyły liczbę, która czytana z lewa na prawo jest taka sama, jak czytana z prawa na lewo, jest

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

5. Na stole leżą trzy pudełka: białe, czerwone i zielone. W jednym z nich jest tylko czekolada, w drugim tylko jabłko, a trzecie jest puste. Jaki jest kolor pudełka z czekoladą, jeżeli wiadomo, że czekolada jest albo w białym, albo w czerwonym pudełku, a jabłko nie jest ani w białym, ani w zielonym?

A) Biały **B**) Czerwony **C**) Zielony **D**) Żaden z nich **E**) Nie można tego ustalić

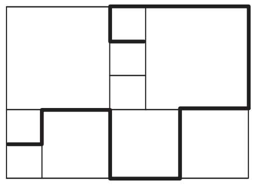
6. Rysunek obok przedstawia kwadrat $KLMN$ i trójkąt równoboczny KLP. Punkt przecięcia przekątnej KM kwadratu i boku LP trójkąta oznaczono literą Q. Jaka jest miara kąta $\angle LQM$?
A) 95° **B**) 105° **C**) 115° **D**) 125° **E**) 135°



7. Przez rzekę szerokości 120 m zbudowano most. Czwarta część mostu znajduje się nad lądem po lewej stronie rzeki i czwarta część mostu znajduje się nad lądem po prawej stronie rzeki. Jak długi jest ten most?

A) 150 m **B**) 180 m **C**) 210 m **D**) 240 m **E**) 270 m

8. Z kwadratowych kartoników trzech różnych wielkości ułożono przedstawioną na rysunku obok planszę. Ile jest równa długość pogrubionej linii, o ile wiadomo, że bok najmniejszego kwadratu ma długość 20 cm?

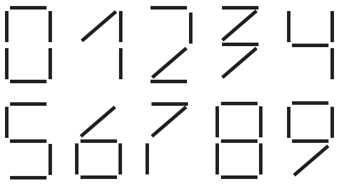


A) 380 cm **B**) 400 cm **C**) 420 cm **D**) 440 cm **E**) 1680 cm

9. W pokoju bawią się koty i psy. Liczba kocich łap jest dwa razy większa niż liczba psich nosów. Liczba kotów jest

A) dwa razy większa od liczby psów **B**) równa liczbie psów **C**) równa połowie liczby psów **D**) równa $\frac{1}{4}$ liczby psów **E**) cztery razy większa od liczby psów

10. Z identycznych plastykowych patyczków tworzymy cyfry w taki sposób, jak to przedstawiono na rysunku. Według takiego wzorca cyfr Jaś z takich samych patyczków układał wszystkie liczby dwucyfrowe, a Staś na tablicy zapisywał liczbę patyczków użytych do budowy każdej z nich. Największą liczbą napisaną przez Stasia jest



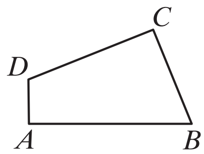
A) 10 **B**) 11 **C**) 12 **D**) 13 **E**) 14

Pytania po 4 punkty

11. Ile dodatnich liczb całkowitych n ma tę własność, że $n+2$ jest dzielnikiem liczby 78?

A) 8 **B**) 7 **C**) 6 **D**) 5 **E**) 4

12. W czworokącie $ABCD$ o bokach: $AB = 11$, $BC = 7$, $CD = 9$ i $DA = 3$, kąty przy wierzchołkach A i C są proste. Ile jest równe pole tego czworokąta?

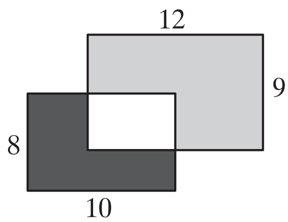


A) 30 **B**) 44 **C**) 48 **D**) 52 **E**) 60

13. Na pierwsze zajęcia grupy tanecznej zapisało się 39 chłopców i 23 dziewczynki. Przez kilka tygodni co tydzień przybywało 6 chłopców i 8 dziewczynek, aż do momentu, gdy liczba dziewcząt i chłopców w tej grupie była taka sama. Ile osób liczyła wtedy ta grupa?

A) 144 **B**) 154 **C**) 164 **D**) 174 **E**) 184

14. Dwa prostokąty o wymiarach 8×10 i 9×12 częściowo się pokrywają, jak pokazano na rysunku. Pole czarnego obszaru jest równe 37. Ile jest równe pole szarego obszaru?



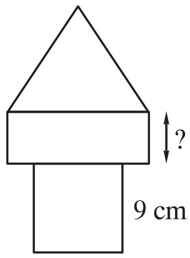
A) 60 **B**) 62 **C**) 62,5 **D**) 64 **E**) 65

15. Liczby od 1 do 8 zapisano na ośmiu kartach (na każdej inną liczbę). Następnie tak ponumerowane karty podzielono na dwie grupy A i B w taki sposób, że suma liczb zapisanych na kartach z grupy A jest równa sumie liczb zapisanych na kartach z grupy B. Jeżeli wiadomo, że w grupie A są tylko 3 karty, to wtedy na pewno

A) dokładnie trzy karty w grupie B są ponumerowane liczbami nieparzystymi
B) cztery karty w grupie B są ponumerowane liczbami parzystymi
C) karty z liczbą 1 nie ma w grupie B
D) karta z liczbą 2 jest w grupie B
E) karta z liczbą 5 jest w grupie B

16. Trójkąt równoboczny, prostokąt i kwadrat, z których zbudowana jest figura na rysunku obok, mają te same obwody. Bok kwadratu ma długość 9 cm. Ile jest równa długość krótszego boku prostokąta?

A) 4 cm **B**) 5 cm **C**) 6 cm **D**) 7 cm **E**) 8 cm



17. Jaka jest najmniejsza liczba jednakowych sześcianów, z których można złożyć prostopadłościan o wymiarach $40 \times 40 \times 60$?

A) 96 **B**) 96 000 **C**) 12 **D**) 12 000 **E**) 768

18. Adam ma do przeczytania 290-stronicową książkę. Postanowił codziennie, oprócz niedziel, przeczytać 4 strony, a w każdą niedzielę 25 stron. Adam rozpoczął czytanie tej książki w niedzielę. Przez ile dni będzie ją czytał?

A) 15 **B**) 46 **C**) 40 **D**) 35 **E**) 41

19. Adam, Bartek, Cezary i Daniel zajęli w turnieju szachowym pierwsze cztery miejsca. Suma numerów miejsc Adama, Bartka i Daniela jest równa 6 i suma numerów miejsc Bartka i Cezarego jest także równa 6. Wiadomo też, że Bartek wyprzedził w tej klasyfikacji Adama. Który z chłopców zajął pierwsze miejsce?

A) Adam **B**) Bartek **C**) Cezary **D**) Daniel **E**) Nie można tego ustalić

20. Ile jest różnych prostokątów o polu równym 2009, których długości boków wyrażają się liczbami całkowitymi?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 5 **E**) 10

Pytania po 5 punktów

21. Wśród poniższych czterech zdań o liczbie naturalnej n dwa są prawdziwe i dwa fałszywe:

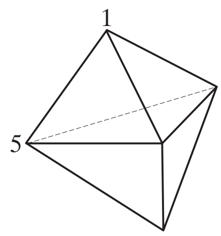
Liczba n jest podzielna przez 5. Liczba n jest podzielna przez 11.
Liczba n jest podzielna przez 55. Liczba n jest mniejsza niż 10.

Wtedy liczba n może być

A) 0 **B**) 5 **C**) 10 **D**) $11 \cdot 55$ **E**) 55

22. Powierzchnia bryły narysowanej obok składa się z 6 ścian trójkątnych. W każdym wierzchołku bryły umieszczono liczbę tak, by sumy liczb umieszczonych w wierzchołkach danej ściany były jednakowe dla wszystkich ścian. Dwie liczby, 1 i 5, są zaznaczone na rysunku. Ile wynosi suma wszystkich liczb umieszczonych w wierzchołkach?

A) 9 **B**) 12 **C**) 17 **D**) 18 **E**) 24

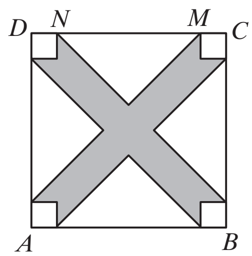


23. Pokoje hotelowe w 5-piętrowym hotelu znajdują się tylko na piętrach. Na każdym piętrze znajduje się 35 pokoi. Pokoje w tym hotelu ponumerowane są liczbami trzycyfrowymi. Pierwsza cyfra wskazuje piętro, a pozostałe dwie cyfry w kolejności tworzą liczbę dwucyfrową, wskazującą numer pokoju na tym piętrze. I tak, wszystkie pokoje na trzecim piętrze są ponumerowane liczbami od 301 do 335. Ile razy do ponumerowania wszystkich pokoi hotelowych w tym hotelu użyto cyfry 2?

A) 60 **B**) 65 **C**) 95 **D**) 100 **E**) 105

24. Figura $ABCD$ jest kwadratem o boku długości 10 cm. Odległość między punktami M i N jest równa 6 cm. Niezacieniowana część kwadratu składa się z czterech identycznych równoramiennych trójkątów prostokątnych i czterech identycznych kwadratów. Ile jest równe pole zacieniowanego obszaru?

A) 42 cm^2 **B**) 46 cm^2 **C**) 48 cm^2 **D**) 52 cm^2 **E**) 58 cm^2



25. Rysunek obok przedstawia tablicę z symbolami a, b, c, pod którymi ukryto liczby. Podane są również sumy liczb w każdym wierszu i w każdej kolumnie. Jaka jest wartość wyrażenia $a + b - c$?

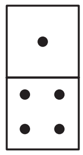
A) 4 **B**) 5 **C**) 6 **D**) 7 **E**) 8

a	b	a	11
b	a	c	8
b	c	a	8
10	8	9	

26. Jadwiga przemnożyła iloczyn 18 czynników równych 8 przez iloczyn 50 czynników równych 5. Ile cyfr ma uzyskany wynik?

A) 13 **B**) 40 **C**) 52 **D**) 60 **E**) 100

27. Komplet gry domino zawiera 28 kamieni. Na kamieniach umieszczone są wszystkie możliwe kombinacje dwóch liczb oczek od 0 do 6 włącznie. Ile łącznie oczek jest na wszystkich kamieniach domino?



A) 84 **B**) 105 **C**) 126 **D**) 147 **E**) 168

28. Na rysunku obok przedstawiono tablicę 4×2, w której w pierwszym wierszu wpisano dwie liczby, a w każdym następnym wierszu wpisano sumę i różnicę liczb z wiersza powyżej. W tablicy 7×2, utworzonej w taki sam sposób, w ostatnim wierszu otrzymano liczby 96 i 64. Ile jest równa suma liczb zapisanych w pierwszym wierszu tej tablicy?

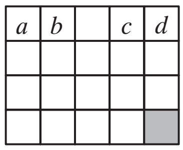
10	3
13	7
20	6
26	14

A) 8 **B**) 10 **C**) 12 **D**) 20 **E**) 24

29. W krainie Śmieszne Stopy każdy mieszkaniec ma lewą stopę o jeden lub dwa numery dłuższą niż prawą stopę. Mimo to buty sprzedawane są w parach i buty w parze są tego samego rozmiaru. Chcąc sobie z tym problemem poradzić, grupa przyjaciół zdecydowała się razem dokonać zakupu butów dla każdego z nich. Po tym, jak wszyscy założyli pasujące na nich obuwie, pozostały dwa buty: jeden w rozmiarze 36 i jeden w rozmiarze 45. Najmniejszą liczbą osób, dla której opisana sytuacja jest możliwa, jest

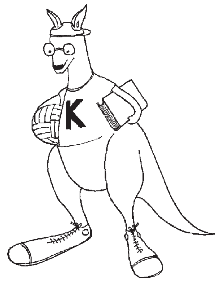
A) 5 **B**) 6 **C**) 7 **D**) 8 **E**) 9

30. Każdy kwadrat tablicy chcemy pomalować jednym z czterech kolorów: a, b, c i d w taki sposób, że sąsiadujące kwadraty nie mogą być pomalowane tym samym kolorem, przy czym za kwadraty sąsiadujące uznajemy kwadraty mające wspólny bok lub wierzchołek. Cztery kwadraty zostały już pomalowane (patrz rysunek). Jakie są możliwości pomalowania zacieniowanego kwadratu?



A) Tylko kolorem a **B**) Tylko kolorem b **C**) Tylko kolorem c
D) Tylko kolorem d **E**) Są dwie możliwości pomalowania

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija
Kengūros konkurso organizavimo komitetas
Matematikos ir informatikos institutas
Leidykla TEV



KANGUR 2009

Czas trwania konkursu 75 min
Podczas konkursu używać kalkulatorów nie wolno

Kadet
Klasy 7 i 8

Pytania po 3 punkty

1. Która z poniższych liczb jest największa?

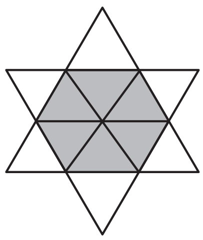
A) 2009 **B**) $2+0+0+9$ **C**) $200-9$ **D**) 200×9 **E**) $200+9$

2. W spotkaniu towarzyskim u Adama wzięło udział czterech chłopców i cztery dziewczyny. W czasie spotkania chłopcy tańczyli tylko z dziewczętami, a dziewczęta tylko z chłopcami. Po spotkaniu, na pytanie: „Z iloma różnymi osobami tańczyłeś w czasie spotkania?“, chłopcy kolejno powiedzieli: 3, 1, 2, 2, natomiast trzy pierwsze dziewczęta podały liczby: 2, 2, 2. Z iloma chłopcami tańczyła czwarta dziewczyna?

A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) 3 **E**) 4

3. Gwiazda, pokazana na rysunku obok, utworzona jest z 12 identycznych trójkątów równobocznych. Obwód gwiazdy jest równy 36 cm. Ile jest równy obwód zacieniowanego sześciokąta?

A) 6 cm **B**) 12 cm **C**) 18 cm **D**) 24 cm **E**) 30 cm

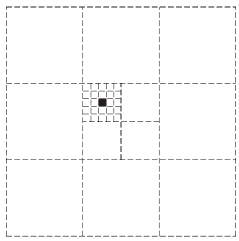


4. Jacek w ramach przygotowań do konkursu *Kangur* postanowił rozwiązać po jednym zadaniu z kolejnych stron o numerach nieparzystych w swoim zbiorze zadań. Rozpoczął na stronie 15, a skończył na stronie 53. Ile zadań treningowych rozwiązał Jacek?

A) 19 **B**) 20 **C**) 27 **D**) 38 **E**) 53

5. Duży kwadrat o polu 1 został podzielony na kwadraty, jak na rysunku obok. Pole małego czarnego kwadratu jest równe

A) $\frac{1}{100}$ **B**) $\frac{1}{300}$ **C**) $\frac{1}{600}$ **D**) $\frac{1}{900}$ **E**) $\frac{1}{1000}$



6. Iloczyn czterech różnych dodatnich liczb całkowitych jest równy 100. Suma tych liczb jest równa

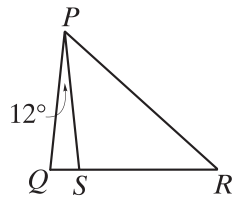
A) 10 **B**) 12 **C**) 15 **D**) 18 **E**) 20

7. W pokoju bawią się koty i psy. Liczba kocich łap jest dwa razy większa niż liczba psich nosów. Liczba kotów jest

A) dwa razy większa od liczby psów **B**) równa liczbie psów **C**) równa połowie liczby psów **D**) $\frac{1}{4}$ liczby psów **E**) cztery razy większa od liczby psów

8. Na rysunku obok punkty Q, S, R są współliniowe oraz $\angle QPS = 12^\circ$ i $PQ = PS = RS$. Wówczas miara kąta QPR jest równa

A) 36° **B**) 42° **C**) 54° **D**) 60° **E**) 84°



9. Mama przygotowała na zimę sok wiśniowy, którym można napełnić dokładnie 12 dużych słoików albo dokładnie 20 mniejszych słoików. Mama napełniła już 9 dużych słoików i resztę postanowiła rozlać do mniejszych słoików. Ile takich słoików napełni pozostałym sokiem?

A) 3 **B**) 4 **C**) 5 **D**) 6 **E**) 8

10. O godzinie 6:15 zniknął duszek Kacperek i w tym momencie szalony zegar, który dotychczas pokazywał prawidłową godzinę, zaczął chodzić z prawidłową prędkością, ale wstecz. Duszek pojawił się z powrotem o 19:30. Którą godzinę pokazywał szalony zegar w momencie powrotu Kacperka?

A) 17:00 **B**) 17:45 **C**) 18:30 **D**) 19:00 **E**) 19:15

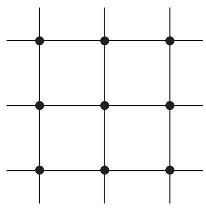
Pytania po 4 punkty

11. Ile jest liczb całkowitych dodatnich, których kwadrat i sześcian mają tę samą liczbę cyfr?

A) 0 **B**) 3 **C**) 4 **D**) 9 **E**) Nieskończenie wiele

12. Jaka jest minimalna liczba pogrubionych punktów, które należy usunąć z rysunku, aby żadne trzy punkty spośród pozostałych nie leżały na jednej prostej?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 7

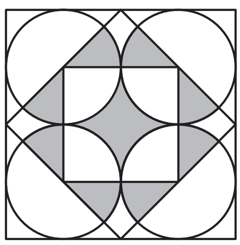


13. Mirek zmierzył wszystkie kąty w dwóch trójkątach. Jeden z trójkątów był ostrokątny, a drugi rozwartokątny. Mirek zapamiętał miary czterech z tych kątów: 120°, 80°, 55° i 10°. Jaka jest miara najmniejszego kąta w trójkącie ostrokątnym?

A) 5° **B**) 10° **C**) 45° **D**) 55° **E**) Nie można tego ustalić

14. Jaką częścią największego kwadratu jest obszar zacieniowany?

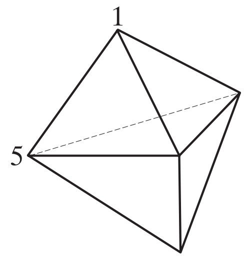
A) $\frac{1}{4}$ **B**) $\frac{\pi}{12}$ **C**) $\frac{\pi+2}{16}$ **D**) $\frac{\pi}{4}$ **E**) $\frac{1}{3}$



15. Wyspę zamieszkują prawdomówni i kłamcy. Prawdomówni zawsze mówią prawdę, a kłamcy zawsze kłamią. 25 mieszkańców tej wyspy ustawiło się w kolejkę. Każda osoba z kolejki, z wyjątkiem pierwszej, powiedziała: *Osoba stojąca bezpośrednio przede mną to kłamca*, natomiast osoba stojąca jako pierwsza w kolejce powiedziała: *Wszyscy stojący za mną to kłamcy*. Ilu kłamców stało w tej kolejce?

A) 0 **B**) 12 **C**) 13 **D**) 24 **E**) Nie można tego obliczyć

16. Powierzchnia bryły narysowanej obok składa się z 6 ścian trójkątnych. W każdym wierzchołku bryły umieszczono liczbę tak, by sumy liczb umieszczonych w wierzchołkach danej ściany były jednakowe dla wszystkich ścian. Dwie liczby, 1 i 5, są zaznaczone na rysunku. Ile wynosi suma wszystkich liczb umieszczonych w wierzchołkach?



A) 9 **B**) 12 **C**) 17 **D**) 18 **E**) 24

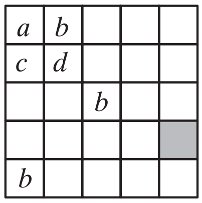
17. W równości

$$\frac{E \cdot I \cdot G \cdot H \cdot T}{F \cdot O \cdot U \cdot R} = T \cdot W \cdot O$$

różnym literom odpowiadają różne cyfry, a jednakowym literom jednakowe cyfry. Ile wartości może przyjmować iloczyn $T \cdot H \cdot R \cdot E \cdot E$?

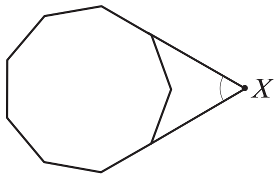
A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

18. Planujemy pokolorować kratki kwadratu, używając kolorów a, b, c i d w taki sposób, by żadne dwie kratki o wspólnym boku lub wierzchołku nie były pokolorowane tym samym kolorem. Pewne kratki są już pokolorowane (patrz rysunek). Jakie są możliwe pokolorowania kratki zacieniowanej?



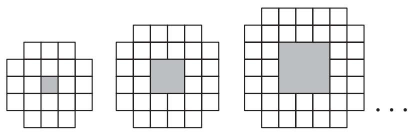
A) Tylko a albo b **B**) Tylko c **C**) Tylko d
D) Tylko c albo d **E**) Dowolne z a, b, c i d

19. Na rysunku mamy dziewięciokąt foremny. Jaka jest miara kąta X?



A) 40° **B**) 45° **C**) 50° **D**) 55° **E**) 60°

20. Na rysunku obok mamy trzy początkowe układanki. Ile jest potrzebnych białych kwadracików jednostkowych, aby ułożyć dziesiątą układankę w tym ciągu?



A) 76 **B**) 80 **C**) 84 **D**) 92 **E**) 100

Pytania po 5 punktów

21. Wśród poniższych czterech zdań o liczbie naturalnej n dwa są prawdziwe i dwa fałszywe:

Liczba n jest podzielna przez 5. Liczba n jest podzielna przez 11.
Liczba n jest podzielna przez 55. Liczba n jest mniejsza niż 10.

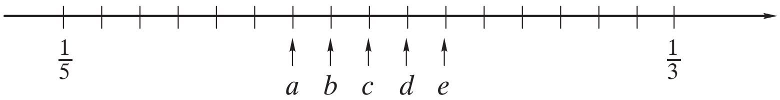
Wtedy liczba n może być

A) 0 **B**) 5 **C**) 10 **D**) $11 \cdot 55$ **E**) 55

22. Ile jest liczb dziesięciocyfrowych, które można napisać przy użyciu cyfr 1, 2 i 3 tak, aby każde dwie sąsiednie cyfry w ich zapisach różniły się o jeden?

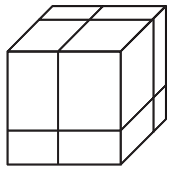
A) 16 **B**) 32 **C**) 64 **D**) 80 **E**) 100

23. Na osi liczbowej zaznaczono ułamki $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{3}$. Która z liter oznacza ułamek $\frac{1}{4}$?



A) a **B**) b **C**) c **D**) d **E**) e

24. Trzema cięciami zaznaczonymi na rysunku podzielono duży sześcian na osiem prostopadłościanów. Ile jest równy stosunek sumy pól powierzchni tych ośmiu prostopadłościanów do pola powierzchni sześcianu?



A) 1:1 **B**) 4:3 **C**) 3:2 **D**) 2:1 **E**) 4:1

25. Ile jest liczb naturalnych n, dla których największy spośród jej dzielników naturalnych różnych od 1 i n jest 45 razy większy od najmniejszego spośród tych dzielników?

A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) Więcej niż 2, ale skończenie wiele **E**) Nieskończenie wiele

26. Kwadrat podzielono na 2009 kwadratów, których długości boków są liczbami całkowitymi. Jaką najmniejszą długość może mieć bok dzielonego kwadratu?

A) 44 **B**) 45 **C**) 46 **D**) 503
E) Nie można kwadratu podzielić na 2009 takich kwadratów

27. W czworokącie $PQRS$ mamy $PQ = 2006$, $QR = 2008$, $RS = 2007$ i $SP = 2009$. Przy których wierzchołkach kąty wewnętrzne czworokąta mają zawsze miarę mniejszą niż 180°?

A) P, Q, R **B**) Q, R, S **C**) P, Q, S **D**) P, R, S **E**) P, Q, R, S

28. Mam kwadrat o wymiarach $6\,\text{cm} \times 6\,\text{cm}$ i trójkąt. Jeżeli położę kwadrat na trójkącie, to mogę pokryć co najwyżej 60% powierzchni trójkąta. Jeśli zaś położę trójkąt na kwadracie, to mogę pokryć co najwyżej $\frac{2}{3}$ powierzchni kwadratu. Pole trójkąta jest równe

A) $22\frac{4}{5}$ cm^2 **B**) 24 cm^2 **C**) 36 cm^2 **D**) 40 cm^2 **E**) 60 cm^2

29. Na kartce napisano w jednej linii kilka różnych liczb całkowitych dodatnich nie większych niż 10. Oglądając tę kartkę, Mirek stwierdził ze zdumieniem, że w każdej parze sąsiednich liczb jedna z nich dzieli drugą. Ile co najwyżej liczb mogło być napisanych na tej kartce?

A) 6 **B**) 7 **C**) 8 **D**) 9 **E**) 10

30. W trójkącie ABC miara kąta wewnętrznego przy wierzchołku B jest równa 20°, a miara kąta wewnętrznego przy wierzchołku C jest równa 40°. Ponadto długość dwusiecznej kąta przy wierzchołku A jest równa 2. Ile wynosi różnica $BC - AB$?

A) 1 **B**) 1,5 **C**) 2 **D**) 4 **E**) Nie można tego ustalić

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija
Kengūros konkurso organizavimo komitetas
Matematikos ir informatikos institutas
Leidykla TEV

KANGUR 2009

Czas trwania konkursu 75 min
Podczas konkursu używać kalkulatorów nie wolno

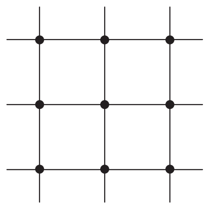
Junior
Klasy 9 i 10

Pytania po 3 punkty

1. Która z poniższych liczb jest wielokrotnością liczby 3?

A) 2009 **B**) $2+0+0+9$ **C**) $(2+0)\cdot(0+9)$ **D**) 2^9 **E**) $200-9$

2. Jaka jest minimalna liczba pogrubionych punktów, które należy usunąć z rysunku, aby żadne trzy punkty spośród pozostałych nie leżały na jednej prostej?



A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 7

3. W maratonie ulicznym udział wzięło 2009 zawodników. Liczba zawodników pokonanych przez Piotra, startującego w tym maratonie, okazała się trzy razy większa niż liczba zawodników, z którymi Piotr przegrał. Które miejsce zajął Piotr w tym maratonie?

A) 503 **B**) 501 **C**) 500 **D**) 1503 **E**) 1507

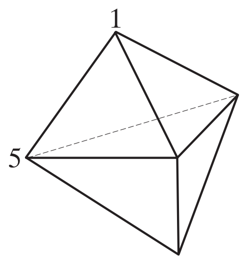
4. Ile jest równa $\frac{1}{2}$ z $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{4}{5}$ z $\frac{5}{6}$ z $\frac{6}{7}$ z $\frac{7}{8}$ z $\frac{8}{9}$ z $\frac{9}{10}$ liczby 1000?

A) 250 **B**) 200 **C**) 100 **D**) 50 **E**) Żadna z poprzednich

5. Ciąg cyfr powstał przez napisanie 2009 razy liczby 2009. Suma wszystkich cyfr nieparzystych w tym ciągu, które znajdują się bezpośrednio przed cyfrą parzystą, jest równa

A) 2 **B**) 9 **C**) 4018 **D**) 18072 **E**) 18081

6. Powierzchnia bryły narysowanej obok składa się z 6 ścian trójkątnych. W każdym wierzchołku bryły umieszczono liczbę tak, by sumy liczb umieszczonych w wierzchołkach danej ściany były jednakowe dla wszystkich ścian. Dwie liczby, 1 i 5, są zaznaczone na rysunku. Ile wynosi suma wszystkich liczb umieszczonych w wierzchołkach?

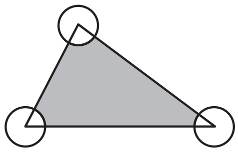


A) 9 **B**) 12 **C**) 17 **D**) 18 **E**) 24

7. Ile jest liczb całkowitych dodatnich, których kwadrat i sześcian mają tę samą liczbę cyfr?

A) 0 **B**) 3 **C**) 4 **D**) 9 **E**) Nieskończenie wiele

8. Pole trójkąta przedstawionego na rysunku jest równe $80\,\mathrm{m}^2$, a promień każdego okręgu o środku w jego wierzchołku jest równy $2\,\mathrm{m}$. Ile metrów kwadratowych ma pole zacieniowanej figury?

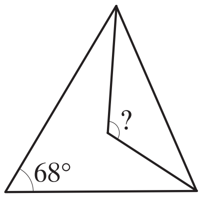


A) 76 **B**) $80 - 2\pi$ **C**) $40 - 4\pi$ **D**) $80 - \pi$ **E**) 78π

9. Magda napisała ciąg liczb, w którym każda liczba, począwszy od trzeciej, była sumą dwóch liczb ją poprzedzających. Czwartą liczbą w tym ciągu była liczba 6, a szóstą 15. Ile była równa siódma liczba w tym ciągu?

A) 9 **B**) 16 **C**) 21 **D**) 22 **E**) 24

10. Jeden z kątów wewnętrznych trójkąta ma miarę 68°. W trójkącie tym poprowadzono dwusieczne jego innych kątów wewnętrznych. Ile stopni ma miara kąta oznaczonego na rysunku znakiem zapytania?



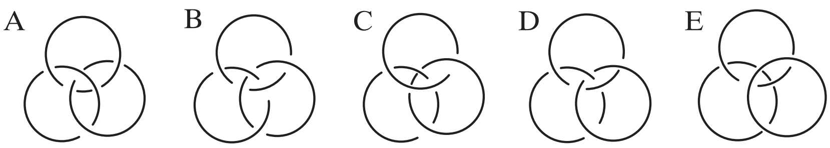
A) 120° **B**) 124° **C**) 128° **D**) 132° **E**) 136°

Pytania po 4 punkty

11. Za każdy test można otrzymać jedną z ocen: 1, 2, 3, 4, 5 albo 6. Średnia ocen Beaty z czterech testów jest równa 4. Które z poniższych zdań nie może być prawdziwe?

A) Beata otrzymała z każdego testu ocenę 4
B) Beata otrzymała ocenę 3 dokładnie z dwóch testów
C) Beata otrzymała ocenę 3 dokładnie z trzech testów
D) Beata otrzymała ocenę 1 dokładnie z jednego testu
E) Beata otrzymała ocenę 4 dokładnie z dwóch testów

12. Pierścienie boromejskie to takie trzy pierścienie, których nie można rozdzielić bez rozcinania, ale po usunięciu któregokolwiek z nich pozostałe dwa nie są ze sobą powiązane w żaden sposób. Który z rysunków przedstawia pierścienie boromejskie?



A) A **B**) B **C**) C **D**) D **E**) E

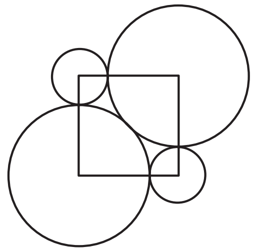
13. Wyspę zamieszkują prawdomówni i kłamcy. Prawdomówni zawsze mówią prawdę, a kłamcy zawsze kłamią. 25 mieszkańców tej wyspy ustawiło się w kolejkę. Każda osoba z kolejki, z wyjątkiem pierwszej, powiedziała: *Osoba stojąca bezpośrednio przede mną to kłamca*, natomiast osoba stojąca jako pierwsza w kolejce powiedziała: *Wszyscy stojący za mną to kłamcy*. Ilu kłamców stało w tej kolejce?

A) 0 **B**) 12 **C**) 13 **D**) 24 **E**) Nie można tego obliczyć

14. Niech $a\Box b = ab + a + b$ dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b. Rozwiązaniem równania $3\Box 5 = 2\Box x$ jest liczba

A) 3 **B**) 6 **C**) 7 **D**) 10 **E**) 12

15. Dwa wzajemnie styczne okręgi o równych promieniach mają środki w dwóch przeciwległych wierzchołkach kwadratu. Kolejne dwa okręgi, o środkach w pozostałych wierzchołkach kwadratu, są styczne zewnętrznie do każdego z dwóch poprzednich okręgów (patrz rysunek). Ile razy promień większego okręgu jest większy od promienia mniejszego okręgu?



A) $\frac{2}{9}$ **B**) $\sqrt{5}$ **C**) $1+\sqrt{2}$ **D**) 2,5 **E**) $0{,}8\pi$

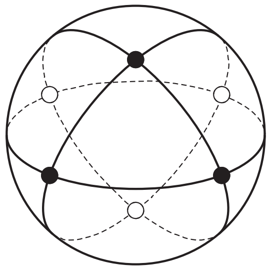
16. Ile jest liczb całkowitych dodatnich n takich, że odległość na osi liczbowej między liczbami $\sqrt{n}$ i 10 jest mniejsza niż 1?

A) 19 **B**) 20 **C**) 39 **D**) 40 **E**) 41

17. Na kartce napisano w jednej linii kilka różnych liczb całkowitych dodatnich nie większych niż 10. Oglądając tę kartkę, Mirek stwierdził ze zdumieniem, że w każdej parze sąsiednich liczb jedna z nich dzieli drugą. Ile co najwyżej liczb mogło być napisanych na tej kartce?

A) 6 **B**) 7 **C**) 8 **D**) 9 **E**) 10

18. Na powierzchni piłki namalowano trzy jednakowe okręgi, dzielące ją na osiem jednakowych części, jak na rysunku obok. Trzmiel, który usiadł na piłce w punkcie przecięcia okręgów, wędruje po namalowanych okręgach w taki sposób, że po przejściu ćwiartki okręgu w punkcie przecięcia z innym okręgiem zawsze skręca na przemian w prawo albo w lewo, tj. w prawo, gdy w poprzedzającym punkcie skręcał w lewo, natomiast w lewo, gdy w poprzedzającym punkcie skręcał w prawo. Jaka jest najmniejsza liczba ćwiartek okręgów, które musi przejść trzmiel, aby ponownie znalazł się w punkcie, z którego wyruszył?



A) 6 **B**) 9 **C**) 12 **D**) 15 **E**) 18

19. Ile zer należy wpisać w miejsce $*$ w zapisie dziesiętnym liczby $1,*1$, aby liczba ta była mniejsza niż $\frac{2009}{2008}$ i jednocześnie większa niż $\frac{20009}{20008}$?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

20. Jeśli $a = 2^{35}$, $b = 8^8$ i $c = 3^{11}$, to

A) $a < b < c$ **B**) $b < a < c$ **C**) $c < b < a$ **D**) $c < a < b$ **E**) $b < c < a$

Pytania po 5 punktów

21. Ile jest liczb dziesięciocyfrowych, które można napisać przy użyciu cyfr 1, 2 i 3 tak, aby każde dwie sąsiednie cyfry w ich zapisach różniły się o jeden?

A) 16 **B**) 32 **C**) 64 **D**) 80 **E**) 100

22. Uczeń ma 2009 sześciennych klocków o krawędzi długości 1 oraz 2009 kolorowych kwadratowych naklejek o boku długości 1. Uczeń ten skleił ze wszystkich klocków prostopadłościan i okleił całą jego powierzchnię naklejkami, przyklejając dokładnie po jednej do każdej ściany klocka, tworzącej tę powierzchnię. Okazało się, że uczniowi pozostały jeszcze naklejki. Ile ich pozostało?

A) Więcej niż 1000 **B**) 763 **C**) 476 **D**) 49 **E**) 0

23. W polach szachownicy 4×4 chcemy umieścić pionki w taki sposób, że liczby pionków w każdym wierszu i w każdej kolumnie szachownicy będą różne (w jednym polu można umieścić jeden lub więcej pionków, a także można pozostawić pole puste). Jaka jest minimalna liczba pionków, które można w taki sposób rozmieścić na szachownicy?

A) 13 **B**) 14 **C**) 15 **D**) 16 **E**) 20

24. Z jabłek, śliwek, pomarańczy i bananów układamy na półce kompozycję, kładąc kolejno owoc za owocem. Kompozycja jest kompletna, gdy bezpośrednio obok owocu dowolnego rodzaju przynajmniej raz leży owoc każdego innego rodzaju. Z ilu owoców składa się najmniej liczna kompletna kompozycja owoców?

A) 4 **B**) 5 **C**) 8 **D**) 11 **E**) 12

25. Jaka jest najmniejsza liczba całkowita n, dla której liczba $(2^2-1)\cdot(3^2-1)\cdot(4^2-1)\cdot\ldots\cdot(n^2-1)$ jest kwadratem liczby całkowitej?

A) 6 **B**) 8 **C**) 16 **D**) 27 **E**) Inna odpowiedź

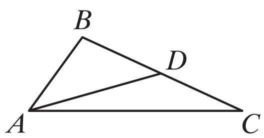
26. Dzielnik liczby naturalnej nazywamy *właściwym*, gdy jest większy od 1 i mniejszy od tej liczby. Ile jest liczb naturalnych, których największy właściwy dzielnik jest 45 razy większy od ich najmniejszego właściwego dzielnika?

A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) Więcej niż 2, ale skończenie wiele **E**) Nieskończenie wiele

27. Na płaszczyźnie wprowadzono układ współrzędnych. W początku układu współrzędnych siedzi kangur, który może wykonywać tylko skoki długości 1, przy czym każdy skok jest równoległy do którejś z osi układu. Ile jest punktów płaszczyzny, w których może znaleźć się kangur po wykonaniu dziesięciu skoków?

A) 121 **B**) 100 **C**) 400 **D**) 441 **E**) Inna liczba

28. W trójkącie ABC poprowadzono środkową AD. Kąt ACB ma miarę $30°$, a kąt ADB miarę $45°$. Jaka jest miara kąta BAD?



A) $45°$ **B**) $30°$ **C**) $25°$ **D**) $20°$ **E**) $15°$

29. Jaką najmniejsza ilość liczb należy usunąć ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots 16\}$, aby suma dowolnych dwóch liczb spośród pozostałych nie była kwadratem?

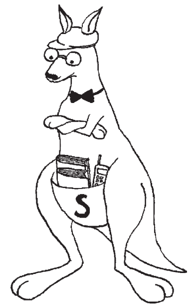
A) 10 **B**) 9 **C**) 8 **D**) 7 **E**) 6

30. Liczbę pierwszą nazywamy *specjalną*, jeśli jest jednocyfrową liczbą pierwszą albo liczbą pierwszą o większej liczbie cyfr, ale taką, że po skreśleniu dowolnej skrajnej cyfry zawsze otrzymamy specjalną liczbę pierwszą. Ile jest specjalnych liczb pierwszych?

A) 6 **B**) 7 **C**) 8 **D**) 9 **E**) 11

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerija
Kengūros konkurso organizavimo komitetas
Matematikos ir informatikos institutas
Leidykla TEV

KANGUR 2009



Student
Klasy 11 i 12

Czas trwania konkursu 75 min
Używać kalkulatorów nie wolno!

Pytania po 3 punkty

1. W akwarium jest 200 rybek. 1% spośród nich jest koloru niebieskiego, pozostałe są żółte. Ile żółtych rybek należy przełożyć do innego akwarium, aby niebieskie stanowiły 2% rybek pozostawionych w akwarium?

A) 2 **B**) 4 **C**) 20 **D**) 50 **E**) 100

2. Która z poniższych liczb jest największa?

A) $\sqrt{2}-\sqrt{1}$ **B**) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ **C**) $\sqrt{4}-\sqrt{3}$ **D**) $\sqrt{5}-\sqrt{4}$ **E**) $\sqrt{6}-\sqrt{5}$

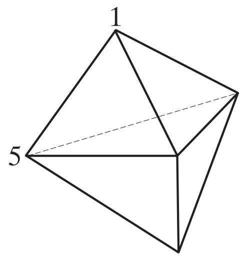
3. Ile jest liczb naturalnych n takich, że liczba n^2+n jest pierwsza?

A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) Więcej niż 2, ale skończenie wiele **E**) Nieskończenie wiele

4. Anabella, Beatrycze i Cecylia wybrały się do cukierni. Każda z nich zamówiła to samo: dwie szklanki soku, trzy porcje lodów i pączka. Poprosiły potem o wspólny rachunek. Jedna z poniższych liczb wyraża kwotę, która widniała na rachunku. Która?

A) 30,20 Lt **B**) 29,20 Lt **C**) 28,20 Lt **D**) 27,20 Lt **E**) 26,20 Lt

5. Powierzchnia bryły narysowanej obok składa się z 6 ścian trójkątnych. W każdym wierzchołku bryły umieszczono liczbę tak, by sumy liczb umieszczonych w wierzchołkach danej ściany były jednakowe dla wszystkich ścian. Dwie liczby, 1 i 5, są zaznaczone na rysunku. Ile wynosi suma wszystkich liczb umieszczonych w wierzchołkach?



A) 9 **B**) 12 **C**) 17 **D**) 18 **E**) 24

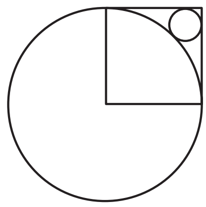
6. Dwa okręgi, jeden o promieniu 13, drugi o promieniu 15, przecinają się w punktach P i Q, przy czym $PQ=24$. Która z poniższych liczb może wyrażać odległość pomiędzy środkami tych okręgów?

A) 12 **B**) 9 **C**) 5 **D**) 4 **E**) Żadna z poprzednich

7. W pudełku są skarpetki: 2 białe, 3 czerwone i 4 niebieskie, przy czym jedna trzecia wszystkich skarpetek jest dziurawa. Adam wyjmuje w ciemności skarpetki z pudełka. Ile co najmniej powinien ich wyjąć, aby mieć pewność, że wśród wyjętych skarpetek będą przynajmniej dwie niedziurawe w tym samym kolorze?

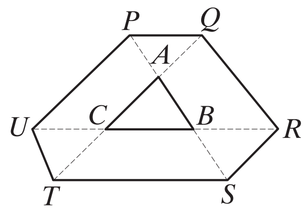
A) 2 **B**) 3 **C**) 6 **D**) 7 **E**) 8

8. Rysunek obok przedstawia dwa zewnętrznie styczne okręgi oraz kwadrat o boku długości 1. Jeden z wierzchołków kwadratu pokrywa się ze środkiem większego okręgu, a dwa inne leżą na tym okręgu. Mniejszy okrąg jest styczny do dwóch boków kwadratu. Ile jest równy promień mniejszego okręgu?



A) $\sqrt{2}-1$ **B**) $\frac{1}{4}$ **C**) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **D**) $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E**) $(1-\sqrt{2})^2$

9. Boki trójkąta ABC przedłużono w obie strony do punktów P, Q, R, S, T, U w taki sposób, że $PA = AB = BS$, $TC = CA = AQ$, $UC = CB = BR$. Ile jest równe pole sześciokąta $PQRSTU$, jeżeli pole trójkąta ABC jest równe 1?



A) 9 **B**) 10 **C**) 12 **D**) 13 **E**) 15

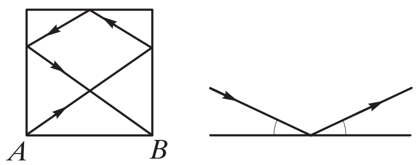
10. Planujemy pokolorować kratki kwadratu, używając kolorów a, b, c i d w taki sposób, by żadne dwie kratki o wspólnym boku lub wierzchołku nie były pokolorowane tym samym kolorem. Pewne kratki są już pokolorowane (patrz rysunek). Jakie są możliwe pokolorowania kratki zacieniowanej?

a	b			
c	d			
		b		
b				

A) Tylko a albo b **B**) Tylko c **C**) Tylko d **D**) Tylko c albo d **E**) Dowolne z a, b, c i d

Pytania po 4 punkty

11. W narożniku A kwadratowego stołu bilardowego o boku długości 2 m umieszczono bilę, którą następnie wprawiono w ruch. Bila, po odbiciu się od trzech band stołu, trafiła do narożnika B – patrz rysunek obok. Ile metrów przebyła bila na stole? (Pamiętajmy, że kąt, pod którym bila odbija się od bandy, jest równy kątowi, pod którym uderza w bandę.)

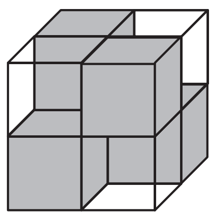


A) 7 **B**) $2\sqrt{13}$ **C**) 8 **D**) $4\sqrt{3}$ **E**) $2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

12. 2009 kangurów, każdy albo jasny, albo ciemny, porównywało swój wzrost. Okazało się, że tylko jeden jasny kangur jest wyższy od dokładnie 8 ciemnych kangurów, tylko jeden jasny kangur jest wyższy od dokładnie 9 ciemnych kangurów, tylko jeden jasny kangur jest wyższy od dokładnie 10 ciemnych kangurów, itd., wreszcie tylko jeden jasny kangur jest wyższy od wszystkich ciemnych kangurów. Ile było jasnych kangurów?

A) 1000 **B**) 1001 **C**) 1002 **D**) 1003 **E**) Opisana sytuacja jest niemożliwa

13. Z czterech ciemnych (nieprzezroczystych) i czterech przezroczystych sześcianików o wymiarach $1\times1\times1$ można utworzyć sześcian o wymiarach $2\times2\times2$, który jest całkowicie nieprzezroczysty, gdy patrzymy na niego w kierunku prostopadłym do dowolnej ściany (patrz rysunek obok). Ile co najmniej takich ciemnych sześcianików należy użyć do budowy sześcianu o wymiarach $3\times3\times3$, aby miał on tę samą własność?



A) 6 **B**) 9 **C**) 10 **D**) 12 **E**) 18

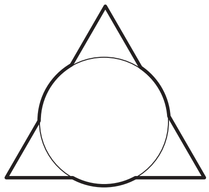
14. Wyspę zamieszkują prawdomówni i kłamcy. Prawdomówni zawsze mówią prawdę, a kłamcy zawsze kłamią. 25 mieszkańców tej wyspy ustawiło się w kolejkę. Każda osoba z kolejki, z wyjątkiem pierwszej, powiedziała: *Osoba stojąca bezpośrednio przede mną to kłamca*, natomiast osoba stojąca jako pierwsza w kolejce powiedziała: *Wszyscy stojący za mną to kłamcy*. Ilu kłamców stało w tej kolejce?

A) 0 **B**) 12 **C**) 13 **D**) 24 **E**) Nie można tego obliczyć

15. Ostatnia cyfra liczby, która jest wynikiem działania $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots - 2008^2 + 2009^2$, jest równa

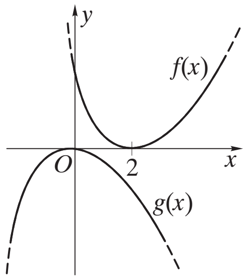
A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 5

16. Na trójkąt równoboczny o boku długości 3 nałożono koło o promieniu 1 w taki sposób, że środek koła pokrył się ze środkiem ciężkości trójkąta. Uzyskana figura, której brzeg zaznaczono pogrubioną linią ciągłą, przedstawiona jest na rysunku obok. Ile jest równy obwód tej figury?



A) $3 + 2\pi$ **B**) $6 + \pi$ **C**) $9 + \frac{\pi}{3}$ **D**) 3π **E**) $9 + \pi$

17. Rysunek obok przedstawia wykresy funkcji $y = f(x)$ oraz $y = g(x)$. Jaki jest związek pomiędzy tymi funkcjami?



A) $g(x) = f(x+2)$ **B**) $g(x-2) = -f(x)$

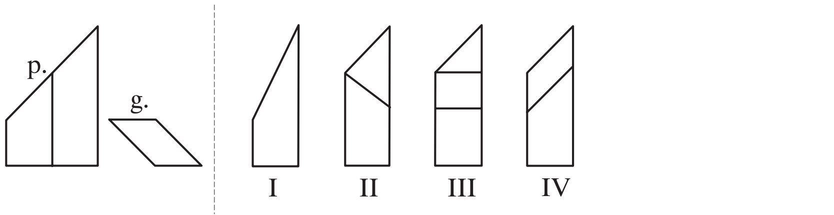
C) $g(x) = -f(-x+2)$ **D**) $g(-x) = -f(-x-2)$

E) $g(2-x) = f(-x)$

18. 100 uczestników konkursu matematycznego otrzymało do rozwiązania po cztery zadania. Okazało się, że pierwsze zadanie rozwiązało 90 uczestników, drugie 85, trzecie 80 i czwarte 70 uczestników. Największa możliwa liczba uczestników, o których możemy, korzystając z tych informacji, z pewnością orzec, że rozwiązali wszystkie zadania, jest równa

A) 10 **B**) 15 **C**) 20 **D**) 25 **E**) 30

19. Na zamieszczonym obok rysunku, po lewej stronie linii przerywanej, przedstawiony jest widok od strony południowej (p.) i widok z góry (g.) pewnej budowli. Która z figur I, II, III, IV przedstawia widok tej budowli od strony zachodniej?



A) Figura I **B**) Figura II **C**) Figura III **D**) Figura IV **E**) Żadna z nich

20. Tablicę kwadratową o wymiarach 3×3 wypełniono liczbami w taki sposób, że suma liczb w każdej kolumnie, w każdym wierszu i na każdej przekątnej jest taka sama. Dwie z tych liczb ujawniono na rysunku obok. Jaka liczba jest zacieniowana?

		47
	63	

A) 16 **B**) 51 **C**) 54 **D**) 55 **E**) 110

Pytania po 5 punktów

21. Ambroży i Bonifacy biegają wokół stadionu, każdy ze stałą prędkością. Ambroży, który biegnie szybciej niż Bonifacy, okrąża stadion w czasie 3 minut. Obaj wystartowali jednocześnie, z tego samego punktu i w tym samym kierunku. Po upływie 8 minut Ambroży po raz pierwszy zdublował Bonifacego. W jakim czasie Bonifacy pokonuje jedno okrążenie?

A) 6 min **B**) 8 min **C**) 4 min 30 s **D**) 4 min 48 s **E**) 4 min 20 s

22. Niech m oznacza liczbę wszystkich tych liczb 8-cyfrowych, w których żadne dwie cyfry nie powtarzają się i żadna cyfra nie jest równa 0. Ile takich liczb dzieli się przez 9?

A) $\frac{m}{8}$ **B**) $\frac{m}{3}$ **C**) $\frac{m}{9}$ **D**) $\frac{8m}{9}$ **E**) $\frac{7m}{8}$

23. Ile jest liczb dziesięciocyfrowych, które można napisać przy użyciu cyfr 1, 2 i 3 tak, aby każde dwie sąsiednie cyfry w ich zapisach różniły się o jeden?

A) 16 **B**) 32 **C**) 64 **D**) 80 **E**) 100

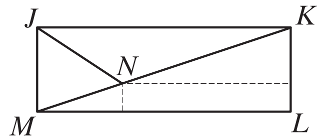
24. Dla ilu liczb naturalnych $n \geq 3$ istnieje n-kąt wypukły, którego miary kątów, wziętych w odpowiednim porządku, są w stosunku $1 : 2 : 3 : \ldots : n$?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 5 **E**) Więcej niż 5

25. W konkursie matematycznym uczestniczyło 55 uczniów. Jurorzy sprawdzający zadania stawiali przy każdym poprawnie rozwiązanym zadaniu znak „+“, przy każdym niepoprawnie rozwiązanym zadaniu znak „−“, a znak „0“, gdy uczestnik zadanie pominął. Po zakończeniu konkursu okazało się, że każde dwie prace różnią się liczbą znaków „+“ lub liczbą znaków „−“. Jaka jest najmniejsza liczba zadań, przy której jest to możliwe?

A) 6 **B**) 9 **C**) 10 **D**) 11 **E**) 12

26. W prostokącie $JKLM$ dwusieczna kąta KJM przecina przekątną KM w punkcie N (patrz rysunek obok). Odległość punktu N od boku LM jest równa 1, a od boku KL jest równa 8. Ile wynosi długość boku LM?



A) $8 + 2\sqrt{2}$ **B**) $11 - \sqrt{2}$ **C**) 10 **D**) $8 + 3\sqrt{2}$ **E**) $11+\frac{\sqrt{2}}{2}$

27. Niech $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$. Ile różnych wartości może przyjąć k?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) 4 **E**) 6

28. Liczby naturalne od 1 do 99 włącznie należy rozmieścić w n grupach (grupa – to nie mniej niż 2 liczby) tak, by spełniony był taki warunek:
jeśli dwie liczby są w tej samej grupie, to ich suma nie jest podzielna przez 3.
Najmniejsza liczba n, dla której można to zrobić, jest równa

A) 3 **B**) 9 **C**) 33 **D**) 34 **E**) 66

29. Na kartce napisano w jednej linii kilka różnych liczb całkowitych dodatnich nie większych niż 10. Oglądając tę kartkę, Mirek stwierdził ze zdumieniem, że w każdej parze sąsiednich liczb jedna z nich dzieli drugą. Ile co najwyżej liczb mogło być napisanych na tej kartce?

A) 6 **B**) 7 **C**) 8 **D**) 9 **E**) 10

30. Ciąg liczb (a_n) zdefiniowano następująco: $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2$ dla $n \geq 0$. Reszta z dzielenia a_{2009} przez 7 jest równa

A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) 5 **E**) 6